

MATEMATICĂ
FILIERA VOCAȚIONALĂ
CLASA a XII-a



REPERE METODOLOGICE
PENTRU APLICAREA CURRICULUMULUI ÎN
ANUL ȘCOLAR 2024 - 2025



REPERE METODOLOGICE
PENTRU APLICAREA CURRICULUMULUI ÎN
ANUL ȘCOLAR 2024 - 2025
MATEMATICĂ
FILIERA Vocațională
CLASA a XII-A

CUPRINS

SECȚIUNEA I PREMISE PENTRU APLICAREA CURRICULUMULUI LA CLASA a XII-a	3
I.1. Aspecte introductive	3
I.2. Perspectiva examenului național de bacalaureat – filiera vocațională, profilul pedagogic	4
SECȚIUNEA a II-a ORIENTAREA PROCESULUI EDUCATIV LA DISCIPLINA MATEMATICĂ - PROGRAMĂ 3	5
II.1. Exemplu de planificare calendaristică anuală	5
II.2. Elemente de proiectare didactică – exemplificare pentru unitatea de învățare „Aplicații ale integralelor definite”	8
II.3. Evaluare inițială	14
II.4. Elemente de organizare a timpului didactic – exemplificare pentru lecția „Volumul unui corp de rotație”	16
II.5. Evaluare sumativă	31
SECȚIUNEA a III-a ORIENTAREA PROCESULUI EDUCATIV LA DISCIPLINA MATEMATICĂ – PROGRAMĂ 4	33
III.1. Exemplu de planificare calendaristică anuală.....	33
III.2. Elemente de proiectare didactică – exemplificare pentru unitatea de învățare „Determinantul unei matrice pătratice de ordin cel mult 3, proprietăți”	37
III.3. Evaluare inițială.....	39
III.4. Elemente de organizare a timpului didactic – exemplificare pentru lecția „Determinantul unei matrice pătratice de ordin 2, proprietăți”	47
III.5. Evaluare sumativă	56
III.6. Activitate remedială.....	59
III.7. Test model bacalaureat	62



SECȚIUNEA a IV-a ORIENTAREA PROCESULUI EDUCATIV LA DISCIPLINA MATEMATICĂ - PROGRAMA 5	66
IV.1. Exemflu de planificare calendaristică anuală.....	66
IV.2. Elemente de proiectare didactică – exemplificare pentru unitatea de învățare „Matrice”	72
IV.3. Evaluare inițială	76
IV.4. Elemente de organizare a timpului didactic – exemplificare pentru lecția „Operații cu matrice”	80
IV.5. Evaluare sumativă.....	97



SECȚIUNEA I

**SECȚIUNEA I PREMISE PENTRU APLICAREA CURRICULUMULUI LA CLASA a XII-a
ÎN ANUL ȘCOLAR 2024-2025****I.1. ASPECTE INTRODUCATIVE**

Pentru anul școlar 2024-2025, la disciplina matematică, procesul de predare-învățare-evaluare pentru clasa a XII-a se raportează, în principal, la:

- **programele școlare în vigoare:**
 - **Anexa nr. 2 la ordinul ministrului educației și cercetării nr. 5959/22.12.2016** – programa școlară 2 pentru filiera tehnologică, toate calificările profesionale, ciclul superior al liceului, disciplina matematică, clasa a XII-a, (aplicabilă și pentru clasa a XIII-a, învățământ liceal, filiera tehnologică) – 3 ore/săptămână, alocate din trunchiul comun
(https://rocnee.eu/images/rocnee/fisiere/programe_scolare/2023/MATE_ST/Matematica_programa%201_2_3_4_5_clasa%20a%20XII-a.pdf)
- **programa de examen, pentru proba E.c) Matematică din cadrul examenului național de bacalaureat:**
 - **Anexa nr. 2 la ordinul ministrului educației naționale nr. 4430/29.08.2014** privind organizarea și desfășurarea examenului național de bacalaureat (programa *M_pedagogic* pentru filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare:
(https://www.edu.ro/programe_probe_examen_bacalaureat_2024)
- **planurile-cadru în vigoare**, aprobate prin **O.M.E.C.I. nr. 3410, 3411, 3412/2009, O.M.E.C.T.S. 5347/2011**, cu modificările și completările ulterioare
(<https://rocnee.eu/index.php/dcee-oriz/curriculum-oriz/planuri-cadru-actuale>)
- **profilul de formare al absolventului**, aprobat în Anexa la ordinul ministrului educației nr. 6731/28.11.2023
(<https://rocnee.eu/index.php/dcee-oriz/curriculum-oriz/profilul-absolventului>)
- **structura anului școlar 2024-2025**, aprobată prin **O.M.E. nr. 3694/01.02.2024**



SECȚIUNEA I
PREMISE PENTRU APLICAREA CURRICULUMULUI LA CLASA a XII-a
ÎN ANUL ȘCOLAR 2024-2025

I.2. PERSPECTIVA EXAMENULUI NAȚIONAL DE BACALAUREAT – FILIERA
VOCAȚIONALĂ, PROFILUL PEDAGOGIC

Examenul național de bacalaureat este modalitatea de evaluare a gradului de formare și dezvoltare a competențelor absolvenților de liceu la discipline de studiu specifice filierei, profilului și specializării absolvite. În cadrul filierei vocaționale, doar elevii de la profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare, susțin la sfârșitul clasei a XII-a probă scrisă la disciplina matematică.

Planul-cadru pentru acest profil și această specializare prevede o singură oră de matematică pe săptămână. Dintre cele două domenii de conținut prevăzute în programa de matematică M4 pentru clasa a XII-a, doar „Elementele de calcul matriceal și sisteme de ecuații liniare” sunt în programa de bacalaureat.

Din punct de vedere didactic, se recomandă ca abordarea conținuturilor din programa de bacalaureat să se realizeze din perspectiva dezvoltării competențelor specifice care le sunt asociate de programă. Pentru aceasta, se vor identifica situații practice concrete care necesită reprezentări matriceale și calcul tabelar pentru ca elevii să își poată forma cât mai ușor și mai temeinic competențele prevăzute de programa școlară și să poată demonstra în cadrul examenului de bacalaureat însușirea acestora. Profesorii vor utiliza resursele digitale pentru a realiza evaluări obiective, oferind elevilor feedback rapid și personalizat.

În procesul de predare-învățare-evaluare a matematicii la clasele de la profilul pedagogic, elevii vor fi îndrumați să descopere aplicații ale determinanților în geometria plană și în rezolvarea sistemelor de ecuații liniare cu cel mult 3 necunoscute. Activitățile de învățare propuse urmăresc dezvoltarea capacităților elevilor de a opera cu informația asimilată, de a aplica și investiga soluții de rezolvare a problemelor propuse. Ele oferă elevilor oportunități de învățare pentru dobândirea competențelor acționale și solicită frecvente corelații intra și inter-disciplinare.

În vederea pregătirii pentru promovarea cu succes a examenului de bacalaureat, profesorii și elevii pot utiliza atât testele de antrenament publicate de Ministerul Educației, prin CNPEE, pe <https://www.rocnee.eu>, cât și modelele și variantele de subiecte publicate pe site-ul www.subiecte.edu.ro



SECȚIUNEA a II-a



SECȚIUNEA a II-a
ORIENTAREA PROCESULUI EDUCATIV LA DISCIPLINA MATEMATICĂ
MATEMATICĂ - PROGRAMĂ 3
Filiera vocațională, profil artistic, specializările: arhitectură, arte ambientale, design

II.1. EXEMPLU DE PLANIFICARE CALENDARISTICĂ ANUALĂ

Unitatea de învățământ:

PLANIFICARE CALENDARISTICĂ ANUALĂ
ANUL ȘCOLAR 2024 – 2025*

Matematică

Clasa a XII-a – Programa 3 (Filiera vocațională, profil artistic, specializările: arhitectură, arte ambientale, design)

2 ore/săptămână

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Interval de cursuri (IC)
[se menționează titluri/teme]	[se precizează numărul criterial al competențelor specifice din programa școlară]	[din conținuturile programei școlare]	[stabilite de către cadrul didactic]	[se precizează săptămâna sau săptămânile]	[se menționează, de exemplu, modificări în urma realizării activității didactice la clasă]
Recapitulare inițială	CS vizate de programa școlară de matematică pentru clasele a IX-a, a X-a, a XI-a	<i>Recapitulare – clasa a IX-a, a X-a, a XI-a</i> <i>Evaluare inițială</i> <i>Activități remediale și/sau de progres</i>	2	S1	IC 1



Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Interval de cursuri (IC)
Primitive uzuale	1. 2. 3.	<ul style="list-style-type: none"> Probleme care conduc la noțiunea de integrală Primitivele unei funcții. Integrala nedefinită a unei funcții continue, proprietatea de liniaritate a integralei nedefinite 	12	S2 - S7	
Vacanță 26.10.2024 - 3.11.2024					
Primitive		<ul style="list-style-type: none"> Primitive uzuale 	12	S8 - S13	IC 2
Școala altfel***				S14	
Vacanță 21.12.2024 - 7.01.2025					
Metode de calcul ale integralelor definite	1. 2. 3. 4.	<ul style="list-style-type: none"> Definirea integralei Riemann a unei funcții continue prin formula Leibniz – Newton Proprietăți ale integralei definite: liniaritate, monotonie, aditivitate în raport cu intervalul de integrare 	12	S15 - S20	IC 3
Vacanță 15.02.2025 - 23.02.2025					
Integrala definită	1. 2. 3. 4.	<ul style="list-style-type: none"> Metode de calcul ale integralelor definite: integrarea prin părți, integrarea prin schimbarea de variabilă Calculul integralelor de forma $\int_a^b \frac{P(x)}{Q(x)} dx$, grad $Q \leq 4$ prin metoda descompunerii în fracții simple 	14	S21 - S27	IC 4
Săptămâna verde***				S28	
Vacanță 18.04.2025 - 27.04.2025					
Aplicații ale integralei definite	3. 4. 5.	<ul style="list-style-type: none"> Aria unei suprafețe plane Volumul unui corp de rotație Lungimea graficului unei funcții derivabile cu derivata continuă Aria unei suprafețe de rotație Centrul de greutate al unei suprafețe plane 	10	S29 - S33	IC 5
Recapitulare și sistematizare	CS vizate de programa școlară pentru clasa a XII-a	<ul style="list-style-type: none"> Teme alese de profesor, în funcție de clasă 	2	S34	



*Planificarea calendaristică este realizată pentru anul școlar 2024 – 2025, care, pentru clasa a XII-a, are 34 de săptămâni de cursuri (OME nr. 3694/2024).

