EXAMENUL NAŢIONAL DE DEFINITIVARE ÎN ÎNVĂŢĂMÂNT
14 iulie 2021

Probă scrisă
MATEMATICĂ

Varianta 3

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

- **Se punctează orice modalitate de rezolvare corectă a cerinţelor, în limita punctajului maxim corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(60 de puncte)**

1.	**a)** Dacă $x_1 = k$, $k \in \mathbb{Z}$, este soluție a ecuației, atunci $k^2 + k + m = 0 \Rightarrow m = -k^2 - k$ și, cum $k \in \mathbb{Z}$, obținem $m \in \mathbb{Z}$	**4p**
	$m = -k(k+1)$, deci numărul întreg m este divizibil cu 2	**3p**
	b) $x_1^3 + x_1^2 = -mx_1$, $x_2^3 + x_2^2 = -mx_2$, $x_1 + x_2 = -1$, $m \in \mathbb{R}^*$	**3p**
	$x_1x_2 = m \Rightarrow \dfrac{x_1^2+1}{x_1^3+x_1^2} + \dfrac{x_2^2+1}{x_2^3+x_2^2} = -\dfrac{1}{m}\left(\dfrac{x_1^2+1}{x_1} + \dfrac{x_2^2+1}{x_2}\right) = \dfrac{m+1}{m^2}$, $m \in \mathbb{R}^*$	**3p**
	$\dfrac{m+1}{m^2} = -\dfrac{1}{4} \Leftrightarrow m^2 + 4m + 4 = 0$, de unde obținem $m = -2$	**2p**
2.	**a)** AD este bisectoarea unghiului BAC, deci $\sphericalangle BAD \equiv \sphericalangle CAD$	**2p**
	Triunghiurile MAN și MAP sunt dreptunghice, au latura AM comună și $\sphericalangle MAN \equiv \sphericalangle MAP$	**3p**
	$\Delta MAN \equiv \Delta MAP$, de unde obținem $AN \equiv AP$	**2p**
	b) Dacă $DQ \perp AC$, $Q \in AC$, obținem că $MP \parallel DQ$ și, cum $AM = MD$, obținem că MP este linie mijlocie în ΔADQ, deci punctul P este mijlocul segmentului AQ	**3p**
	$AP = PQ$, $AN = AP$ și $AC = 3AN$, deci $PQ = QC$ și, cum $DQ \perp AC$, obținem că triunghiul DPC este isoscel, deci $DP = DC$	**3p**
	$\Delta ADN \equiv \Delta ADP$, deci $DN = DP$, de unde obținem că $DN = DC$, deci triunghiul CDN este isoscel	**2p**
3.	**a)** $x * y = \hat{2}xy + \hat{6}x + \hat{6}y + \hat{2} + \hat{5} =$	**3p**
	$= \hat{2}x(y+\hat{3}) + \hat{6}(y+\hat{3}) + \hat{5} = (y+\hat{3})(\hat{2}x+\hat{6}) + \hat{5} = \hat{2}(x+\hat{3})(y+\hat{3}) + \hat{5}$, pentru orice $x, y \in \mathbb{Z}_8$	**4p**
	b) $x * x = \hat{2}(x+\hat{3})^2 + \hat{5}$, pentru orice $x \in \mathbb{Z}_8$	**3p**
	$x * x * x * x = \hat{8}(x+\hat{3})^4 + \hat{5} = \hat{0} + \hat{5} = \hat{5}$, pentru orice $x \in \mathbb{Z}_8$	**3p**
	$x * x * x * x = x \Leftrightarrow x = \hat{5}$	**2p**
4.	**a)** $f'(x) = \dfrac{x^3 + 2 - 3x^3}{(x^3+2)^2} = \dfrac{2(1-x^3)}{(x^3+2)^2}$, $x \in [0,+\infty)$	**4p**
	Cum $x^3 > 1$, pentru orice $x > 1$, obținem că $f'(x) < 0$, pentru orice $x \in (1,+\infty)$, deci funcția f este strict descrescătoare pe $(1,+\infty)$	**3p**

	b) $\int_0^1 f^2(x)dx=\int_0^1 \frac{x^2}{\left(x^3+2\right)^2}dx=\frac{1}{3}\int_0^1 \frac{3x^2}{\left(x^3+2\right)^2}dx=$	**3p**
	$=\frac{1}{3}\int_0^1 \frac{\left(x^3+2\right)'}{\left(x^3+2\right)^2}dx=\frac{1}{3}\cdot\frac{-1}{x^3+2}\Big\|_0^1=$	**3p**
	$=\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{18}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Itemul de tip alegere multiplă elaborat:	
- menționarea competenţei specifice evaluate	**2p**
- respectarea formatului itemului	**2p**
- elaborarea răspunsului aşteptat (baremul de evaluare)	**3p**
- corectitudinea ştiinţifică a informaţiei de specialitate	**3p**
Itemul de tip întrebare structurată elaborat:	
- menționarea competenţei specifice evaluate	**2p**
- respectarea formatului itemului	**2p**
- elaborarea răspunsului aşteptat (baremul de evaluare)	**3p**
- corectitudinea ştiinţifică a informaţiei de specialitate	**3p**
Itemul de tip rezolvare de probleme elaborat:	
- menționarea competenţei specifice evaluate	**2p**
- respectarea formatului itemului	**2p**
- elaborarea răspunsului aşteptat (baremul de evaluare)	**3p**
- corectitudinea ştiinţifică a informaţiei de specialitate	**3p**