Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Test 1

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\sqrt{2}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{2}-1}+\frac{1}{\sqrt{2}+1}\right)=4$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+m$, unde m este număr natural. Determinați numerele naturale m pentru care $f(-1)\le 0$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2\lg x=\lg(2x+8)$.
5p	**4.** După o ieftinire cu 10% prețul unui obiect este 540 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de ieftinire.
5p	**5.** Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul $M(2,-2)$ și este perpendiculară pe dreapta d de ecuație $y=x$.
5p	**6.** Calculați perimetrul pătratului $ABCD$, știind că are diagonala $AC=2\sqrt{2}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=2xy-4(x+y)+7$.
5p	**1.** Arătați că $(-2)*2=-1$.
5p	**2.** Demonstrați că legea de compoziție „$*$” este comutativă.
5p	**3.** Demonstrați că $x*y=2(x-2)(y-2)-1$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**4.** Determinați numerele reale x pentru care $(x+1)*x=3$.
5p	**5.** Determinați numerele reale x pentru care $2^{2x}*2^{x}=-1$.
5p	**6.** Determinați valorile reale nenule ale lui x pentru care $x*\frac{1}{x}\le -1$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}2 & a\\ 0 & 2\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**1.** Arătați că $\det(A(a))=4$, pentru orice număr real a.
5p	**2.** Arătați că $A(0)\cdot A(2020)=2A(2020)$.
5p	**3.** Demonstrați că $A(-a)\cdot A(a)=4I_2$, pentru orice număr real a, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
5p	**4.** Determinați numerele naturale nenule m și n pentru care $A(m)\cdot A(n)=2A(2)$.
5p	**5.** Determinați numerele reale a pentru care $A(a^2)-2A(a)+A(-3)=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
5p	**6.** Demonstrați că există o infinitate de perechi de numere reale (x,y) pentru care $A(-3)\cdot\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2y\\ 2x+y\end{pmatrix}$.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 2

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{3}\right)\cdot\frac{6}{\sqrt{27}+\sqrt{8}}=1$.
5p	**2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+2$. Determinați numerele naturale n pentru care $f(n)\leq g(n)$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\lg\left(x^2+5\right)=\lg(4x+1)$.
5p	**4.** Un biciclist parcurge un traseu în trei etape. În prima etapă biciclistul parcurge 50% din traseu, în a doua etapă 25% din traseu, iar în a treia etapă restul de $10\,\text{km}$. Determinați lungimea traseului.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,0)$, $B(4,4)$ și $C(3,0)$. Calculați aria triunghiului ABC.
5p	**6.** Arătați că $\sqrt{3}\cdot\cos 30°+\sin 30°-2\sin^2 45°=1$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-\sqrt{2}x-\sqrt{2}y+\sqrt{2}+2$.
5p	**1.** Arătați că $\sqrt{2}*\left(-\sqrt{2}\right)=\sqrt{2}$.
5p	**2.** Demonstrați că $x*y=\left(x-\sqrt{2}\right)\left(y-\sqrt{2}\right)+\sqrt{2}$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**3.** Verificați dacă $e=1+\sqrt{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.
5p	**4.** Determinaţi numerele reale a pentru care $a*a=2+\sqrt{2}$.
5p	**5.** Determinaţi numerele reale x pentru care $4^x*2^x=\sqrt{2}$.
5p	**6.** Determinați valorile reale ale lui x pentru care $\left(x+\sqrt{2}\right)*\left(x-\sqrt{2}\right)\leq\sqrt{2}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2&0\\3&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2&x\\3&0\end{pmatrix}$ și $C=\begin{pmatrix}x&0\\0&1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**1.** Arătați că $\det A=2$.
5p	**2.** Determinați numărul real x pentru care $B+C=A$.
5p	**3.** Determinați numărul real x pentru care $\det(B-C)=0$.
5p	**4.** Demonstrați că $\det(B\cdot C-C\cdot B)=3x(x-1)^2$, pentru orice număr real x.
5p	**5.** Pentru $x=1$, arătați că inversa matricei B este matricea $\begin{pmatrix}0&\frac{1}{3}\\1&-\frac{2}{3}\end{pmatrix}$.
5p	**6.** Pentru $x=1$, rezolvați în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $B\cdot X\cdot C=A$.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Test 3

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $5\sqrt{3}-\sqrt{32}+\sqrt{18}+\sqrt{2}+\sqrt{4}-\sqrt{75}=2$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+m$, unde m este număr real**.** Determinați numărul real m, știind că punctul $A(1,1)$ aparține graficului funcției f.

5p **3.** Rezolvați în mulţimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2-9}=4$.

5p **4.** După o scumpire cu 20%, urmată de o ieftinire cu 180 de lei, prețul unui obiect este 300 de lei. Determinați prețul inițial al obiectului.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,0)$, $B(0,4)$ și $C(3,4)$. Determinați lungimea medianei din vârful C al triunghiului ABC.