**Structura anului școlar 2024 - 2025 prevede o vacanță de o săptămână la decizia inspectoratelor școlare județene/al municipiului București. În exemplul de planificare prezentat, această vacanță este stabilită în perioada 15 februarie – 23 februarie 2025.

*** Programul „Săptămâna verde” și Programul național „Școala altfel” se desfășoară în intervale de câte 5 zile consecutive lucrătoare, a căror planificare se află la decizia unității de învățământ. Derularea celor două programe nu se planifică în același interval de cursuri, conform OME nr. 3694/2024. În exemplul prezentat, Programul național „Școala altfel” este planificat în săptămâna S14 (IC 2) și Programul „Săptămâna verde” este planificat în săptămâna S28 (IC 4).

Competențele specifice (CS) din planificare corespund numerotării competențelor din programa școlară.

Planificarea este realizată pentru următoarea structură a anului școlar:

Intervale de cursuri	Perioada	Săptămânile de școală							
		1	2	3	4	5	6	7	
IC 1	9 septembrie – 25 octombrie 2024 (7 săptămâni)	1	2	3	4	5	6	7	
IC 2	4 noiembrie – 20 decembrie 2024 (6 săptămâni + Școala altfel)	8	9	10	11	12	13	14	
IC 3	8 ianuarie – 14 februarie 2025 (6 săptămâni)	15	16	17	18	19	20		
IC 4	24 februarie – 17 aprilie 2025 (7 săptămâni + Săptămâna verde)	21	22	23	24	25	26	27	28
IC 5	28 aprilie – 6 iunie 2025 (6 săptămâni)	29	30	31	33	32	33	34	

SECȚIUNEA a II-a
ORIENTAREA PROCESULUI EDUCATIV LA DISCIPLINA MATEMATICĂ
MATEMATICĂ - PROGRAMA 3
Filiera vocațională, profil artistic, specializările: arhitectură, arte ambientale, design

II.2. ELEMENTE DE PROIECTARE DIDACTICĂ – EXEMPLIFICARE PENTRU UNITATEA DE ÎNVĂȚARE „ APLICAȚII ALE INTEGRALELOR DEFINITE”

DOMENIUL DE CONȚINUT	ANALIZĂ MATEMATICĂ
UNITATEA DE ÎNVĂȚARE	APLICAȚII ALE INTEGRALELOR DEFINITE
NR. DE ORE ALOCATE	10

TITLUL LECȚIEI	CONȚINUTURI	COMPETENȚE SPECIFICE	ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE	RESURSE	EVALUARE
Aria unei suprafețe plane (2 ore)	Evaluare inițială Aria unei suprafețe plane determinate de graficul unei funcții, axa Ox și două drepte de ecuații $x = a$ și $x = b$.	<ol style="list-style-type: none"> 1. 2. 3. 4. 5. 	<p>A1. Determinarea modului de calcul a ariei unei suprafețe plane</p> <p>A2. Utilizarea proprietăților de calcul a ariei regiunii cuprinse între graficul unei funcții, axa Ox și două drepte de ecuații date</p> <p>A3. Utilizarea algoritmilor de calcul integral, pentru determinarea ariei unei suprafețe plane</p>	<p>Resurse procedurale: Conversația, explicația, demonstrația, exercițiul, rezolvarea de probleme</p> <p>Resurse materiale: Manual, tablă, auxiliare, laptop/telefon, videoproiector, fișa de lucru nr. 1</p> <p>Resurse web: Geogebra, Google forms, Quizizz</p>	<p>Test de evaluare inițială</p> <p>Forme de evaluare: evaluare frontală, evaluare asistată de calculator</p> <p>Metode e evaluare: Conversația, explicația, observarea sistematică a activității și comportamentului elevului, rezolvarea de probleme, autoevaluarea</p>

TITLUL LECȚIEI	CONȚINUTURI	COMPETENȚE SPECIFICE	ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE	RESURSE	EVALUARE
				<i>Exemple:</i> https://www.geogebra.org/classic/qgjnczh8	Instrumente de evaluare: fișe de lucru, seturi de întrebări structurate, chestionare.
	Aria cuprinsă între graficele a două funcții.	<ol style="list-style-type: none"> 1. 2. 3. 4. 5. 	<p>A1. Determinarea modului de calcul a ariei regiunii cuprinse între graficele a două funcții</p> <p>A2. Utilizarea algoritmilor de calcul integral, pentru determinarea ariei cuprinse între graficele a două funcții</p> <p>A3. Verificarea validității soluțiilor, prin analiza datelor și optimizarea rezolvării de probleme prin utilizarea softurilor matematice</p>	<p>Resurse procedurale: Conversația, explicația, demonstrația, exercițiul, rezolvarea de probleme</p> <p>Resurse materiale: Manual, tablă, auxiliare, laptop/telefon, videoproiector, fișa de lucru nr. 1</p> <p>Resurse web: Geogebra, Google forms, Quizizz</p> <p><i>Exemple:</i> https://www.geogebra.org/classic/us3axis7 </p>	<p>Test de evaluare inițială</p> <p>Forme de evaluare: evaluare frontală, evaluare asistată de calculator</p> <p>Metode e evaluare: Conversația, explicația, observarea sistematică a activității și comportamentului elevului, rezolvarea de probleme, autoevaluarea</p> <p>Instrumente de evaluare: fișe de lucru, seturi de întrebări structurate, chestionare.</p>

TITLUL LECȚIEI	CONȚINUTURI	COMPETENȚE SPECIFICE	ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE	RESURSE	EVALUARE
Volumul unui corp de rotație (2 ore)	Volumul unui corp de rotație	<ol style="list-style-type: none"> 1. 2. 3. 4. 5. 	<p>A1. Determinarea modului de calcul a volumului unui corp de rotație</p> <p>A2. Utilizarea proprietăților de calcul a volumului corpului obținut prin rotirea subgraficului unei funcții în jurul axei Ox</p>	<p>Resurse procedurale: Conversația, explicația, demonstrația, exercițiul, rezolvarea de probleme</p> <p>Resurse materiale: Manual, tablă, auxiliare, laptop/telefon, videoproiector, fișa de lucru nr. 2</p> <p>Resurse web: Geogebra, Google forms, Quizizz</p>	<p>Forme de evaluare: evaluare frontală</p> <p>Metode e evaluare: Conversația, explicația, rezolvarea de probleme, autoevaluarea</p> <p>Instrumente de evaluare: fișe de lucru, seturi de întrebări structurate, chestionare.</p>
	Volumul unui corp de rotație	<ol style="list-style-type: none"> 1. 2. 3. 4. 5. 	<p>A1. Utilizarea algoritmilor de calcul integral, pentru determinarea volumului unui corp de rotație</p> <p>A2. Verificarea soluțiilor, analiza datelor și optimizarea rezolvării de probleme prin utilizarea softurilor matematice</p>	<p>Resurse procedurale: Conversația, explicația, demonstrația, exercițiul, rezolvarea de probleme</p> <p>Resurse materiale: Manual, tablă, auxiliare, laptop/telefon, videoproiector, fișa de lucru nr. 2</p> <p>Resurse web: Geogebra, Google forms, Quizizz</p> <p><i>Exemple:</i> https://www.geogebra.org/3d/vw5njywm https://www.geogebra.org/3d/abceyh55 </p>	<p>Forme de evaluare: evaluare frontală, evaluare asistată de calculator</p> <p>Metode e evaluare: Conversația, explicația, observarea sistematică a activității și comportamentului elevului, rezolvarea de probleme, autoevaluarea</p> <p>Instrumente de evaluare: fișe de lucru, seturi de întrebări structurate, chestionare.</p>

TITLUL LECȚIEI	CONȚINUTURI	COMPETENȚE SPECIFICE	ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE	RESURSE	EVALUARE
Lungimea graficului unei funcții derivabile cu derivata continuă (2 ore)	Lungimea graficului unei funcții derivabile cu derivata continuă	<ol style="list-style-type: none"> 1. 2. 3. 4. 5. 	<p>A1. Determinarea modului de calcul a lungimii graficului unei funcții derivabile cu derivata continuă</p> <p>A2. Utilizarea proprietăților de calcul a lungimii graficului unei funcții derivabile cu derivata continuă</p>	<p>Resurse procedurale: Conversația, explicația, demonstrația, exercițiul, rezolvarea de probleme</p> <p>Resurse materiale: Manual, tablă, auxiliare, laptop/telefon, videoproiector, fișă de lucru</p> <p>Resurse web: Geogebra, Google forms, Quizizz</p>	<p>Forme de evaluare: evaluare frontală, evaluare asistată de calculator</p> <p>Metode e evaluare: Conversația, explicația, observarea sistematică a activității și comportamentului elevului, rezolvarea de probleme, autoevaluarea</p> <p>Instrumente de evaluare: fișe de lucru, seturi de întrebări structurate, chestionare.</p>
	Lungimea graficului unei funcții derivabile cu derivata continuă	<ol style="list-style-type: none"> 1. 2. 3. 4. 5. 	<p>A1. Utilizarea algoritmilor de calcul integral, pentru determinarea lungimii graficului unei funcții derivabile cu derivata continuă</p> <p>A2. Verificarea soluțiilor, analiza datelor și optimizarea rezolvării de probleme prin utilizarea softurilor matematice</p>	<p>Resurse procedurale: Conversația, explicația, demonstrația, exercițiul, rezolvarea de probleme</p> <p>Resurse materiale: Manual, tablă, auxiliare, laptop/telefon, videoproiector, fișă de lucru</p> <p>Resurse web: Geogebra, Google forms, Quizizz</p>	<p>Forme de evaluare: evaluare frontală, evaluare asistată de calculator</p> <p>Metode e evaluare: Conversația, explicația, rezolvarea de probleme, autoevaluarea</p> <p>Instrumente de evaluare: fișe de lucru, seturi de întrebări structurate, chestionare.</p>

