

**Examenul național de bacalaureat 2021**  
**Proba E. c)**  
**Matematică**

**Testul 1**

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că  $\sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{3}-1} + \frac{1}{\sqrt{3}+1}\right) = 3$ .
- 5p** 2. Determinați numerele naturale  $m$  pentru care funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - m$  verifică relația  $f(1) \geq 0$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $2\log_2 x = \log_2(3x + 4)$ .
- 5p** 4. După o scumpire cu 10% prețul unui obiect este 440 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de scumpire.
- 5p** 5. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul  $M(1,2)$  și este paralelă cu dreapta  $d$  de ecuație  $y = x + 2$ .
- 5p** 6. Calculați perimetrul triunghiului echilateral  $ABC$ , știind că înălțimea  $AD$  este de lungime  $3\sqrt{3}$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = xy - 2(x + y) + 6$ .

- 5p** 1. Arătați că  $(-2) * 2 = 2$ .
- 5p** 2. Demonstrați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
- 5p** 3. Demonstrați că  $x * y = (x - 2)(y - 2) + 2$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** 4. Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $(x + 1) * x = 4$ .
- 5p** 5. Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $2^{2x} * 2^{-x} = 2$ .
- 5p** 6. Determinați valorile reale ale lui  $x$  pentru care  $(x - 1) * x \leq 2$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

Se consideră matricea  $A(a) = \begin{pmatrix} 3 & a \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este număr real.

- 5p** 1. Arătați că  $\det(A(a)) = 9$ , pentru orice număr real  $a$ .
- 5p** 2. Arătați că  $A(0) \cdot A(2021) = 3A(2021)$ .
- 5p** 3. Arătați că  $A(a - 1) + A(a + 1) = 2A(a)$ , pentru orice număr real  $a$ .
- 5p** 4. Determinați numerele naturale nenule  $m$  și  $n$  pentru care  $A(m) \cdot A(n) = 3A(3)$ .
- 5p** 5. Determinați numărul real  $a$  pentru care  $A(a^2) - 2A(a) + A(1) = O_2$ , unde  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .
- 5p** 6. Determinați numărul matricelor  $A(k)$ , unde  $k$  este număr întreg și  $\det(k \cdot A(k)) \leq 36$ .

**Examenul național de bacalaureat 2021**

**Proba E. c)**

**Matematică**

**Testul 2**

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că  $\log_3 6 + \log_3 2 - \log_3 4 = 1$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x - 4$ . Determinați numărul real  $m$  pentru care punctul  $A(m, m)$  aparține graficului funcției  $f$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $4^x = 2^{x^2-3}$ .
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă suma cifrelor egală cu 9.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(-3, 5)$  și  $B(1, 3)$ . Determinați coordonatele punctului  $M$ , unde  $M$  este simetricul punctului  $A$  față de punctul  $B$ .
- 5p** 6. Arătați că  $(\cos 120^\circ - \sin 30^\circ)^2 = \cos^2 30^\circ + \cos^2 60^\circ$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x * y = xy - 4(x + y) + 20$ .

- 5p** 1. Arătați că  $4 * 2021 = 4$ .
- 5p** 2. Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
- 5p** 3. Demonstrați că  $x * y = (x - 4)(y - 4) + 4$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** 4. Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $x * (x - 4) = x$ .
- 5p** 5. Arătați că  $x * y \geq 8$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ , cu  $x \geq 6$  și  $y \geq 6$ .
- 5p** 6. Calculați  $1^2 * 2^2 * 3^2 * \dots * 2021^2$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $M(x) = \begin{pmatrix} x & 3 \\ 1 & x-2 \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.

- 5p** 1. Arătați că  $\det A = -3$ .
- 5p** 2. Arătați că  $A + M(6) = 4 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p** 3. Arătați că  $\det(M(x)) = (x+1)(x-3)$ , pentru orice număr real  $x$ .
- 5p** 4. Determinați numerele întregi  $a$  pentru care  $\det(A + M(2)) = 9 - a^2$ .
- 5p** 5. Determinați numărul real  $x$  pentru care  $M(x) \cdot M(x) = 4I_2$ .
- 5p** 6. Determinați numărul natural  $n$  pentru care  $M(n) + M(n+1) + M(n+2) = 3M(2022)$ .