5p **6.** Arătați că $\sqrt{3}\cdot\sin 60^\circ-\cos 60^\circ=1$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=2xy-2(x+y)$.

5p **1.** Arătați că $(-1)\circ 1=-2$.

5p **2.** Arătați că legea de compoziție „$\circ$” este comutativă.

5p **3.** Demonstrați că $x\circ y=2(x-1)(y-1)-2$, pentru orice numere reale x și y.

5p **4.** Determinați numărul real x pentru care $2\circ 2^x=0$.

5p **5.** Arătați că $(x+1)\circ(2x-1)>-4$, pentru orice număr real x.

5p **6.** Determinați perechile de numere naturale (m,n), știind că $m\circ n=12$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2&-2\\-1&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}6&-4\\-3&3\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$.

5p **1.** Arătați că $\det A=0$.

5p **2.** Arătați că $A\cdot A-B=\begin{pmatrix}0&-2\\0&0\end{pmatrix}$.

5p **3.** Demonstrați că $\det(A\cdot B-I_2)=\det(B\cdot A-I_2)$.

5p **4.** Determinați numărul real x, știind că $B-A+xI_2=\begin{pmatrix}2&-2\\-2&0\end{pmatrix}$.

5p **5.** Demonstrați că $\det(I_2+aA)+\det(I_2-aA)=2$, pentru orice număr real a.

5p **6.** Rezolvați în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuația $(I_2-A)\cdot X=A$.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 4

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\sqrt{64}-\left(\frac{1}{2}:0,5-1\right)=8$.
5p	**2.** Determinați cel mai mare element al mulțimii $A=\left\{x\in\mathbb{Z}\,\middle|\,x^2-3<2x\right\}$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2\left(x^2+x+1\right)=\log_2(3x)$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 17.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $M(0,1)$ și dreapta d de ecuație $y=x$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul M și este paralelă cu dreapta d.
5p	**6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=24$, $AC=10$, $BC=26$ și punctul D, mijlocul segmentului BC. Arătați că lungimea segmentului AD este egală cu 13.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-5(x+y)+30$.
5p	**1.** Arătați că $0*5=5$.
5p	**2.** Demonstrați că $x*y=(x-5)(y-5)+5$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**3.** Verificaţi dacă $e=6$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
5p	**4.** Determinaţi numerele reale x, știind că $(x-1)*(x+1)=8$.
5p	**5.** Determinaţi numerele reale x pentru care $5^{x^2}*5^{x^2}=5$.
5p	**6.** Dați exemplu de numere raționale p și q, care nu sunt întregi, pentru care numărul $p*q$ este întreg.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&0\\2&3\end{pmatrix}$, $B(x)=\begin{pmatrix}1&0\\x&1\end{pmatrix}$ și $C(x)=\begin{pmatrix}1&x\\2&3\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**1.** Arătați că $\det A=3$.
5p	**2.** Determinați numărul real x pentru care $C(x)\cdot B(x)=A$.
5p	**3.** Arătați că $C(x)\cdot B(x)-B(x)\cdot C(x)=\begin{pmatrix}x^2&0\\2x&-x^2\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x.
5p	**4.** Pentru $x=0$, determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X\cdot B(x)=A\cdot C(x)$.
5p	**5.** Demonstrați că, pentru orice număr întreg x, matricea $C(x)$ este inversabilă.
5p	**6.** Determinați numerele naturale x pentru care $\det\left(B(x)+C(x)\right)>0$.

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Test 5

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $2\cdot(18-2\cdot 9)+(2\cdot 9-8):2=5$.

5p **2.** Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor funcțiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2x-1$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(10-2x)=1$.

5p **4.** Determinaţi câte numere naturale pare de două cifre au ambele cifre nenule.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,2)$, $B(5,2)$ şi $C(5,6)$. Demonstrați că triunghiul ABC este isoscel.

5p **6.** Arătați că $(\sin 60°-\cos 60°)(\sin 60°+\cos 60°)=\frac{1}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulţimea numerelor reale se definește legea de compoziţie $x\circ y=xy+3x+3y+6$.

5p **1.** Arătați că $3\circ(-1)=9$.

5p **2.** Arătați că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.

5p **3.** Demonstrați că $x\circ y=(x+3)(y+3)-3$, pentru orice numere reale x și y.

5p **4.** Determinați numărul real a pentru care $a\circ x=a$, pentru orice număr real x.

5p **5.** Arătați că, dacă $x, y\in(-3,+\infty)$, atunci $x\circ y\in(-3,+\infty)$.

5p **6.** Determinați valorile reale ale lui x pentru care $(x+3)\circ(x-3)\le 37$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 5^a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **1.** Arătați că $\det(A(3))=125$.

5p **2.** Demonstrați că $A(a)\cdot A(b)=A(a+b)$, pentru orice numere reale a și b.