TITLUL LECȚIEI	CONȚINUTURI	COMPETENȚE SPECIFICE	ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE	RESURSE	EVALUARE
Aria unei suprafețe de rotație (1 oră)	Aria unei suprafețe de rotație	1. 2. 3. 4. 5.	<p>A1. Determinarea modului de calcul a ariei unei suprafețe de rotație</p> <p>A2. Utilizarea proprietăților de calcul a ariei unei suprafețe de rotație</p> <p>A3. Utilizarea algoritmilor de calcul integral, pentru determinarea a ariei unei suprafețe de rotație</p> <p>A4. Verificarea soluțiilor, analiza datelor și optimizarea rezolvării de probleme prin utilizarea softurilor matematice</p>	<p>Resurse procedurale: Conversația, explicația, demonstrația, exercițiul, rezolvarea de probleme</p> <p>Resurse materiale: Manual, tablă, auxiliare, laptop/telefon, videoproiector, fișă de lucru</p> <p>Resurse web: Geogebra, Google forms, Quizizz</p>	<p>Forme de evaluare: evaluare frontală, evaluare asistată de calculator</p> <p>Metode e evaluare: Conversația, explicația, observarea sistematică a activității și comportamentului elevului, rezolvarea de probleme, autoevaluarea</p> <p>Instrumente de evaluare: fișe de lucru, seturi de întrebări structurate, chestionare.</p>
Centrul de greutate al unei suprafețe plane (1 oră)	Centrul de greutate al unei suprafețe plane	1. 2. 3. 4. 5.	<p>A1. Determinarea modului de calcul a centrului de greutate al unei suprafețe plane</p> <p>A2. Utilizarea proprietăților de calcul a centrului de greutate al unei suprafețe plane</p> <p>A3. Utilizarea algoritmilor de calcul integral, pentru determinarea centrului de greutate al unei suprafețe plane</p> <p>A4. Verificarea soluțiilor, analiza datelor și optimizarea rezolvării de probleme prin utilizarea softurilor matematice</p>	<p>Resurse procedurale: Conversația, explicația, demonstrația, exercițiul, rezolvarea de probleme</p> <p>Resurse materiale: Manual, tablă, auxiliare, laptop/telefon, videoproiector, fișă de lucru</p> <p>Resurse web: Geogebra, Google forms, Quizizz</p>	<p>Forme de evaluare: evaluare frontală, evaluare asistată de calculator</p> <p>Metode e evaluare: Conversația, explicația, observarea sistematică a activității și comportamentului elevului, rezolvarea de probleme, autoevaluarea</p> <p>Instrumente de evaluare: fișe de lucru, seturi de întrebări structurate, chestionare.</p>



TITLUL LECȚIEI	CONȚINUTURI	COMPETENȚE SPECIFICE	ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE	RESURSE	EVALUARE
Evaluare la finalul unității de învățare (2 ore)		1. 2. 3. 4. 5.	Test sumativ	https://quizizz.com/admin/quiz/6616f123ad6a13321ec03e22?source=quiz_share	Probă scrisă
		1. 2. 3. 4. 5.	Discutarea rezolvării testului de evaluare Activitate remedială și/sau de progres	Activitate în perechi pe baza testului administrat	Corectarea probei, verificare și feedback perechi



SECȚIUNEA a II-a
ORIENTAREA PROCESULUI EDUCATIV LA DISCIPLINA MATEMATICĂ
MATEMATICĂ - PROGRAMĂ 3
Filiera vocațională, profil artistic, specializările: arhitectură, arte ambientale, design

II.3. EVALUARE INIȚIALĂ

CLASA	a XII-a
DOMENIUL DE CONȚINUT	RECAPITULARE INIȚIALĂ
UNITATEA DE ÎNVĂȚARE	RECAPITULARE

TEST INIȚIAL

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Pentru fiecare item, dintre cele 4 variante de răspuns, doar una este corectă.
- Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 30 de minute.

Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.

1p	<p>1. Derivata în punctul $x=0$ a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x + 2$ este egală cu:</p> <p>A. 1 B. 2 C. 3 D. $2x+1$</p>
1p	<p>2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + \ln x + \sqrt{x}$. Derivata funcției f este:</p> <p>A. $f'(x) = x^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$ B. $f'(x) = 3x^2 + \frac{1}{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}$</p> <p>C. $f'(x) = 3x^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$ D. $f'(x) = 3x^2 - \frac{1}{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$</p>
1p	<p>3. Se consideră $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \cdot e^x$. Derivata funcției f este:</p> <p>A. $f'(x) = e^x$ B. $f'(x) = e^x + x \cdot e^x$</p> <p>C. $f'(x) = e^x - x \cdot e^x$ D. $f'(x) = 1 + e^x$</p>
1p	<p>4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$. Derivata funcției f este:</p> <p>A. $f'(x) = \frac{1}{2x}$ B. $f'(x) = \frac{3x^2 + 1}{(x^2 + 1)^2}$</p> <p>C. $f'(x) = \frac{1 - x^2}{x^2 + 1}$ D. $f'(x) = \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}$</p>

1p	5. Dacă $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x + 2^x$, atunci numărul $f'(1)$ este: A. $2 \ln 2$ B. $1 + \ln 2$ C. $\ln(4e)$ D. 3
1p	6. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^{2024} + 2$. Numărul soluțiilor ecuației $f'(x) = 0$ este: A. 0 B. 1 C. 12 D. 3
1p	7. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$. Mulțimea soluțiilor ecuației $f'(x) = 0$ este: A. \emptyset B. $\{1\}$ C. $\{-1, 1\}$ D. $\{0\}$
1p	8. Numărul soluțiilor ecuației $f'(x) = g'(x)$, unde $f, g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = \sqrt[3]{x}$ este: A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
1p	9. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 - \ln x$. Care dintre următoarele enunțuri este adevărat? A. f este strict crescătoare pe domeniul de definiție B. f este strict crescătoare pe intervalul $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ și strict descrescătoare pe intervalul $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ C. f este strict descrescătoare pe $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \cup \left(0, \frac{1}{2}\right)$ și strict crescătoare pe $\left(-\frac{1}{2}, 0\right) \cup \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ D. f este strict descrescătoare pe $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ și strict crescătoare pe $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$.

Varianta online:

<https://forms.gle/Yh1VxdhgGEjfQ7yS9>

https://quizizz.com/admin/quiz/6606771266939da00206dc25?source=quiz_share

BAREM DE EVALUARE SI NOTARE:

Se acordă 1 punct din oficiu.

1.	A.	1 punct
2.	C.	1 punct
3.	B.	1 punct
4.	D.	1 punct
5.	C.	1 punct
6.	B.	1 punct
7.	C.	1 punct
8.	B.	1 punct
9.	D.	1 punct

SECȚIUNEA a II-a
ORIENTAREA PROCESULUI EDUCATIV LA DISCIPLINA MATEMATICĂ
MATEMATICĂ - PROGRAMA 3
Filiera vocațională, profil artistic, specializările: arhitectură, arte ambientale, design

II.4. ELEMENTE DE ORGANIZARE A TIMPULUI DIDACTIC – EXEMPLIFICARE PENTRU LECȚIA
„VOLUMUL UNUI CORP DE ROTAȚIE”

CLASA	a XII-a
DOMENIUL DE CONȚINUT	ANALIZĂ MATEMATICĂ
UNITATEA DE ÎNVĂȚARE	APLICAȚII ALE INTEGRALELOR DEFINITE
LECȚIA	VOLUMUL UNUI CORP DE ROTAȚIE

Timp didactic	Componentă	Profesor	Elev	Resurse	Organizarea activității
2 minute	Moment organizatoric				
8 minute	Reactualizarea cunoștințelor anterioare	Facilitează actualizarea cunoștințelor din lecția anterioară <i>Aria unei suprafețe plane</i>	Aplicații ale integralei definite: aria unei suprafețe plane. Partea II M2M3. Matematica clasa a 12-a (eduboom.ro)	Resurse digitale: eduboom.ro	individual; frontal

Timp didactic	Componentă	Profesor	Elev	Resurse	Organizarea activității
5 minute	Captarea atenției	Propune elevilor recapitularea formulelor volumului unor corpuri rotunde învățate în clasa a VIII-a	Elevii recapitulează formulele pentru volumul următoarelor corpuri rotunde: <ul style="list-style-type: none"> • Cilindru circular drept • Con circular drept • Trunchi de con circular drept • Sferă 	Resurse procedurale: conversația, explicația, demonstrația; Resurse materiale: tablă; caiete; instrumente de scris	frontal
2 minute	Anunțarea temei și a activităților de învățare principale	Anunță titlul lecției	Elevii notează pe caiete titlul lecției		
10 minute	Prezentarea optimă a conținutului și dirijarea învățării	Introduce printr-un exemplu cel mai simplu corp de rotație obținut prin rotirea subgraficului unei funcții constante, pozitive, în jurul axei Ox . Se consideră funcția $f : [a, b] \rightarrow [0, +\infty)$. Formulează definiția corpului de rotație determinat de funcția f sau corpul obținut prin rotirea subgraficului lui f în jurul axei Ox . Teoremă. Dacă $f : [a, b] \rightarrow [0, +\infty)$ este o funcție continuă, atunci <ol style="list-style-type: none"> 1. corpul de rotație determinat de f are volum și 2. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. Se precizează modul în care se citește notația	Bazându-se pe imaginea unui corp de rotație prezentată anterior, observă că rotind diferite funcții elementare cunoscute se obțin corpuri de rotație învățate în clasele anterioare. Utilizând notația pentru volum vor calcula volumul unui cilindru și vor face legătura cu formula învățată în clasa a VIII-a. $V = \pi r^2 (b - a)$.	Resurse procedurale: conversația, explicația, demonstrația; Resurse materiale: tablă; caiete; instrumente de scris	frontal