**Examenul național de bacalaureat 2021**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{pedagogic}$**

**Testul 3**

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că  $(20^2 + 2 \cdot 20 \cdot 21 + 21^2) : (20 + \frac{1}{2}) = 82$ .
- 5p** 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x - 1$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = x + 5$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\lg(1 - 9x) = 2$ .
- 5p** 4. Determinați câte numere naturale impare de două cifre au produsul cifrelor număr par.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(-2, 1)$ ,  $B(3, 1)$  și  $C(3, -3)$ . Calculați aria triunghiului  $ABC$ .
- 5p** 6. Arătați că  $\cos 60^\circ \cdot (5 \sin 30^\circ - \sin 150^\circ) = 1$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = x + y + 2^{xy} - 1$ .

- 5p** 1. Arătați că  $1 * 3 = 11$ .
- 5p** 2. Demonstrați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
- 5p** 3. Determinați numărul real  $a$  pentru care  $a * 1 = (-1) * (-a)$ .
- 5p** 4. Arătați că  $x * \frac{1}{x} \geq 3$ , pentru orice număr real  $x$ ,  $x > 0$ .
- 5p** 5. Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $x * (3x) = (4x - 1) * 1$ .
- 5p** 6. Arătați că, pentru orice număr natural nenul  $n$ , numărul  $N = n * (n + 1)$  este natural par.

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

Se consideră matricele  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 2a \\ 3a & 2 \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este număr real.

- 5p** 1. Arătați că  $\det(A(2)) = -22$ .
- 5p** 2. Arătați că  $A(1) \cdot A(1) - 3A(1) = 4I_2$ .
- 5p** 3. Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $\det(A(x)) = -52$ .
- 5p** 4. Arătați că  $aA(1) - A(a) = (a - 1)A(0)$ , pentru orice număr real  $a$ .
- 5p** 5. Determinați numerele reale  $m$  pentru care  $\det(A(m) + A(1)) = 2$ .
- 5p** 6. Determinați numărul natural nenul  $n$  pentru care  $A(n) \cdot A\left(\frac{1}{n}\right) = A\left(\frac{1}{n}\right) \cdot A(n)$ .

**Examenul național de bacalaureat 2021**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{pedagogic}$**

**Testul 4**

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că  $\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}\right)(3,2 - 2,3) + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1$ .
- 5p** 2. Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -3x^2 - x + 2$  cu axa  $Ox$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{16 + 3x} = 5$ .
- 5p** 4. Două produse s-au vândut, o perioadă de timp, cu același preț. După ce unul dintre ele s-a scumpit cu 20% și celălalt s-a ieftinit cu 20%, diferența dintre prețul primului produs și prețul celui de-al doilea este de 26 de lei. Determinați prețul inițial al produselor.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(-8,4)$ ,  $B(6,7)$  și  $C(0,a)$ , unde  $a$  este număr real. Determinați numărul real  $a$ , știind că dreptele  $AO$  și  $BC$  sunt paralele.
- 5p** 6. Se consideră romb  $ABCD$ , cu unghiul  $A$  ascuțit,  $AB = 9$  și aria egală cu 72. Calculați  $\sin A$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = (x - y + 1)(y - x + 1)$ .

- 5p** 1. Arătați că  $(-1) * 4 = -24$ .
- 5p** 2. Arătați că  $x * y = 1 - (x - y)^2$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** 3. Arătați că  $x * (x - 1) = 0$ , pentru orice număr real  $x$ .
- 5p** 4. Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $x * \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$ .
- 5p** 5. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $2^x * 2^{x-1} = 1 - 2^{4040}$ .
- 5p** 6. Determinați numărul real  $x$ ,  $x > 0$ , pentru care  $\left(\lg x * \lg \frac{x}{10}\right) * \left(\lg \frac{x}{10} * \lg \frac{x}{100}\right) = x * 1$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -5 & -3 \end{pmatrix}$  și  $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -5 \end{pmatrix}$ .