5p **3.** Arătați că $A(1)\cdot A(4)-A(2)\cdot A(3)=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

5p **4.** Demonstrați că matricea $A(a)$ este inversabilă, pentru orice număr real a.

5p **5.** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, astfel încât $A(2)\cdot X=A(0)$.

5p **6.** Determinați numerele naturale n pentru care $\det(A(n))\le\sqrt[3]{125}$.

Examenul de bacalaureat naţional 2020

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Test 6

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\sqrt{180}-\left(\sqrt{125}+\sqrt{5}\right)=0$.

5p **2.** Determinaţi abscisele punctelor de intersecţie a graficelor funcțiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x-3$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x^2$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $7^{4x-2}=49$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie pătratul unui număr natural.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,4)$, $B(6,4)$ şi $C(6,7)$. Demonstrați că ΔABC este isoscel.

5p **6.** Arătați că $\left(\cos 30°-\sin 30°\right)^2+\cos 30°=1$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulţimea numerelor reale se definește legea de compoziţie asociativă $x\circ y=xy-3(x+y)+12$.

5p **1.** Arătați că $2020\circ 4=2020$.

5p **2.** Demonstrați că $3\circ x=3$, pentru orice număr real x.

5p **3.** Demonstrați că $x\circ y=(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x și y.

5p **4.** Determinați numerele reale x pentru care $x\circ x=x$.

5p **5.** Arătați că $x\circ y\geq 3$, pentru orice $x\geq 3$ și $y\geq 3$.

5p **6.** Calculați $\sqrt{1}\circ\sqrt{2}\circ\sqrt{3}\circ\ldots\circ\sqrt{2020}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}0 & 3\\ 6 & 9\end{pmatrix}$ şi $B(x)=\begin{pmatrix}2 & x\\ 2+x & 4\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **1.** Arătați că $\det A=-18$.

5p **2.** Arătați că $A\cdot B(0)-B(0)\cdot A=6\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$.

5p **3.** Arătați că $\det\left(B(x)\right)=(2-x)(x+4)$, pentru orice număr real x.

5p **4.** Arătați că $\det\left(A+B(2)\right)<\det A+\det\left(B(2)\right)$.

5p **5.** Demonstrați că $B(x)\cdot B(y)=B(y)\cdot B(x)$ dacă și numai dacă $x=y$.

5p **6.** Determinați numărul natural nenul n pentru care $B(1)+B(2)+B(3)+\ldots+B(n)=\begin{pmatrix}200 & 5050\\ 5250 & 400\end{pmatrix}$.

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Test 7

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Determinați a 2020-a zecimală a numărului $\frac{5}{6}$.
5p	**2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-3$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x^2-1$. Determinați numerele naturale x pentru care $f(x)\geq g(x)$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{5-x}=\sqrt{x+1}$.
5p	**4.** Dacă elevii unei clase se așază câte trei în bancă, rămân patru bănci libere, iar dacă se așază câte doi în bancă, un elev rămâne singur în bancă și nu rămân bănci libere. Determinați numărul de bănci din această sală de clasă.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(7,0)$, $B(4,4)$ și $C(2,0)$. Calculați distanța de la punctul C la dreapta AB.
5p	**6.** Arătați că $\sqrt{3}\sin 60^\circ-\frac{4}{\sqrt{3}}\sin 60^\circ\cos 60^\circ+\cos 60^\circ=1$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x\circ y=2xy-6(x+y)+21$.
5p	**1.** Arătați că $(-1)\circ 3=3$.
5p	**2.** Demonstrați că $x\circ y=2(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**3.** Verificați dacă $e=\frac{7}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.
5p	**4.** Determinați mulțimea numerelor întregi a pentru care $(a+3)\circ(a-3)<3$.
5p	**5.** Determinați numărul real x pentru care $x\circ x\circ x=7$.
5p	**6.** Determinați perechile (m,n) de numere naturale pentru care $m\circ n=5$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$, $O_2=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}1&-2\\0&1\end{pmatrix}$.
5p	**1.** Calculaţi $\det A$.
5p	**2.** Arătaţi că $A^2-2A+I_2=O_2$, unde $A^2=A\cdot A$.
5p	**3.** Determinaţi numerele reale m pentru care $\det\left((m-1)A\right)=m+1$.
5p	**4.** Arătaţi că $A\cdot B=B\cdot A=I_2$.
5p	**5.** Demonstrați că, dacă $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $A\cdot X=X\cdot A$, atunci $X=\begin{pmatrix}a&b\\0&a\end{pmatrix}$, unde a și b sunt numere reale.
5p	**6.** Determinaţi numerele reale x şi y, ştiind că $xA+yB=\begin{pmatrix}5&-2\\0&5\end{pmatrix}$.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 8