Timp didactic	Componentă	Profesor	Elev	Resurse	Organizarea activității
		Oferă contexte de aplicare a formulei de calcul pentru volum $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ pentru sferă, con circular drept, trunchi de con.	Utilizând formula, rezolvă exemple prin integrarea funcțiilor corespunzătoare celor trei corpuri.	Resurse procedurale: conversația, explicația, demonstrația; Resurse materiale: tablă; caiete; instrumente de scris	
		Sprijină și îndrumă elevii în exprimarea prin simboluri specifice a informațiilor/ relațiilor matematice dintr-o problemă	Rezolvă exercițiile din fișa de lucru/manual	Resurse procedurale: conversația, explicația, demonstrația; Resurse materiale: tablă; caiete; instrumente de scris	
		Sprijină și îndrumă elevii în compararea și observarea unor asemănări și deosebiri între noțiunile matematice învățate	Rezolvă exerciții din fișa de lucru	Resurse procedurale: conversația, explicația, demonstrația; Resurse materiale: tablă; caiete; instrumente de scris	
		Facilitează la elevi formarea/consolidarea obișnuinței de a verifica dacă o problemă poate avea sau nu o rezolvare, dacă o metodă de rezolvare este unică sau nu, dacă răspunsul este compatibil cu un context real propus. Încurajează elevii spre optimizarea strategiei de rezolvare a problemei. Se folosește orice greșală a unui elev pentru a construi argumente pentru	Rezolvă exercițiile din fișa de lucru	Resurse procedurale: conversația, explicația, demonstrația; Resurse materiale: tablă; caiete; instrumente de scris	

Timp didactic	Componentă	Profesor	Elev	Resurse	Organizarea activității
		validarea unei strategii (utilizarea greșelii pentru învățare sau pentru stigmatizare)			
		Oferă contexte de utilizare a unor formule standard în rezolvarea de exerciții și probleme	Rezolvă exercițiile din fișa de lucru	Resurse procedurale: conversația, explicația, demonstrația; Resurse materiale: tablă; caiete; instrumente de scris	
10 minute	Fixarea cunoștințelor	Sprijină și îndrumă elevul în vederea identificării de metode diferite de rezolvare a unor probleme de calcul a volumului unui corp de rotație	Vizualizează Volumul corpurilor de rotație. Formula Aplicatie (youtube.com) Formulează și compară raționamente	Resurse procedurale: conversația, explicația, demonstrația; Resurse materiale: tablă, videoproiector, laptop, telefon	în perechi; frontal
		Propune situații relevante pentru rezolvarea de probleme	VOLUMUL Corpului de Rotatie - Aplicatie Integrale (youtube.com)		
5 minute	Asigurarea operării cu setul de competențe în contexte noi	Stabilește tema pentru acasă, completând cerințe prestabilite cu noi cerințe ca urmare a feedback-ului de la elevi	Rezolvă exercițiile din fișa de lucru dată de profesor	Resurse procedurale: conversația, explicația Resurse materiale: tablă; caiete; instrumente de scris	individual
8 minute	Evaluare la final de lecție	Evaluare pentru învățare – volumul corpurilor de rotație	Completează (de exemplu) un formular de autoevaluare	Resurse procedurale: exercițiul Resurse web: formular Google	individual

SECȚIUNEA a II-a
ORIENTAREA PROCESULUI EDUCATIV LA DISCIPLINA MATEMATICĂ
MATEMATICĂ - PROGRAMA 3
Filiera vocațională, profil artistic, specializările: arhitectură, arte ambientale, design

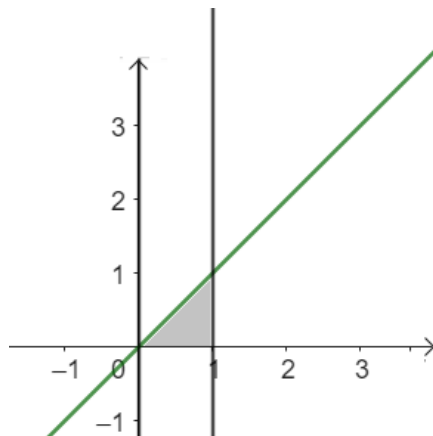
II.4. ELEMENTE DE ORGANIZARE A TIMPULUI DIDACTIC

CLASA	a XII-a
DOMENIUL DE CONȚINUT	ANALIZĂ MATEMATICĂ
UNITATEA DE ÎNVĂȚARE	APLICAȚII ALE INTEGRALELOR DEFINITE
LECȚIA	VOLUMUL UNUI CORP DE ROTAȚIE

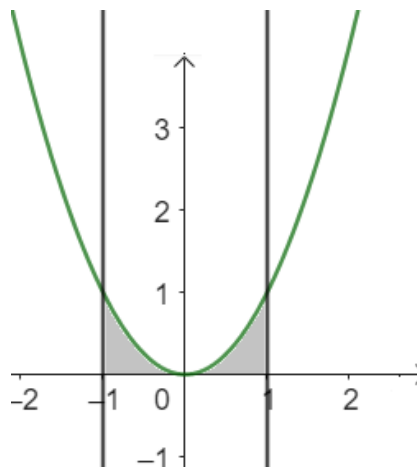
TEST DE EVALUARE ÎNȚIALĂ – ARIA UNEI SUPRAFETE PLANE

Calculați:

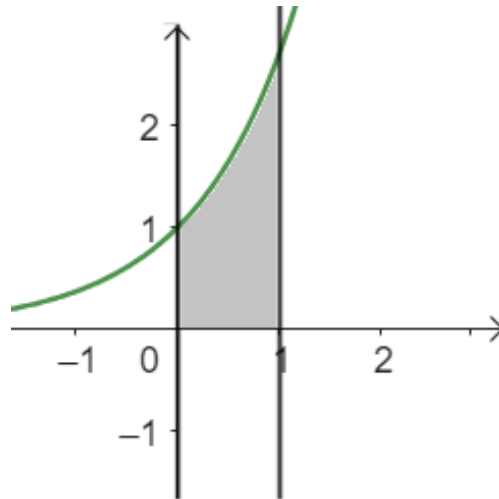
1. $\int_0^1 x dx$



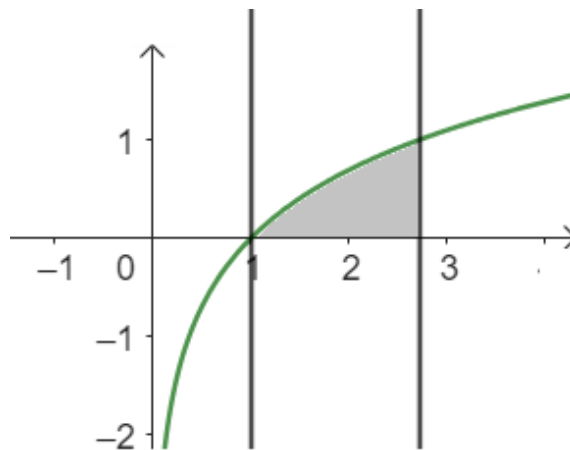
2. $\int_{-1}^1 x^2 dx$



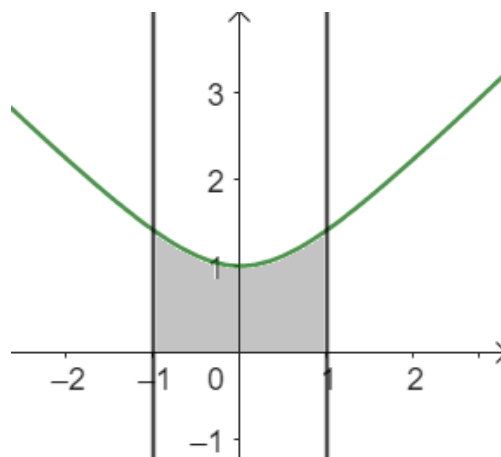
3. $\int_0^1 e^x dx$



4. $\int_1^e \ln x dx$



5. $\int_{-1}^1 \sqrt{x^2 + 1} dx$



SECȚIUNEA a II-a
ORIENTAREA PROCESULUI EDUCATIV LA DISCIPLINA MATEMATICĂ
MATEMATICĂ - PROGRAMA 3
Filiera vocațională, profil artistic, specializările: arhitectură, arte ambientale, design

II.4. ELEMENTE DE ORGANIZARE A TIMPULUI DIDACTIC

CLASA	a XII-a
DOMENIUL DE CONȚINUT	ANALIZĂ MATEMATICĂ
UNITATEA DE ÎNVĂȚARE	APLICAȚII ALE INTEGRALELOR DEFINITE
LECȚIA	VOLUMUL UNUI CORP DE ROTAȚIE

FIȘA DE LUCRU NR. 1 – ARIA UNEI SUPRAFETE PLANE

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 2$. Calculați aria figurii determinate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = -2, x = 2$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + e^{-x}$. Calculați aria figurii determinate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0, x = 1$.
3. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln x$. Calculați aria figurii determinate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1, x = e$.
4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1], f(x) = \sin x$. Calculați aria figurii determinate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$.
5. Se consideră funcția $f: [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x(1 + \ln x)}$. Calculați aria figurii determinate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = e, x = e^2$.
6. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$. Calculați aria figurii determinate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = -1, x = 1$.
7. Se consideră funcția $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2\sqrt{1 - x^2}$. Calculați aria figurii determinate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0, x = \frac{1}{\sqrt{3}}$.
8. Se consideră funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2^x, g(x) = 4 - x^2$. Calculați aria suprafeței plane mărginite de graficele celor două funcții și dreptele de ecuații $x = -1, x = 1$.
9. Se consideră funcția $f: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^2 + x, & x \in [0, 1] \\ -x^2 + x + 2, & x \in (1, 2] \end{cases}$. Calculați aria subgraficului funcției f .