- 5p** 1. Arătați că  $\det A = -5$ .
- 5p** 2. Arătați că  $A \cdot B = 5I_2$ .
- 5p** 3. Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $\det(A - xI_2) = 10$ .
- 5p** 4. Arătați că suma elementelor matricei  $A^{-1}$  este egală cu  $-1$ , unde  $A^{-1}$  este inversa matricei  $A$ .
- 5p** 5. Determinați matricea  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  pentru care  $B \cdot X = -20I_2$ .
- 5p** 6. Determinați numărul real  $x$  pentru care  $A \cdot (B \cdot B - I_2) - (A \cdot A - I_2) \cdot B = x(B - A)$ .

**Examenul național de bacalaureat 2021**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_pedagogic***

**Testul 5**

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că  $\frac{2}{2-\sqrt{3}} - \sqrt{3}(\sqrt{3}+2) = 1$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x - 6$ . Determinați numărul real  $a$ , știind că  $f(a) + f(2a) = f(9)$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $x + \sqrt{3x} = 2x$ .
- 5p** 4. Determinați câte numere naturale impare de trei cifre se pot forma cu cifre din mulțimea  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ .
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1, -3)$ ,  $B(5, 1)$  și dreapta  $d$  de ecuație  $x - 2y + a = 0$ , unde  $a$  este număr real. Determinați numărul real  $a$ , știind că mijlocul segmentului  $AB$  este situat pe dreapta  $d$ .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul  $ABC$ , dreptunghic în  $A$ , cu  $BC = 20$  și  $\sin B = \frac{4}{5}$ . Calculați aria triunghiului  $ABC$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x \circ y = 5xy - 5x - 5y + 6$ .

- 5p** 1. Arătați că  $1 \circ 5 = 1$ .
- 5p** 2. Arătați că  $x \circ y = 5(x-1)(y-1) + 1$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** 3. Arătați că  $e = \frac{6}{5}$  este elementul neutru al legii „ $\circ$ ”.
- 5p** 4. Determinați numărul real  $x$  pentru care  $\frac{4}{5} \circ x = \frac{6}{5}$ .
- 5p** 5. Determinați perechile  $(a, b)$  de numere naturale pentru care  $a \circ b = 21$ .
- 5p** 6. Calculați  $\frac{5}{1} \circ \frac{5}{2} \circ \frac{5}{3} \circ \dots \circ \frac{5}{9}$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $B(x) = 2xA - I_2$ , unde  $x$  este număr real.

- 5p** 1. Arătați că  $\det A = 8$ .
- 5p** 2. Arătați că  $A \cdot A = -8I_2$ .
- 5p** 3. Demonstrați că matricea  $B(x)$  este inversabilă, pentru orice număr real  $x$ .
- 5p** 4. Determinați numărul real  $x$  pentru care  $B(x) \cdot B\left(\frac{1}{2}\right) = 9I_2$ .
- 5p** 5. Arătați că  $xB(x) - yB(y) = (x-y)B(x+y)$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** 6. Determinați numărul întreg  $k$  pentru care  $B(1) - 2B(2) + 3B(3) - \dots - 20B(20) = kB(21)$ .

**Examenul național de bacalaureat 2021**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{pedagogic}$**

**Testul 6**

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că  $9 : \left( \frac{1}{2^3} - (-1)^3 \right) = 8$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax - 2$ , unde  $a$  este număr real. Arătați că, dacă punctul  $A(1,3)$  aparține graficului funcției  $f$ , atunci punctul  $B(-1,-7)$  aparține graficului funcției  $f$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $5^{2x-5} = 125$ .
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr  $n$  din mulțimea numerelor naturale de o cifră, numărul  $3^{n-3}$  să fie subunitar.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(-2,4)$ ,  $B(0,2)$ ,  $C(1,3)$  și  $D$ , astfel încât segmentele  $AB$  și  $CD$  au același mijloc. Determinați coordonatele punctului  $D$ .
- 5p** 6. Se consideră pătratul  $ABCD$  de latură 12 și punctul  $O$ , intersecția dreptelor  $AC$  și  $BD$ . Determinați aria triunghiului  $AMC$ , știind că  $M$  este mijlocul segmentului  $OB$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x \circ y = x^3 - x^2y - xy^2 + y^3$ .