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $2-\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{1}{12}\right)=0$.
5p	**2.** Determinați numărul real a, știind că punctul $A(a,a)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-x+1$.
5p	**3.** Rezolvați în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2-25}=2\sqrt{6}$.
5p	**4.** La dublul unui număr adunăm 10, iar rezultatul îl înmulțim cu 7. Din noul rezultat scădem 56 și obținem 28. Determinați numărul inițial.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,-2)$, $B(-3,6)$ și $C(1,0)$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul C și prin mijlocul segmentului AB.
5p	**6.** Arătați că $16\sin^2 60°\cos^2 60°+\sin 60°-\sqrt{3}\cdot\cos 60°=3$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=2xy+2x+2y$.
5p	**1.** Arătați că $1\circ 2=10$.
5p	**2.** Demonstrați că $x\circ y=2(x+1)(y+1)-2$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**3.** Arătați că $x\circ(-1)=-2$, pentru orice număr real x.
5p	**4.** Determinați $x\in(0,+\infty)$ pentru care $\log_2 x\circ\log_2 x=-2$.
5p	**5.** Arătați că $(2x+1)\circ x\geq -2$, pentru orice număr real x.
5p	**6.** Determinați numerele naturale m și n, $m<n$, pentru care $m\circ n=10$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -2 & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & 3\\ -4 & -6\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
5p	**1.** Arătați că $\det A=0$.
5p	**2.** Calculați $\det(A+B)$.
5p	**3.** Arătați că $A\cdot A=A$.
5p	**4.** Calculați $\det(A\cdot B-B\cdot A)$.
5p	**5.** Determinați numerele reale x pentru care $\det(B\cdot B+xI_2)=0$.
5p	**6.** Determinați numerele reale p și q, știind că $(A+B)(A+B)=pA+qB+B\cdot A$.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 9

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\sqrt{32}-\sqrt{18}-\sqrt{8}+\sqrt{2}=0$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=5x+a$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care $f(2)=10$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{7x-12}=x$.

5p **4.** Determinați câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu cifre nenule.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuație $y=x-4$. Determinați distanța dintre punctele de intersecție a dreptei d cu axele Ox, respectiv Oy.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=5$, $AC=12$ și $BC=13$. Calculați aria triunghiului ABC.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=xy-(x+y)+2$.

5p **1.** Arătați că $1*(-1)=1$.

5p **2.** Demonstrați că $x*y=(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x și y.

5p **3.** Verificați dacă $e=2$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.

5p **4.** Verificați dacă $\frac{4}{3}$ este simetricul lui 4 în raport cu legea de compoziție „$*$”.

5p **5.** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $x*x\le x$.

5p **6.** Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale nenule mai mici decât 11, acesta să verifice egalitatea $n*n*n=n$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-2 & 2\\ -3 & 3\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $M(x)=I_2+xA$, unde x este număr real.

5p **1.** Arătați că $\det(M(0))=1$.

5p **2.** Arătați că $M(1)-M(3)=M(3)-M(5)$.

5p **3.** Arătați că $A\cdot A=A$.

5p **4.** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $\det\left(M\left(x^2\right)\right)<5$.

5p **5.** Demonstrați că $M(x)\cdot M(y)=M(x+y+xy)$, pentru orice numere reale x și y.

5p **6.** Determinați numerele întregi m și n, $m<n$, pentru care $M(m)\cdot M(n)=M(2)$.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 10

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Calculați suma primilor patru termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq1}$, știind că $a_1=3$ și $a_4=9$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+4$. Determinați numărul real a pentru care $f(-1)+f(0)+f(1)=f(a)$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x-3)+\log_3(x+3)=3$.
5p	**4.** Prețul unui obiect este 1200 de lei. Determinați prețul obiectului după ce acesta se scumpește de două ori, succesiv, cu câte 10%.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,0)$, $B(0,4)$, $C(-3,0)$ și $D(0,-4)$. Calculați perimetrul patrulaterului $ABCD$.
5p	**6.** Calculați aria triunghiului ABC, știind că $m(\sphericalangle B)=45^\circ$, $m(\sphericalangle C)=45^\circ$ și $BC=5\sqrt{2}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=x+y-3$.
5p	**1.** Calculați $1*(-1)$.
5p	**2.** Verificați dacă legea de compoziție „$*$” este comutativă.
5p	**3.** Arătați că legea de compoziție „$*$” este asociativă.
5p	**4.** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $(x-1)*(x+1)\leq1$.
5p	**5.** Determinați numărul real x pentru care $4^x*2^{x+1}=5$.
5p	**6.** Determinați numerele reale x și y pentru care $(x-1)*(y+2)=3$ și $(2x)*(y-2)=2$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricea $A(x,y)=\begin{pmatrix}1 & 1\\ x & y\end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.
5p	**1.** Arătați că $\det(A(0,0))=0$.
5p	**2.** Calculați $A(0,0)\cdot A(1,1)$.
5p	**3.** Arătați că $\det(A(x,y))+\det(A(y,x))=0$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**4.** Determinați numerele reale x și y pentru care $A(x,y)\cdot A(x,y)=2A(x,y)$.
5p	**5.** Determinați numărul natural nenul n pentru care $A(1,1)+A(2,2)+\ldots+A(n,n)=nA(4,4)$.
5p	**6.** Determinați numărul perechilor (m,n) de numere naturale pentru care suma elementelor matricei $A(m,n)$ este egală cu 102.