FIȘA DE LUCRU NR. 1 – Sugestii metodice pentru rezolvarea exercițiilor

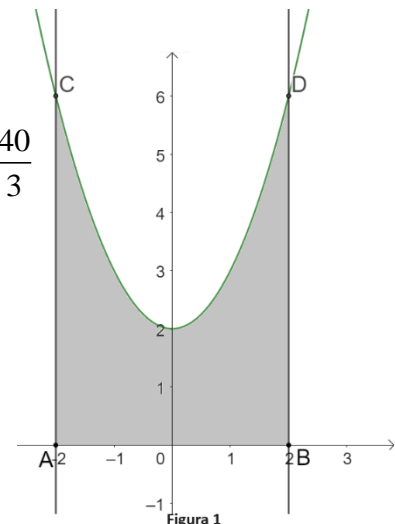
Aria este întotdeauna un număr pozitiv

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2$. Calculați aria figurii determinate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = -2$, $x = 2$. (**fig. 1**)

$$A = \int_{-2}^2 f(x) dx = \int_{-2}^2 (x^2 + 2x) dx = \left(\frac{x^3}{3} + 2x \right) \Big|_{-2}^2 = \frac{8}{3} + 4 + \frac{8}{3} + 4 = \frac{40}{3}$$

Observație! Observăm că regiunea hașurată este simetrică în raport cu axa Oy , Adică funcția f este pară, deci putem calcula aria și astfel

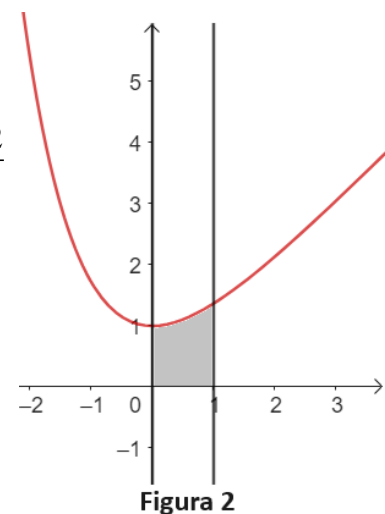
$$A = 2 \int_0^2 f(x) dx = 2 \int_0^2 (x^2 + 2x) dx = 2 \left(\frac{x^3}{3} + 2x \right) \Big|_0^2 = 2 \left(\frac{8}{3} + 4 \right) = \frac{40}{3}$$



2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + e^{-x}$. Calculați aria figurii determinate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$, $x = 1$. (**fig. 2**)

$$A = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (x + e^{-x}) dx = \left(\frac{x^2}{2} - e^{-x} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{e} + 1 = \frac{3e - 2}{2e}$$

Observație! Aria reprezintă regiunea hașurată.



3. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x$. Calculați aria figurii determinate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$, $x=e$. (fig. 3)

$$\begin{aligned} A &= \int_1^e f(x) dx = \int_1^e \ln x dx = \int_1^e x' \ln x dx = \\ &= x \ln x \Big|_1^e - \int_1^e 1 \cdot dx = e - x \Big|_1^e = 1 \end{aligned}$$

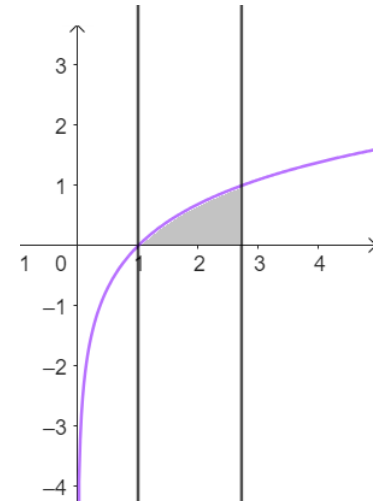


Figura 3

4. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$, $f(x) = \sin x$. Calculați aria figurii determinate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$, $x=\frac{\pi}{2}$. (fig. 4)

$$A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 0 + 1 = 1$$

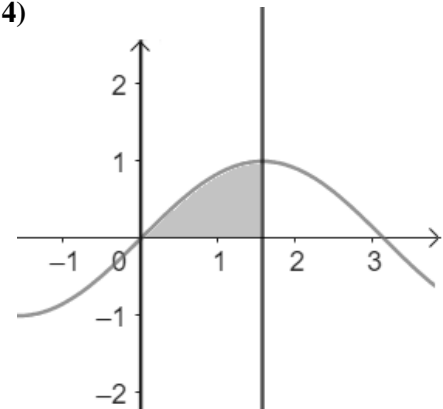


Figura 4

5. Se consideră funcția $f : [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x(1+\ln x)}$. Calculați aria figurii determinate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x=e$, $x=e^2$. (fig. 5)

$$\begin{aligned} A &= \int_e^{e^2} f(x) dx = \int_e^{e^2} \frac{1}{x(1+\ln x)} dx = \\ &= \int_e^{e^2} \frac{(1+\ln x)'}{1+\ln x} dx = \ln(1+\ln x) \Big|_e^{e^2} = \\ &= \ln(1+2) - \ln(1+1) = \ln 3 - \ln 2 = \ln \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

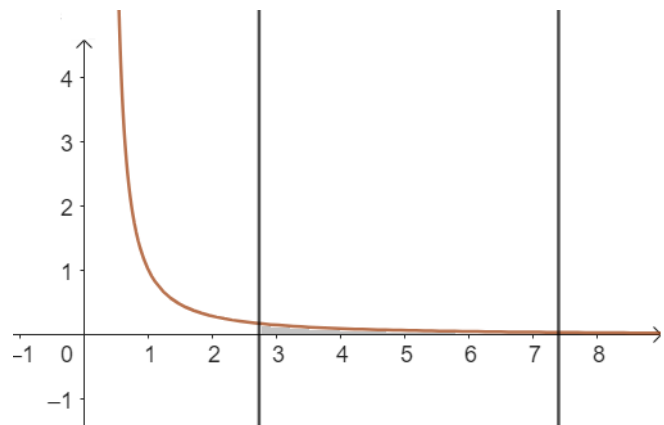


Figura 5

6. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$. Calculați aria figurii determinate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = -1, x = 1$. (fig. 6)

Observație! Observăm că regiunea hașurată este simetrică în raport cu axa Oy , adică funcția f este pară, deci putem calcula aria:

$$\begin{aligned} A &= 2 \int_0^1 f(x) dx = 2 \int_0^1 \frac{x^2}{x^2+1} dx = 2 \int_0^1 \frac{x^2+1-1}{x^2+1} dx = \\ &= 2 \int_0^1 \frac{x^2+1}{x^2+1} dx - 2 \int_0^1 \frac{1}{x^2+1} dx = 2x \Big|_0^1 - 2 \operatorname{arctg} x \Big|_0^1 = 2 - \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

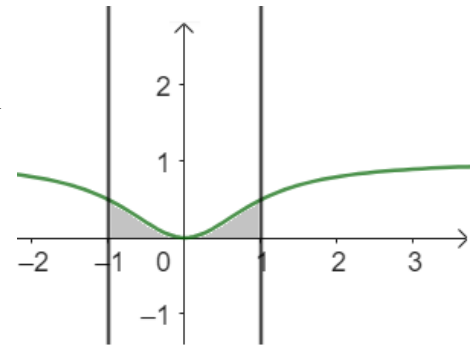


Figura 6

7. Se considera funcția $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2\sqrt{1-x^2}$. Calculați aria figurii determinate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0, x = \frac{1}{\sqrt{3}}$. (fig. 7)

$$\begin{aligned} A &= \int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}} f(x) dx = 2 \int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \sqrt{1-x^2} dx = 2 \int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \frac{1-x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx = \\ &= 2 \int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx + 2 \int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}} x \cdot (\sqrt{1-x^2})' dx = \\ &= 2 \arcsin x \Big|_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}} + 2x\sqrt{1-x^2} \Big|_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}} - A \\ \Rightarrow A &= \arcsin \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{2}{3}} = \arcsin \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{3}. \end{aligned}$$

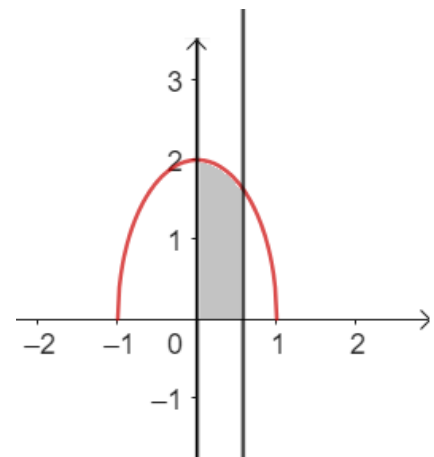


Figura 7

8. Se consideră funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2^x$, $g(x) = 4 - x^2$. Calculați aria suprafeței plane mărginite de graficele celor două funcții și dreptele de ecuații $x = -1, x = 1$. (fig. 8)

$$\begin{aligned} A &= \int_{-1}^1 [f(x) - g(x)] dx = \int_{-1}^1 (4 - x^2 - 2^x) dx = \\ &= \left(4x - \frac{x^3}{3} - \frac{2^x}{\ln 2} \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{22}{3} - \frac{3}{\ln 4}. \end{aligned}$$

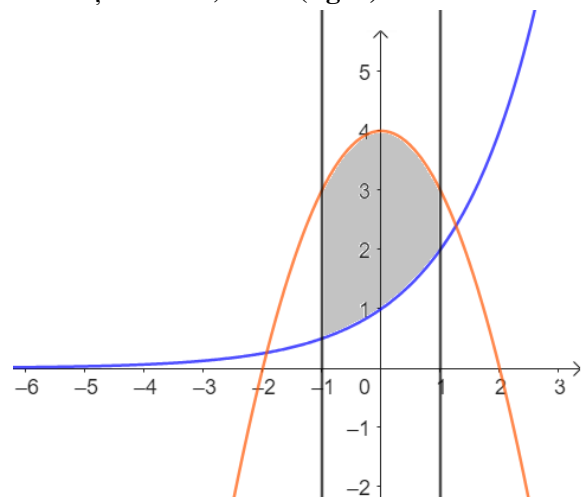


Figura 8

9. Se consideră funcția $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2 + x, & x \in [0, 1] \\ -x^2 + x + 2, & x \in (1, 2] \end{cases}$. Calculați aria subgraficului funcției f . (fig. 9)

$$\begin{aligned} A &= \int_0^2 f(x) dx = \int_0^1 (x^2 + x) dx + \int_1^2 (-x^2 + x + 2) dx = \\ &= \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1 + \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_1^2 = \\ &= \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) + \left(-\frac{8}{3} + \frac{4}{2} + 4 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} - 2 \right) = -\frac{6}{3} + 4 = 2 \end{aligned}$$