- 5p** 1. Arătați că  $1 \circ (-2) = -9$ .
- 5p** 2. Arătați că  $x \circ y = (x+y)(x-y)^2$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** 3. Arătați că legea de compoziție „ $\circ$ ” este comutativă.
- 5p** 4. Arătați că  $x \circ (-x) = 0$ , pentru orice număr real  $x$ .
- 5p** 5. Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $(2x) \circ x = 24$ .
- 5p** 6. Determinați numerele naturale  $m$  și  $n$ , cu  $m > n$ , pentru care  $m \circ n = 9$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  și  $B = \begin{pmatrix} a & 2 \\ b & -3 \end{pmatrix}$ , unde  $a$  și  $b$  sunt numere reale.

- 5p** 1. Arătați că  $\det A = -1$ .
- 5p** 2. Pentru  $a = 3$  și  $b = -1$ , calculați  $3A - 2B$ .
- 5p** 3. Pentru  $a = -3$  și  $b = 2$ , arătați că  $A \cdot B = B \cdot A$ .
- 5p** 4. Determinați numerele reale  $a$  și  $b$  pentru care  $B \cdot B = I_2$ , unde  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p** 5. Arătați că  $\det(A - B) \leq -3$ , pentru orice numere naturale nenule  $a$  și  $b$ .
- 5p** 6. Arătați că, dacă numărul  $a$  este cu 5 mai mare decât numărul  $b$ , atunci  $\det(A \cdot B + B \cdot A) = 0$ .

**Examenul național de bacalaureat 2021**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{pedagogic}$**

**Testul 7**

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că media geometrică a numerelor  $a = 1 + \frac{1}{2}$  și  $b = 6\sqrt{16}$  este egală cu 6.
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 2x + 3$ . Determinați numărul real  $a$ ,  $a \neq -2$ , pentru care  $f(a) = f(-2)$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_5(3x - 15) = \log_5 2 + \log_5 3$ .
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, care au toate cifrele egale, acesta să fie multiplu de 9.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(-2, 2a)$  și  $B(5, 5a)$ , unde  $a$  este număr real. Determinați numărul real  $a$ , știind că lungimea segmentului  $AB$  este egală cu 7.
- 5p** 6. Arătați că  $2\sin^2 135^\circ - \sin 30^\circ - \cos 60^\circ = 0$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = 6 - x - y$ .

- 5p** 1. Arătați că  $5 * 2021 = -2020$ .
- 5p** 2. Arătați că  $(1 * x) * 1 = x$ , pentru orice număr real  $x$ .
- 5p** 3. Determinați numărul real  $x$  pentru care  $(x + 1) * (4x) = 15$ .
- 5p** 4. Arătați că  $(x * y) * (z * t) = x + y + z + t - 6$ , pentru orice numere reale  $x, y, z$  și  $t$ .
- 5p** 5. Determinați valorile reale ale lui  $x$  pentru care  $x^2 * (-x) \geq 0$ .
- 5p** 6. Determinați numărul natural  $n$  pentru care  $(2^{n^2} * 2^{n^2}) * (2^{n^2} * 2^{n^2}) = 2$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

Se consideră matricea  $A(x, y) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ -1 & x + y \end{pmatrix}$ , unde  $x$  și  $y$  sunt numere reale.

- 5p** 1. Arătați că  $\det(A(-1, 3)) = -1$ .
- 5p** 2. Arătați că  $2A(1, 1) - A(2, 2) = A(0, 0)$ .
- 5p** 3. Arătați că  $A(0, 0) \cdot A(1, 0) = A(-1, 0)$ .
- 5p** 4. Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $\det(A(x, 1) - xA(1, 1)) = 9$ .
- 5p** 5. Demonstrați că  $\det(A(x, y)) + \det(A(y, x)) \geq 2$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** 6. Determinați numerele reale  $x$  și  $y$  pentru care  $A(x, y) \cdot A(-y, -x) = A(0, -1)$ .