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 11

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\left(2-\left(\frac{1}{3}\right)^2\right):\frac{17}{9}=1$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x+a$, unde a este număr real. Arătați că, pentru orice număr real a, $f(2)-f(-2)=16$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x^2+3}=3^{4x}$.
5p	**4.** Prețul unui obiect este 120 de lei. Determinați prețul obiectului după ce se scumpește de două ori, succesiv, cu câte 5%.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,7)$ şi $B(3,-7)$. Determinaţi distanţa de la punctul O la punctul C, unde C este mijlocul segmentului AB.
5p	**6.** Calculaţi aria triunghiului ABC, ştiind că $m(\sphericalangle B)=45°$, $AB=5$ şi $AC=5$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulţimea numerelor reale se definește legea de compoziţie $x*y=x+y-2020$.
5p	**1.** Arătați că $2000*20=0$.
5p	**2.** Arătați că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
5p	**3.** Demonstrați că $a*(a+2020)=(a+1010)*(a+1010)$, pentru orice număr real a.
5p	**4.** Determinaţi numărul real x, știind că $4^x*2^x=-2014$.
5p	**5.** Determinaţi cel mai mare număr natural n pentru care $n*n\le n$.
5p	**6.** Arătaţi că numărul $\frac{2}{3-\sqrt{5}}*\frac{2}{3+\sqrt{5}}$ este întreg.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&3\\3&3\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$.
5p	**1.** Arătați că $\det A=-6$.
5p	**2.** Arătați că $A\cdot B=I_2$, unde matricea $B=\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}&\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}&-\frac{1}{6}\end{pmatrix}$.
5p	**3.** Arătați că $A\cdot A-4A=6I_2$.
5p	**4.** Determinaţi numerele reale x, știind că $\det(A-xI_2)=-1$.
5p	**5.** Determinaţi numărul real a, știind că $A\cdot A\cdot A=aA+24I_2$.
5p	**6.** Determinați numerele reale a și b pentru care $A\cdot X=X\cdot A$, unde $X=\begin{pmatrix}2&1\\a&b\end{pmatrix}$.

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 12

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\sqrt{16}+\sqrt{49}-\sqrt{121}=0$.
5p	**2.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale inecuaţia $5(x+2)\le 15$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(2x-8)=\frac{1}{\log_2 3}$.
5p	**4.** Prețul unui obiect este 100 de lei. Determinați prețul obiectului după ce se ieftinește de două ori, succesiv, cu câte 10%.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,4)$, $B(6,8)$ și $C(6,4)$. Arătați că patrulaterul $ABCO$ este paralelogram.
5p	**6.** Calculaţi aria triunghiului ABC, ştiind că $m(\sphericalangle A)=60^\circ$, $AB=8$ şi $AC=8$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-15$.
5p	**1.** Arătaţi că $(-2)*17=0$.
5p	**2.** Arătaţi că legea de compoziție „$*$” este asociativă.
5p	**3.** Arătaţi că $(1*2)*(8*9)=(1*9)*(2*8)$.
5p	**4.** Determinaţi numărul real x pentru care $(x*x)*x=x$.
5p	**5.** Determinaţi numărul real x pentru care $9^x*3^x=-3$.
5p	**6.** Demonstrați că $x^2*\frac{1}{x^2}\ge -13$, pentru orice număr real nenul x.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $A(a)=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & a\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**1.** Arătaţi că $\det(A(1))=-5$.
5p	**2.** Determinaţi numerele reale a, știind că $\det(aA(a))=0$.
5p	**3.** Arătați că $\det(A(a)\cdot B-B\cdot A(a))=-9$, pentru orice număr real a.
5p	**4.** Demonstrați că $A(a-1)+A(a+1)=2A(a)$, pentru orice număr real a.
5p	**5.** Determinaţi numărul real a, știind că $\det(A(a)+B)=a$.
5p	**6.** Determinaţi numărul natural nenul n pentru care $A(1)+A(2)+\ldots+A(n)=11A(6)$.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Test 13