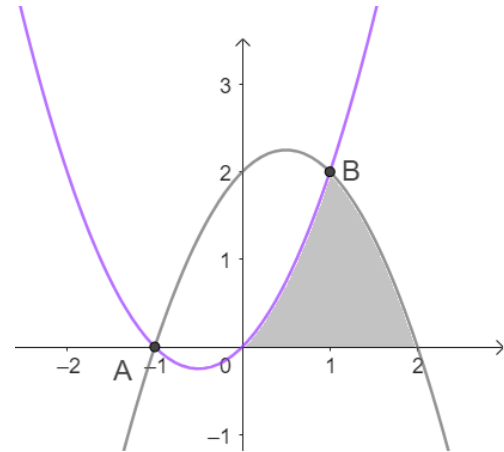


Figura 9

SECȚIUNEA a II-a
ORIENTAREA PROCESULUI EDUCATIV LA DISCIPLINA MATEMATICĂ
MATEMATICĂ - PROGRAMA 3
Filiera vocațională, profil artistic, specializările: arhitectură, arte ambientale, design

II.4. ELEMENTE DE ORGANIZARE A TIMPULUI DIDACTIC

CLASA	a XII-a
DOMENIUL DE CONȚINUT	ANALIZĂ MATEMATICĂ
UNITATEA DE ÎNVĂȚARE	APLICAȚII ALE INTEGRALELOR DEFINITE
LECȚIA	VOLUMUL UNUI CORP DE ROTAȚIE

FIȘA DE LUCRU NR. 2 - VOLUMUL UNUI CORP DE ROTAȚIE

1. Se consideră $f : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + \frac{1}{x}$. Calculați volumul corpului de rotație determinat de graficul funcției f .
2. Se consideră funcția $f : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{(x+1)(x+2)(x+3)}}$. Determinați volumul corpului de rotație determinat de graficul funcției f .
3. Se consideră funcția $f : \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{\cos x}$. Determinați volumul corpului de rotație determinat de graficul funcției f .
4. Se consideră funcția: $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} e^{x+1}, & x \leq -1 \\ 2+x, & x > -1 \end{cases}$. Calculați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției g , unde $g : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = f(x)$.
5. Se consideră $f : \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{\sin x}$. Calculați volumul corpului de rotație determinat de graficul funcției f .
6. Se consideră $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1}}$. Calculați volumul corpului de rotație determinat de graficul funcției f .
7. Se consideră $f : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+5}}$. Calculați volumul corpului de rotație determinat de graficul funcției f .
8. Se consideră $f : [0, \ln 2] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 1 + e^x$. Calculați volumul corpului de rotație determinat de graficul funcției f .
9. Se consideră $f : [1, 9] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x+\sqrt{x}}$. Calculați volumul corpului de rotație determinat de graficul funcției f .

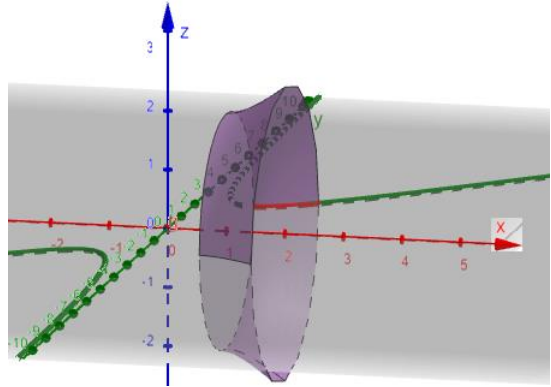
FIȘA DE LUCRU NR. 2 – Sugestii metodice pentru rezolvarea exercițiilor

Volumul este întotdeauna un număr pozitiv.

1. Se consideră $f : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \frac{1}{x}$. Calculați volumul corpului de rotație determinat de graficul funcției f .

$$V = \pi \int_1^2 \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 dx = \pi \int_1^2 \left(x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} \right) dx =$$

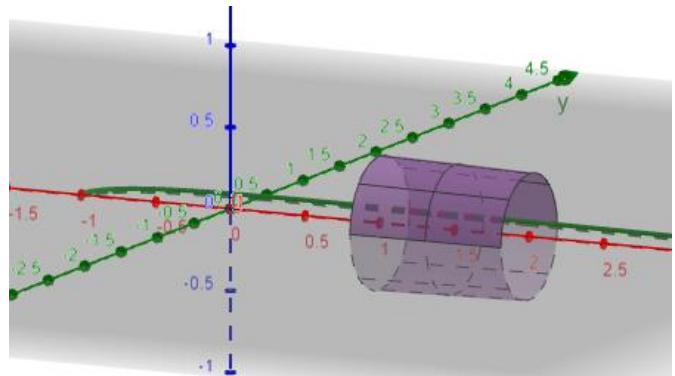
$$= \pi \left(\frac{x^3}{3} + 2x - \frac{1}{x} \right) \Big|_1^2 = \pi \left(\frac{8}{3} + 4 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - 2 + 1 \right) = \frac{29}{6} \pi.$$



2. Se consideră funcția $f : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{(x+1)(x+2)(x+3)}}$. Determinați volumul corpului de rotație determinat de graficul funcției f .

$$V = \pi \int_1^2 \left(\frac{x+1}{\sqrt{(x+1)(x+2)(x+3)}} \right)^2 dx =$$

$$= \pi \int_1^2 \frac{(x+1)^2}{(x+1)(x+2)(x+3)} dx \stackrel{(1)}{=} \pi \int_1^2 \left(\frac{2}{x+3} - \frac{1}{x+2} \right) dx = \pi \left(2 \ln(x+3) - \ln(x+2) \right) \Big|_1^2 = \pi (2 \ln 5 - 2 \ln 4 - \ln 4 + \ln 3) = \ln \frac{75}{64}$$



3. Se consideră funcția $f : \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4} \right] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{\cos x}$. Determinați volumul corpului de rotație determinat de graficul funcției f .

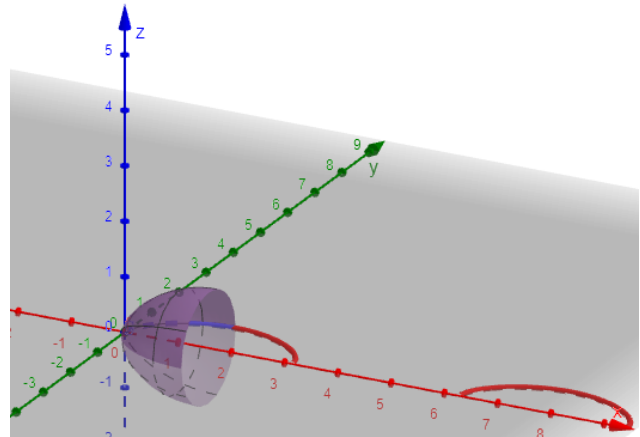
$$V = \pi \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^2 x} dx = \pi \operatorname{tg} x \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} = \pi \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \right) = \frac{\pi(3 - \sqrt{3})}{3}$$

4. Se consideră funcția: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} e^{x+1}, & x \leq -1 \\ 2+x, & x > -1 \end{cases}$. Calculați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției g , unde $g: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = f(x)$.

$$V = \pi \int_0^2 (x+2)^2 dx = \pi \int_0^2 (x^2 + 4x + 4) dx = \pi \left(\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 4x \right) \Big|_0^2 = \frac{56\pi}{3}$$

5. Se consideră $f: \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{\sin x}$. Calculați volumul corpului de rotație determinat de graficul funcției f .

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \pi \cdot \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} \\ &= -\pi \left(\cos \frac{\pi}{2} - \cos 0 \right) = \pi \end{aligned}$$



6. Se consideră $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1}}$. Calculați volumul corpului de rotație determinat de graficul funcției f .

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^1 \frac{x^2}{x+1} dx = \pi \int_0^1 \frac{x^2 - 1 + 1}{x+1} dx = \pi \int_0^1 \frac{(x-1)(x+1)}{x+1} dx + \pi \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx = \pi \int_0^1 (x-1) dx + \pi \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx = \\ &= \pi \left(\frac{x^2}{2} - x + \ln(x+1) \right) \Big|_0^1 = \pi \left(\ln 2 - \frac{1}{2} \right). \end{aligned}$$

7. Se consideră $f: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2 + 2x + 5}}$. Calculați volumul corpului de rotație determinat de graficul funcției f .

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_1^2 \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 2x + 5} dx = \pi \int_1^2 \left(1 - \frac{4}{x^2 + 2x + 5} \right) dx = \pi x \Big|_1^2 - 4\pi \int_1^2 \frac{(x+1)'}{(x+1)^2 + 2^2} dx = \\ &= \pi - \frac{4\pi}{2} \operatorname{arctg} \frac{x+1}{2} \Big|_1^2 = \pi - 2\pi \left(\operatorname{arctg} \frac{3}{2} - \operatorname{arctg} 1 \right) = \pi - 2\pi \left(\operatorname{arctg} \frac{3}{2} - \frac{\pi}{4} \right). \end{aligned}$$

8. Se consideră $f: [0, \ln 2] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 1 + e^x$. Calculați volumul corpului de rotație determinat de graficul funcției f .

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^{\ln 2} (1+e^x)^2 dx = \pi \int_0^{\ln 2} (1+2e^x+e^{2x}) dx = \pi \left(x+2e^x+\frac{e^{2x}}{2} \right) \Big|_0^{\ln 2} = \\ &= \pi \left(\ln 2+4+2-2-\frac{1}{2} \right) = \left(\ln 2+\frac{7}{2} \right) \pi. \end{aligned}$$

9. Se consideră $f: [1,9] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x+\sqrt{x}}$. Calculați volumul corpului de rotație determinat de graficul funcției f .

$$V = \pi \int_1^9 \sqrt{x+\sqrt{x}}^2 dx = \pi \int_1^9 (x+\sqrt{x}) dx = \pi \left(\frac{81}{2} + 18 - \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \right) = \frac{172}{3} \pi$$

SECȚIUNEA a II-a
ORIENTAREA PROCESULUI EDUCATIV LA DISCIPLINA MATEMATICĂ
MATEMATICĂ - PROGRAMĂ 3
Filiera vocațională, profil artistic, specializările: arhitectură, arte ambientale, design

II.5. EVALUARE SUMATIVĂ

CLASA	a XII-a
DOMENIUL DE CONȚINUT	ANALIZĂ MATEMATICĂ
UNITATEA DE ÎNVĂȚARE	APLICAȚII ALE INTEGRALELOR DEFINITE

TEST SUMATIV

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 30 de minute.