**Examenul național de bacalaureat 2021**  
**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{pedagogic}$**

**Testul 8**

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că  $(2,5 - 0,7) : 2 + \left| -\frac{1}{10} \right| = 1$ , unde  $|x|$  reprezintă modulul numărului real  $x$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x - 4$ . Determinați numărul real  $a$  pentru care  $f(2a - 4) = f(a) + 4$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^{9-x} = 9^{3-x}$ .
- 5p** 4. După o ieftinire cu 45%, un produs costă 77 de lei. Determinați prețul produsului înainte de ieftinire.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1, -1)$ ,  $B(-5, 7)$  și  $C(7, 7)$ . Calculați aria triunghiului  $ABC$ .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul  $ABC$  cu  $AB = AC = 6$  și  $BC = 4$ . Calculați  $\cos A$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x \circ y = 4(x + y) - 2xy$ .

- 5p** 1. Arătați că  $(-2) \circ 3 = 16$ .
- 5p** 2. Arătați că legea de compoziție „ $\circ$ ” este comutativă.
- 5p** 3. Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $(1 - x) \circ x = 8$ .
- 5p** 4. Determinați cel mai mic număr natural  $n$  pentru care  $1 \circ n \geq 2021$ .
- 5p** 5. Determinați numărul întreg  $a$  pentru care numărul  $A = a \circ \sqrt{2}$  este întreg.
- 5p** 6. Se consideră numerele reale  $x$ ,  $y$  și  $z$ , termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice. Arătați că, pentru orice număr real  $m$ , numerele  $x \circ m$ ,  $y \circ m$  și  $z \circ m$  sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -8 \end{pmatrix}$  și  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

- 5p** 1. Arătați că  $\det A = 2$ .
- 5p** 2. Arătați că  $(A + B) \cdot (A + B) = 24I_2$ .
- 5p** 3. Determinați matricea  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  pentru care  $2(X - A) = 3(X - B)$ .
- 5p** 4. Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $\det(A + xI_2) = 2$ .
- 5p** 5. Arătați că, pentru orice număr natural nenul  $n$ , numărul  $N = \det((1 + n)A + (1 - n)B)$  este natural, multiplu de 8.
- 5p** 6. Determinați numărul real  $x$  pentru care  $A \cdot (A - xI_2) = B \cdot (B + xI_2)$ .



Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică *M\_pedagogic*

Testul 9

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că  $\sqrt{81} - \sqrt{196} + (3\sqrt{2})^2 : \sqrt{9} = 1$ .
- 5p 2. Se consideră funcțiile  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 2$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = x^2 + 5x + 2$ . Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor  $f$  și  $g$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{12-x} = \sqrt{3x}$ .
- 5p 4. Prețul unui obiect este de 400 de lei. Determinați prețul obiectului după două scumpiri succesive, cu 20%, respectiv cu 15%.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctul  $A(1,3)$  și dreapta  $d$  de ecuație  $y = 3x - 4$ . Arătați că dreapta  $OA$  este paralelă cu dreapta  $d$ .
- 5p 6. Se consideră triunghiul  $ABC$ , în care  $\sin A = \frac{1}{3}$ ,  $\sin B = \frac{1}{4}$  și  $BC = 8$ . Determinați lungimea laturii  $AC$  a triunghiului  $ABC$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x * y = 6x + 6y - 3xy - 10$ .

- 5p 1. Arătați că  $1 * 2 = 2$ .
- 5p 2. Arătați că  $x * y = 2 - 3(x-2)(y-2)$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p 3. Arătați că  $e = \frac{5}{3}$  este elementul neutru al legii de compoziție „\*”.
- 5p 4. Determinați numerele naturale  $n$  pentru care numărul  $N = 5 * n$  este natural.
- 5p 5. Calculați  $(-10) * (-9) * (-8) * \dots * 10$ .
- 5p 6. Determinați numerele reale nenule  $x$  pentru care  $\frac{1}{x} * (x^2 + 2) = 5$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $M(a) = \begin{pmatrix} a & 1 \\ a & 2a \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este număr real.