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $4\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)=1$.
5p	**2.** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x, pentru care $f(x)\geq g(x)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+4$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $11^{4x^2+3x}=11$.
5p	**4.** O firmă folosește 5000 de lei pentru publicitate, sumă care reprezintă 5% din profitul anual al firmei. Calculați profitul anual al firmei.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,0)$, $B(7,4)$ și $C(1,4)$. Calculați perimetrul triunghiului ABC.
5p	**6.** Arătați că $\sin^2 30^\circ+\cos^2 60^\circ-\cos 60^\circ=0$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=x+y+50$.
5p	**1.** Arătați că $(-1)\circ 1=50$.
5p	**2.** Arătați că legea de compoziție „$\circ$” este asociativă.
5p	**3.** Verificați dacă $e=-50$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.
5p	**4.** Determinați numerele reale x pentru care $x^2\circ x=92$.
5p	**5.** Demonstrați că $\left(x^2-y-50\right)\circ\left(x-y^2\right)=(x-y)(x+y+1)$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**6.** Determinați numerele naturale m și n, știind că $\left(\left(m^2-n-50\right)\circ\left(m-n^2\right)\right)\circ(m-n)=57$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $O_2=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}1&a^2\\a^2&1\end{pmatrix}$, unde a este număr real pozitiv.
5p	**1.** Arătați că $\det(A(0))=1$.
5p	**2.** Determinați numărul real pozitiv a pentru care $\det(A(a))=0$.
5p	**3.** Arătați că $A(1)\cdot A(1)-2A(1)=O_2$.
5p	**4.** Determinați numărul real pozitiv a pentru care $A\left(\sqrt{2}\right)\cdot A(a)=3A(1)$.
5p	**5.** Demonstrați că $\det\left(A(a)-A(0)\right)\leq 0$, pentru orice număr real pozitiv a.
5p	**6.** Determinați perechile (a,b) de numere reale pozitive, știind că $A\left(\sqrt{a}\right)\cdot A\left(\sqrt{b}\right)=A(2)+A\left(\frac{1}{2}\right)$.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 14

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\sqrt{48}-\sqrt{27}+\sqrt{75}-\sqrt{108}=0$.
5p	**2.** Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor funcțiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-2$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=3-2x$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{8-3x}=25$.
5p	**4.** Determinaţi câte numere naturale pare de două cifre se pot forma cu cifrele 1, 2, 3, 4 și 5.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,4)$, $B(5,4)$ și $C(5,8)$. Arătați că triunghiul ABC este isoscel.
5p	**6.** Calculaţi $E=\sin 45°\cdot\cos 45°+\cos 60°-\sin^2 45°+\cos^2 45°$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy-(x+y)+1$.
5p	**1.** Arătați că $1\circ 2020=0$.
5p	**2.** Arătați că legea de compoziție „$\circ$” este comutativă.
5p	**3.** Demonstrați că $x\circ y=(x-1)(y-1)$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**4.** Determinați numerele reale x pentru care $(x-1)\circ x=0$.
5p	**5.** Arătați că $x^2\circ x^2=(x-1)^2(x+1)^2$, pentru orice număr real x.
5p	**6.** Determinați perechile (a,b) de numere naturale, știind că $a\circ b=3$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2&1\\-4&-2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ și $M(x)=xI_2+A$, unde x este număr real.
5p	**1.** Arătați că $\det A=0$.
5p	**2.** Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(M(x))=16$.
5p	**3.** Arătați că $M(-1)+M(0)+M(1)=3A$.
5p	**4.** Demonstrați că $M(x)\cdot M(y)=xyI_2+(x+y)A$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**5.** Determinaţi mulţimea valorilor reale ale lui x pentru care $\det(M(x)-xA)\le 3x-2$.
5p	**6.** Determinaţi numărul natural n pentru care $M(1)+M(2)+\ldots+M(n)=9M(5)$.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 15

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p	**1.** Arătați că $\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)-\left(\sqrt{2}-1\right)^2-\left(2\sqrt{2}-3\right)=1$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-5$. Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale inecuaţia $f(x)\le 2$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_4\left(x^3+1\right)=\log_4 9$.
5p	**4.** Determinaţi câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu elementele mulţimii $A=\{1,2,3,4,5\}$.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,4)$ şi $B(-6,4)$. Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului OM, unde M este mijlocul segmentului AB.
5p	**6.** Calculați lungimea laturii BC a triunghiului ABC dreptunghic în A, știind că $AB=7$ și $m(\sphericalangle B)=60^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-4(x+y)+20$.

5p	**1.** Arătați că $4*2020=4$.
5p	**2.** Demonstrați că $x*y=(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**3.** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $x*x\le 5$.
5p	**4.** Arătați că $e=5$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
5p	**5.** Determinați numerele reale x pentru care $4^x*x=4$.
5p	**6.** Arătați că $1*2*3*4*\ldots*2020=4$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

Se consideră matricea $M(x)=\begin{pmatrix}1 & x\\ 2x & x+1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p	**1.** Arătați că $\det\left(M(2)\right)=-5$.
5p	**2.** Demonstrați că $M(x)+M(x+2)=2M(x+1)$, pentru orice număr real x.
5p	**3.** Determinați numerele reale x pentru care $\det\left(M(x)\right)=0$.
5p	**4.** Arătați că $M(x)\cdot M(y)=M(y)\cdot M(x)$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**5.** Determinați numărul real x pentru care $M(x)\cdot M(-x)=M(0)$.
5p	**6.** Determinați numărul natural nenul n, știind că suma numerelor întregi x care verifică inegalitatea $\det\left(nM(x)-xM(n)\right)\le n^2$ este egală cu 36.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 16