Încercuți litera corespunzătoare răspunsului corect.

1p	<p>1. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 1 + \frac{1}{x}$. Aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = 2$ este egală cu:</p> <p>A. $14 + \ln 2$ B. $\ln 2$ C. $2 + \ln 2$ D. $4 + 2 \ln 2$</p>
1p	<p>2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^{2024} + x^2 + x + 1$. Aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 1$ este egală cu:</p> <p>A. $\frac{7427}{2025}$ B. $\frac{3714}{2025}$ C. $\frac{2024}{2025}$ D. $\frac{7427}{4050}$</p>
1p	<p>3. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^{2024} + x^2 + x + 1$. Volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei Ox, a graficului funcției $h : [1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = f(x) - x^{2024} - 1$ este egal cu:</p> <p>A. $\frac{521}{3} \pi$ B. $\frac{1236}{15} \pi$ C. $\frac{1456}{15} \pi$ D. $\frac{1256}{15} \pi$</p>
1p	<p>4. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + e^{-x}$. Aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 1$ este egală cu:</p> <p>A. $\frac{3e-2}{2e}$ B. $\frac{e-1}{2e}$ C. $\frac{e-2}{2e}$ D. $\frac{3e-1}{2e}$</p>

1p	<p>5. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x}$. Dacă aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații $x=5$ și $x=a$, este egală cu $\ln 3$ atunci numărul real a este egal cu:</p> <p>A. 3 B. 5 C. 10 D. 15</p>
1p	<p>6. Se consideră funcția $f : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x}$. Volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei Ox, a graficului funcției f este egal cu:</p> <p>A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{3}$</p>
1p	<p>7. Se consideră funcția $f : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x}$. Volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei Ox, a graficului funcției $h : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = e^{\frac{x}{2}} \cdot f(x)$ este egal cu:</p> <p>A. $\frac{\pi}{2}$ B. π C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$</p>
1p	<p>8. Se consideră funcția $f : [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x(1 + \ln x)}$. Numărul real $a \in (1, e^2)$ astfel încât aria suprafeței plane determinate de graficul funcției f, axa Ox, dreptele $x=a$ și $x=e^2$, să fie egală cu $\ln \frac{3}{2}$ este egal cu:</p> <p>A. $a=1$ B. $a=2$ C. $a=\sqrt{e}$ D. $a=e$</p>
1p	<p>9. Aria suprafeței cuprinsă între graficul funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$, axa Ox și dreptele de ecuație $x=0$ și $x=1$ este egală cu:</p> <p>A. $\frac{4-\pi}{4}$ B. $\frac{\pi-4}{4}$ C. $\frac{\pi-1}{4}$ D. $\frac{\pi-2}{4}$</p>

Varianta online:

https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSd-zz9TWSF35uXmNtfJlvKk1lbKCcuqVNikIb390TOxTFNQtiA/viewform?usp=sf_link

https://quizizz.com/admin/quiz/6616f123ad6a13321ec03e22?source=quiz_share



SECȚIUNEA a III-a

SECȚIUNEA a III-a
ORIENTAREA PROCESULUI EDUCATIV LA DISCIPLINA MATEMATICĂ
MATEMATICA - PROGRAMA 4

Filiera vocațională, profil pedagogic, toate specializările; filiera vocațională, profil sportiv, toate specializările

III.1. EXEMPLU DE PLANIFICARE CALENDARISTICĂ ANUALĂ

Unitatea de învățământ:

PLANIFICARE CALENDARISTICĂ ANUALĂ
ANUL ȘCOLAR 2024 – 2025*

Matematică

Clasa a XII-a – Programa 4 (Filiera vocațională, profil pedagogic, toate specializările; filiera vocațională, profil sportiv, toate specializările)

1 oră/săptămână

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Interval de cursuri (IC)
[se menționează titluri/teme]	[se precizează numărul criterial al competențelor specifice din programa școlară]	[din conținuturile programei școlare]	[stabilite de către cadrul didactic]	[se precizează săptămâna sau săptămânile]	[se menționează, de exemplu, modificări în urma realizării activității didactice la clasă]
Recapitulare inițială	CS vizate de programa școlară de matematică pentru clasele a	<i>Recapitulare – clasa a IX-a, a X-a și a XI-a</i> <i>Evaluare inițială</i> <i>Activitate remedială și/ sau de progres</i>	2	S1-S2	IC 1



Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Interval de cursuri (IC)
	IX-a, a X-a și a XI-a				
Statistică	1.1 2.1 3.1 4.1 5.1	<ul style="list-style-type: none"> Culegerea, clasificarea și reprezentarea datelor statistice Interpretarea datelor statistice: parametri de poziție Metode matematice folosite în interpretarea datelor statistice: <ul style="list-style-type: none"> Compararea datelor statistice utilizând media și mediana Indicatori statistici ai variabilelor cantitative Studii de caz: reprezentarea și interpretarea datelor statistice publicate în urma desfășurării unor sondaje și studii statistice pe teme sociale, economice sau din domeniul educație 	5	S3-S7	
Vacanță (26.10.2024 – 3.11.2024)					
Matrice	1.2 2.2 3.2 4.2 5.2	<ul style="list-style-type: none"> Tabel de tip matriceal. Matrice, mulțimi de matrice Operații cu matrice: adunarea a două matrice, înmulțirea unei matrice cu un scalar, produsul a două matrice, proprietăți 	6	S8-S13	IC 2
Școala altfel***				S 14	
Vacanță (21.12.2024 – 07.01.2025)					
Determinanți	1.2 2.2 3.2 4.2 5.2	<ul style="list-style-type: none"> Determinantul unei matrice pătratice de ordin cel mult 3 Proprietăți 	4	S15-S18	IC 3
Sisteme de ecuații liniare	1.2 2.2 3.2 4.2 5.2	<ul style="list-style-type: none"> Matrice inversabile din $M_n(\mathbb{R})$, $n = 2, 3$ 	2	S19-S20	

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Interval de cursuri (IC)
Vacanță** (15.02.2025 – 23.02.2025)					
Sisteme de ecuații liniare	1.2	<ul style="list-style-type: none"> Ecuatii matriceale Sisteme de ecuații liniare cu cel mult 3 necunoscute, forma matriceală a unui sistem liniar Metode de rezolvare a sistemelor liniare: metoda Cramer, metoda Gauss Aplicații: ecuația unei drepte determinate de două puncte distincte, aria unui triunghi și caracterizarea a trei puncte din plan 	8	S21-S28	IC 4
	2.2				
	3.2				
	4.2				
	5.2				
Săptămâna verde***				S28	
Vacanță (18.04.2025 - 27.04.2025)					
Recapitulare și sistematizare	CS vizate de programa școlară pentru clasele a IX-a - a XII-a	<ul style="list-style-type: none"> conform programei de examen pentru cei care dau matematică la proba E.c) la examenul național de bacalaureat / recapitularea și sistematizarea materiei folosind și exemple cu conținut practic, pentru cei care nu dau matematică la examenul național de bacalaureat 	5	S29-S34	IC 5

*Planificarea calendaristică este realizată pentru anul școlar 2024 – 2025, care, pentru clasa a XII-a, are 34 de săptămâni de cursuri (OME nr. 3694/2024).

**Structura anului școlar 2024 - 2025 prevede o vacanță de o săptămână la decizia inspectoratelor școlare județene/al municipiului București. În exemplul de planificare prezentat, această vacanță este stabilită în perioada 15 februarie – 23 februarie 2025.

*** Programul „Săptămâna verde” și Programul național „Școala altfel” se desfășoară în intervale de câte 5 zile consecutive lucrătoare, a căror planificare se află la decizia unității de învățământ. Derularea celor două programe nu se planifică în același interval de cursuri, conform OME nr. 3694/2024. În exemplul prezentat, Programul național „Școala altfel” este planificat în săptămâna S14 (IC 2) și Programul „Săptămâna verde” este planificat în săptămâna S28 (IC 4).

Competențele specifice (CS) din planificare sunt de forma $n.m$, unde $n = \overline{1,5}$ corespunde numerotării competențelor generale din programa școlară și $m = \overline{1,2}$ corespunde conținuturilor din programa școlară, astfel:

$m=1$ pentru *Statistică*

$m=2$ pentru *Elemente de calcul matriceal și sisteme de ecuații liniare*

Planificarea este realizată pentru următoarea structură a anului școlar:

Str. General Berthelot nr. 26, Sector 1, 010168, București

Tel: +40 21 314 44 11, Fax: +40 21 310 32 07

www.edu.ro, www.rocnee.eu



Intervale de cursuri	Perioada	Săptămânile de școală								
IC 1	9 septembrie – 25 octombrie 2024 (7 săptămâni)	1	2	3	4	5	6	7		
IC 2	4 noiembrie – 20 decembrie 2024 (6 săptămâni + <i>Școala altfel</i>)	8	9	10	11	12	13	14		
IC 3	8 ianuarie – 14 februarie 2025 (6 săptămâni)	15	16	17	18	19	20			
IC 4	24 februarie – 17 aprilie 2025 (7 săptămâni + <i>Săptămâna verde</i>)	21	22	23	24	25	26	27	28	
IC 5	28 aprilie – 6 iunie 2025 (6 săptămâni)	29	30	31	33	32	33	34		

SECȚIUNEA a III-a
ORIENTAREA PROCESULUI EDUCATIV LA DISCIPLINA MATEMATICĂ
MATEMATICĂ - PROGRAMA 4

Filiera vocațională, profil pedagogic, toate specializările; filiera vocațională, profil sportiv, toate specializările