- 5p 1. Arătați că  $\det(M(1)) = 1$ .
- 5p 2. Arătați că  $4M(2) - M(-1) = 3M(3)$ .
- 5p 3. Arătați că  $A \cdot A + 7M(1) = 24I_2$ .
- 5p 4. Arătați că matricea  $A - 2I_2$  este inversa matricei  $M(1)$ .
- 5p 5. Determinați numerele reale  $a$  și  $b$  pentru care  $M(1) + M(2) + M(3) + \dots + M(9) = aM(b)$ .
- 5p 6. Arătați că  $\det(M(a) \cdot M(b) - M(b) \cdot M(a)) \leq 0$ , pentru orice numere reale  $a$  și  $b$ .

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică *M\_pedagogic*

Testul 10

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că  $\frac{1}{3} : \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} \right) - \frac{1}{3} : \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} - \frac{1}{5} = 3$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3 - 4x$ . Determinați valorile reale  $x$  pentru care  $f(x) \leq 5f(1)$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $8^{2x-1} = 32^x$ .
- 5p 4. Pentru cinci caiete de același tip și un bloc de desen s-au plătit 27 de lei. Știind că prețul unui caiet este 25% din prețul blocului de desen, determinați prețul blocului de desen.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(a,1)$  și  $B(4,a)$ , unde  $a$  este număr real. Determinați numărul real  $a$ ,  $a > 0$ , știind că punctul  $O$  aparține dreptei  $AB$ .
- 5p 6. Se consideră triunghiul dreptunghic  $ABC$ , în care  $AB = 5$  și lungimea catetei  $AC$  este cu 1 mai mică decât lungimea ipotenuzei  $BC$ . Determinați perimetrul triunghiului  $ABC$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = x^2 + y^2 - xy - 2x - 2y$ .

- 5p 1. Arătați că  $(-1) * 2 = 5$ .
- 5p 2. Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
- 5p 3. Arătați că  $(-x) * x = 3x^2$ , pentru orice număr real  $x$ .
- 5p 4. Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $x * 1 = 3$ .
- 5p 5. Determinați perechile  $(m, n)$  de numere naturale, cu  $m < n$ , pentru care  $m * m = n * n$ .
- 5p 6. Determinați numerele reale  $x$ ,  $x > 0$ , pentru care  $\lg x * \lg \frac{1}{x} = 9 \lg x$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $A = \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$  și  $B = \begin{pmatrix} 0 & 2a \\ 2 & a \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este număr real.

- 5p 1. Arătați că  $\det A = 4$ .
- 5p 2. Pentru  $a = -6$ , arătați că  $2A - B = 4I_2$ .
- 5p 3. Determinați numerele reale  $x$  și  $y$  pentru care  $A \cdot A = xA + yI_2$ .
- 5p 4. Arătați că suma elementelor matricei  $B \cdot A$  nu depinde de  $a$ .
- 5p 5. Determinați numerele naturale  $a$  pentru care numărul  $\det(A + B)$  este pătratul unui număr natural.
- 5p 6. Determinați numerele reale  $a$  pentru care  $(B + aI_2)(B - aI_2) = aB$ .

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică  $M_{pedagogic}$

Testul 11

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră progresia aritmetică  $(a_n)_{n \geq 1}$  cu  $a_1 = -2$  și  $a_3 = 4$ . Calculați termenul  $a_4$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax + 2$ , unde  $a$  este număr real nenul. Determinați numărul real  $a$  pentru care graficul funcției  $f$  intersectează axa  $Ox$  în punctul  $A(2,0)$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_8(7x+8) = 2$ .
- 5p 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr  $n$  din mulțimea numerelor naturale nenule de o cifră, numărul  $2n$  să fie număr natural de două cifre.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(-2,2)$ ,  $B(2,5)$  și  $C(5,1)$ . Arătați că triunghiul  $ABC$  este dreptunghic isoscel.
- 5p 6. Se consideră triunghiul  $ABC$ , cu  $AB = 17$ ,  $AC = 10$  și înălțimea  $AD = 8$ , unde punctul  $D$  aparține laturii  $BC$ . Determinați lungimea laturii  $BC$  a triunghiului  $ABC$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea  $M = [0, +\infty)$  se definește legea de compoziție  $x * y = \frac{x + y + 6}{xy + 1}$ .