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^0+\left(\frac{1}{2}\right)^1+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^3+\left(\frac{1}{2}\right)^4\right):\frac{31}{16}=1$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=mx+1$, unde m este număr real. Determinați numărul real m pentru care $f(2)+f(1)=-1$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $7^{x^2+1}=7^{4x-2}$.
5p	**4.** Prețul unui obiect este 80 de lei. Determinați prețul obiectului după ce se scumpește de două ori, succesiv, cu câte 10%.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,4)$ și $B(5,-4)$. Determinați aria triunghiului AOB.
5p	**6.** Calculați perimetrul triunghiului ABC, știind că $m(\sphericalangle A)=60^\circ$, $m(\sphericalangle B)=60^\circ$ și $BC=10$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=x+y-9$.
5p	**1.** Arătați că $2*7=0$.
5p	**2.** Arătați că legea de compoziție „$*$” este asociativă.
5p	**3.** Demonstrați că $x*(x+9)=(x+5)*(x+4)$, pentru orice număr real x.
5p	**4.** Determinați numărul real x pentru care $5^x*25^x=21$.
5p	**5.** Determinați numerele naturale n pentru care $(n*n)*n<-12$.
5p	**6.** Arătați că numărul $\frac{3}{2-\sqrt{3}}*\frac{3}{2+\sqrt{3}}$ este natural.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&-1\\3&0\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ și $M(x,y)=\begin{pmatrix}x&y\\3&4\end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.
5p	**1.** Arătați că $\det A=3$.
5p	**2.** Determinați numerele reale x și y astfel încât $M(x,y)=A+4I_2$.
5p	**3.** Determinați numărul real y pentru care $\det(M(0,y))=9$.
5p	**4.** Arătați că $A\cdot A\cdot A-A\cdot A=-3A$.
5p	**5.** Determinați numerele reale x și y, știind că $A\cdot M(x,y)=M(x,y)\cdot A$.
5p	**6.** Demonstrați că, dacă m și n sunt numere întregi pentru care $M(m,-n)\cdot M(-m,n)=\begin{pmatrix}-1&0\\0&1\end{pmatrix}$, atunci numărul $N=m-n$ este pătratul unui număr natural.

Examenul de bacalaureat naţional 2020

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Test 17

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\sqrt{63}-\sqrt{28}-\sqrt{7}\left(\sqrt{7}+1\right)+\sqrt{81}=2$.
5p	**2.** Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor funcțiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=5-2x$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(x-5)=\dfrac{1}{\log_2 5}$.
5p	**4.** Determinaţi câte numere naturale pare, de două cifre, se pot forma cu cifrele 1, 2, 3, 4, 5 şi 6.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,3)$, $B(8,0)$ şi $C(4,-3)$. Arătaţi că patrulaterul $AOCB$ este romb.
5p	**6.** Arătați că $\sin 30°-\sin 45°\cdot\cos 45°=0$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y+xy$.
5p	**1.** Arătaţi că $(-10)*10=-100$.
5p	**2.** Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
5p	**3.** Verificați dacă $e=0$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
5p	**4.** Arătaţi că $x*x=(x+1)^2-1$, pentru orice număr real x.
5p	**5.** Determinaţi numerele reale x pentru care $(x*x)*(x*x)=0$.
5p	**6.** Demonstrați că $x*(x+1)\geq x$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}a&2\\1&a+1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**1.** Arătaţi că $\det\left(A(0)\right)=-2$.
5p	**2.** Determinaţi numerele reale a, știind că $\det\left(A(a)\right)=0$.
5p	**3.** Arătaţi că $(2a+1)A(a)-A(a)\cdot A(a)=\left(a^2+a-2\right)I_2$, pentru orice număr real a.
5p	**4.** Demonstrați că $A(5a-1)+A(5a+1)=2A(5a)$, pentru orice număr real a.
5p	**5.** Determinaţi mulțimea valorilor reale ale lui a pentru care $\det\left(A(a)-I_2\right)<0$.
5p	**6.** Demonstrați că, pentru orice număr natural nenul n, numărul natural $\det\left(A(n)\right)$ este par.

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Test 18

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\frac{22+\left(\sqrt{2}\right)^2}{4}-\frac{22-\left(\sqrt{2}\right)^2}{5}=2$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+3$. Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $f(3x+1)\le f(x)$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x=\sqrt{3x-2}$.

5p **4.** După o ieftinire cu 20% prețul unui obiect este 28 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de ieftinire.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(3,4)$ și dreapta d de ecuație $y=2x-1$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul A și este paralelă cu dreapta d.