- 5p 1. Arătați că  $1 * 2 = 3$ .
- 5p 2. Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
- 5p 3. Arătați că  $x * 1 > 1$ , pentru orice  $x \in M$ .
- 5p 4. Determinați numărul  $x \in M$  pentru care  $3 * x = \frac{1}{2}$ .
- 5p 5. Determinați  $x \in M$  pentru care  $x * x \geq 2$ .
- 5p 6. Determinați perechile  $(m, n)$  de numere naturale, cu  $m < n$ , pentru care  $m * n = 1$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$  și  $B(x) = \begin{pmatrix} 1 & x \\ -x & 0 \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.

- 5p 1. Arătați că  $\det A = -4$ .
- 5p 2. Arătați că  $B(-6) + 3B(2) = 4B(0)$ .
- 5p 3. Arătați că  $B(2) \cdot B(-2) - A = 4I_2$ .
- 5p 4. Arătați că  $\det(B(2x) + xA) = 0$ , pentru orice număr real  $x$ .
- 5p 5. Determinați matricea  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  cu proprietatea că  $B(1) \cdot X = A$ .
- 5p 6. Determinați perechile  $(m, n)$  de numere întregi,  $m \leq n$ , pentru care  $\det(B(m) \cdot B(n) + mnI_2) = 4$ .

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică *M\_pedagogic*

Testul 12

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că  $\sqrt{2}(\sqrt{6} + \sqrt{2}) + 2(1 - \sqrt{3}) = 4$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 4x - 1$ . Determinați numărul real  $a$  pentru care  $f(a) \cdot f(0) + f(3) = 0$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $16 \cdot 2^{2x} = 8^x$ .
- 5p 4. Determinați câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu cifre din mulțimea  $\{6, 7, 8, 9\}$ .
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(3, 4)$ ,  $B(-1, 4)$  și  $C(-1, -2)$ . Determinați aria triunghiului  $ABD$ , știind că punctul  $D$  este mijlocul segmentului  $AC$ .
- 5p 6. Arătați că  $(\operatorname{tg} 30^\circ + \operatorname{tg} 60^\circ) \sin 60^\circ = 2$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x * y = 9xy + x + y$ .

- 5p 1. Arătați că  $1 * 2 = 21$ .
- 5p 2. Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
- 5p 3. Arătați că  $e = 0$  este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.
- 5p 4. Determinați numărul real  $x$  pentru care  $(-1) * x = 15$ .
- 5p 5. Determinați simetricul elementului  $x = 1$  în raport cu legea de compoziție „ $*$ ”.
- 5p 6. Determinați numerele naturale  $n$  pentru care  $N = \frac{1}{3} * n * \frac{2}{3}$  este număr natural de două cifre.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$  și  $X(a) = \begin{pmatrix} 2 & a \\ a^2 & 1 \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este număr real.

- 5p 1. Arătați că  $\det A = 9$ .
- 5p 2. Arătați că  $A + X(2) = 3X(1)$ .
- 5p 3. Arătați că  $A \cdot A = 6A - 9I_2$ , unde  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p 4. Arătați că matricea  $M(a) = X(a) + X(-a)$  este inversabilă, pentru orice număr real  $a$ .
- 5p 5. Determinați numerele naturale  $n$  pentru care matricea  $B = X(-1) \cdot X(n)$  are toate elementele numere naturale.
- 5p 6. Determinați numărul real  $a$  pentru care  $\det(X(2a) - X(a)) = 3$ .