5p **6.** Calculați aria triunghiului isoscel ABC, știind că $m(\sphericalangle A)=90°$ și $BC=8$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=6^x\cdot 6^y$.

5p **1.** Arătați că $(-2020)*2020=1$.

5p **2.** Demonstrați că legea de compoziţie „$*$” este comutativă.

5p **3.** Verificaţi dacă $x*(-x)=1$, pentru orice număr real x.

5p **4.** Determinaţi numărul real x pentru care $x*x=36$.

5p **5.** Determinaţi numărul real x pentru care $(x-6)*(6-x)=6^x$.

5p **6.** Dați exemplu de numere iraționale p și q pentru care numărul $p*q$ este rațional.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $M(a)=aA+I_2$, unde a este număr real.

5p **1.** Arătați că $\det A=5$.

5p **2.** Arătați că $A\cdot A-4A+5I_2=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

5p **3.** Calculaţi $M(1)\cdot M(-1)$.

5p **4.** Arătați că $M(a-1)+M(a+1)=2M(a)$, pentru orice număr real a.

5p **5.** Determinaţi numărul real a pentru care $M(a)\cdot M(a)=M(0)$.

5p **6.** Demonstrați că $\det\left(M(a)\right)>0$, pentru orice număr real a.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 19

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right)\left(1-\frac{1}{6}\right)=\frac{1}{6}$.

5p **2.** Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficelor funcțiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+2x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=1$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{12-3x}=9^{-3}$.

5p **4.** Determinați câte numere naturale pare de două cifre se pot forma cu elementele mulțimii $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,0)$, $B(8,3)$ și $C(0,3)$. Calculați perimetrul triunghiului ABC.

5p **6.** Arătați că $2\sin^2 30°-\cos^2 45°=0$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x\circ y=xy+3x+3y+6$.

5p **1.** Arătați că $2020\circ(-3)=-3$.

5p **2.** Demonstrați că $x\circ y=(x+3)(y+3)-3$, pentru orice numere reale x și y.

5p **3.** Arătați că $(-3)\circ x=-3$, pentru orice număr real x.

5p **4.** Verificați dacă $e=-2$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.

5p **5.** Calculați $(-3)\circ(-2)\circ(-1)\circ 0\circ 1\circ 2\circ 3$.

5p **6.** Determinați numerele reale x pentru care $x\circ x=1$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}5 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **1.** Arătați că $\det A=1$.

5p **2.** Arătați că $A\cdot A-6A=-I_2$.

5p **3.** Determinați numerele reale x pentru care $\det(xA)=4$.

5p **4.** Arătați că $\det(A\cdot A-6A+aI_2)\geq 0$, pentru orice număr real a.

5p **5.** Determinați numerele reale m pentru care $m(\det(A+I_2)+\det(A-I_2))=\det(mA)$.

5p **6.** Determinați perechile (m,n) de numere întregi, știind că $\det(mA)-\det(nA)=8$.

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 20

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătaţi că $\left(\frac{1}{\sqrt{2}-1}-\frac{1}{\sqrt{2}+1}\right)\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2=1$.

5p **2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+2x$. Determinaţi mulţimea valorilor reale ale lui x pentru care $f(x+1)-f(x)\le 7$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2\left(x^3-8\right)=\frac{1}{\log_{19}2}$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 12.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-5,5)$, $B(5,5)$ şi C. Arătaţi că, dacă $AC=BC$, atunci punctul C este situat pe axa Oy.

5p **6.** Calculaţi lungimea catetei AB a triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că $BC=8$ şi $m(\sphericalangle B)=30^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-20$.

5p **1.** Arătaţi că $20*1=1$.

5p **2.** Demonstraţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.

5p **3.** Verificaţi dacă $e=20$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.

5p **4.** Determinaţi numărul real x, ştiind că $(2x-1)*x=21$.

5p **5.** Determinaţi numărul real x pentru care $9^x*3^x=-8$.

5p **6.** Arătaţi că $x^2*(2x+21)\ge 0$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1 & a\\ a & 0\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **1.** Arătaţi că $\det\left(A(0)\right)=0$.

5p **2.** Determinaţi numărul real a, ştiind că $A(a)+A(a+1)=2A(-1)$.

5p **3.** Arătaţi că $A(1)+A(2)+A(3)+\ldots+A(2020)=2020\cdot A\left(\frac{2021}{2}\right)$.

5p **4.** Arătaţi că $\det\left(A(a)\cdot A(b)\right)-\det\left(A(a)+A(b)\right)\ge 0$, pentru orice numere reale a şi b.

5p **5.** Demonstraţi că $\det\left(A(x)\cdot A(y)-A(y)\cdot A(x)\right)\ge 0$, pentru orice numere reale x şi y.

5p **6.** Determinaţi numerele reale a pentru care $\det\left(A(a)\right)+\det\left(A(a)\cdot A(a)\right)=0$.