III.2. ELEMENTE DE PROIECTARE DIDACTICĂ – EXEMPLIFICARE PENTRU UNITATEA DE ÎNVĂȚARE
„ DETERMINANTUL UNEI MATRICE PĂTRATICE DE ORDIN CEL MULT 3, PROPRIETĂȚI”

DOMENIUL DE CONȚINUT	DETERMINANȚI
UNITATEA DE ÎNVĂȚARE	DETERMINANTUL UNEI MATRICE PĂTRATICE DE ORDIN CEL MULT 3, PROPRIETĂȚI
NR. DE ORE ALOCATE	4

TITLUL LECȚIEI	CONȚINUTURI	COMPETENȚE SPECIFICE	ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE	RESURSE	EVALUARE
Lecția 1. Evaluare inițială			A1. Recapitularea noțiunilor ancoră A1. Elemente de conținut vizate Calculul determinantului de ordinul al doilea Calculul determinantului de ordinul al treilea: regula lui Sarrus, regula triunghiului Proprietățile determinanților	Fișă de lucru Activitate individuală	Administrarea probei Corectarea probei Oferirea de feedback personalizat Identificarea elevilor care necesită suport remedial
Lecția 2. Determinantul unei matrice de ordin 2	Determinantul unei matrice pătratice de ordin 2 Proprietăți	1.2 3.2	A1. Definirea determinantului de ordinul al doilea pornind de la rezolvarea sistemului de două ecuații cu două necunoscute	Fișă de lucru	Validarea și discutarea răspunsurilor oferite de elevi Verificarea notițelor elevilor

TITLUL LECȚIEI	CONȚINUTURI	COMPETENȚE SPECIFICE	ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE	RESURSE	EVALUARE
			A2. Definirea termenilor determinatului de ordinul al doilea A3. Proprietăți ale determinantului de ordinul al doilea A4. Aplicații asociate determinantului de ordinul al doilea		Evaluare prin sondaj
Lecția 3. Determinantul unei matrice de ordin 3	Determinantul unei matrice pătratică de ordin 3, proprietăți	2.2 3.2	A1. Definirea determinantului de ordinul al treilea pornind de la rezolvarea sistemului de trei ecuații cu trei necunoscute A2. Definirea termenilor determinatului de ordinul al treilea A3. Proprietăți ale determinantului de ordinul al treilea A4. Aplicații asociate determinantului de ordinul al treilea	Fișă de lucru Prezentare Quizziz	Validarea și discutarea răspunsurilor oferite de elevi Verificarea notițelor elevilor Evaluare prin sondaj
Lecția 4. Evaluare sumativă	Determinantul unei matrice pătratică de ordin cel mult 3, proprietăți	1.2 2.2 3.2	Evaluare sumativă Discutarea rezolvării testului de evaluare Activitate remedială și/sau de progres	Test de evaluare/Google forms Activitate individuală Activitate frontală Activitate în perechi Fișă de lucru	Administrarea probei Corectarea probei Verificare și feedback perechi

Competențe specifice

CS.1.2 Identificarea unor situații practice concrete, care necesită asocierea unui tabel de date cu reprezentarea sa matricială

CS.2.2 Asocierea unui tabel de date cu reprezentarea matricială a unui proces

CS.3.2 Aplicarea, în situații practice, a algoritmilor de calcul cu matrice

Conținuturi

Determinantul unei matrice pătratică de ordin cel mult 3, proprietăți.

SEȚIUNEA a III-a
ORIENTAREA PROCESULUI EDUCATIV LA DISCIPLINA MATEMATICĂ
MATEMATICĂ - PROGRAMĂ 4Filiera vocațională, profil *pedagogic*, toate specializările;
filiera vocațională, profil *sportiv*, toate specializările

III.3. EVALUARE ÎNIȚIALĂ

CLASA	a XII-a
DOMENIUL DE CONȚINUT	RECAPITULARE ÎNIȚIALĂ
UNITATEA DE ÎNVĂȚARE	RECAPITULARE

TEST ÎNIȚIAL

VARIANTĂ CU ITEMI TIP REZOLVARE DE PROBLEMĂ SAU ITEMI TIP ÎNTREBARE
STRUCTURATĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă 10 puncte din oficiu.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $(\sqrt{7}-3)(\sqrt{7}+3)+2=0$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x + 4$, unde m este un număr real. Determinați numărul real m pentru care punctul $A(m, m^2)$ aparține graficului funcției f .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_4(3x^2 + 4) = 2$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând o cifră a din mulțimea $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, numărul de forma $\overline{a4a}$ să fie divizibil cu 3.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-3, 3)$, $B(1, 5)$ și $C(5, 1)$. Determinați lungimea medianei din A a triunghiului ABC .
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC , cu $AB = BC = 10$ și $\sphericalangle BAC = 75^\circ$. Demonstrați că aria triunghiului ABC este egală cu 25.

SUBIECTUL al II - lea

(30 de puncte)

- Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 5 - 2x - 2y$.
- 5p 1. Arătați că $0 \circ (-2) = 9$.
- 5p 2. Arătați că legea de compoziție „ \circ ” este comutativă.
- 5p 3. Determinați numărul real x pentru care $(-4) \circ x = 13$.
- 5p 4. Determinați numerele naturale n care verifică inegalitatea $n \circ n \geq 1$.
- 5p 5. Determinați suma numerelor reale x care verifică egalitatea $(-x) \circ (2x) = x^2$.
- 5p 6. Determinați perechile de numerele naturale (n, m) pentru care $m \circ n = 3$.

SUBIECTUL al III - lea
(30 de puncte)

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - 4x - 4y + 20$.
5p	1. Arătați că $4 * 5 = 4$.
5p	2. Arătați că $x * y - 4 = (x - 4)(y - 5)$, pentru orice numere reale x și y .
5p	3. Determinați elementul neutru al legii de compoziție „*”.
5p	4. Determinați simetricul numărului real $\frac{9}{2}$ în raport cu legea de compoziție „*”.
5p	5. Determinați numărul real pozitiv pentru care $1 * (\log_4 x) = 7$.
5p	6. Calculați $A = 1 * 2 * 3 * \dots * 10$.

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I
(30 de puncte)

1.	$(\sqrt{7} - 3)(\sqrt{7} + 3) + 2 = (\sqrt{7})^2 - 3^2 + 2 =$ $= 7 - 9 + 2 = 0$	3p 2p
2.	$A(m, m^2) \in G_f$, deci $f(m) = m^2$, de unde obținem $m^2 - 2m + 4 = m^2$ $m = 2$.	3p 2p
3.	$3x^2 + 4 = 4^2$, deci $x^2 = 4$ $x = -2$ sau $x = 2$, care convin	3p 2p
4.	Mulțimea $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile Numărul $\overline{a4a}$ este divizibil cu 3 pentru $a \in \{2, 5, 8\}$, deci sunt 3 cazuri favorabile $p = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.	2p 3p
5.	Punctul $M(3, 3)$ este mijlocul segmentului BC $AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - x_A)^2} = 6$	2p 3p
6.	$AB = BC \Rightarrow \triangle ABC$ este isoscel, deci $\sphericalangle ABC = 180^\circ - 2 \cdot 75^\circ = 30^\circ$ $A_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot BC \cdot \sin B}{2} = 25$	2p 3p

SUBIECTUL al II - lea
(30 de puncte)

1.	$0 \circ (-2) = 5 - 2 \cdot 0 - 2 \cdot (-2) =$ $= 5 - 0 + 4 = 9$	3p 2p
2.	$x \circ y = 5 - 2(x + y) =$ $= 5 - 2(y + x) = y \circ x$, pentru orice numere reale x și y , deci legea de compoziție „ \circ ” este comutativă	3p 2p
3.	$(-4) \circ x = 5 - 2 \cdot (-4) - 2x = 13 - 2x$, pentru orice număr real x $13 - 2x = 13$, de unde obținem $x = 0$	3p 2p

4.	$n \circ n = 5 - 4n$, pentru orice număr natural n $5 - 4n \geq 1$ și, cum n este număr natural, obținem $n = 0$ sau $n = 1$	2p 3p
5.	$(-x) \circ (2x) = 5 - 2x$, pentru orice număr real x $x^2 + 2x - 5 = 0$ suma soluțiilor acestei ecuații este egal cu -2	3p 2p
6.	$5 - 2m - 2n = 3$, deci $m + n = 1$ Cum m și n sunt numere naturale, obținem perechile $(0,1)$ și $(1,0)$	3p 2p

SUBIECTUL al III – lea
(30 de puncte)

1.	$4 * 5 = 4 \cdot 5 - 4 \cdot 4 - 4 \cdot 5 + 20 =$ $= 20 - 16 - 20 + 20 = 4$	3p 2p
2.	$x * y - 4 = xy - 4x - 4y + 20 - 4 = xy - 4x - 4y + 16 =$ $= x(y - 4) - 4(y - 4) = (x - 4)(y - 4)$, pentru orice numere reale x și y	3p 2p
3.	Numărul real e este element neutru dacă $x * e = e * x = x$, pentru orice număr real x $(x - 4)(e - 5) = 0$, pentru orice număr real x , deci $e = 5$ este elementul neutru al legii de compoziție	2p 3p
4.	$\frac{9}{2} * x' = 5$, unde x' este simetricul lui $\frac{9}{2}$ $\frac{x'}{2} + 2 = 5$, de unde obținem $x' = 6$	2p 3p
5.	$1 * (\log_4 x) = \log_4 x - 4 - 4 \log_4 x + 20 = 16 - 3 \log_4 x$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$ $\log_4 x = 3$, de unde obținem $x = 64$, care convine	3p 2p
6.	$x * 4 = 4 * x = 4$, pentru orice număr real x Cum legea de compoziție este asociativă, obținem $A = (1 * 2 * 3) * 4 * (5 * \dots * 10) = 4$	3p 2p

SEȚIUNEA a III-a
ORIENTAREA PROCESULUI EDUCATIV LA DISCIPLINA MATEMATICĂ
MATEMATICĂ - PROGRAMA 4Filiera *vocațională*, profil *pedagogic*, toate specializările;
filiera *vocațională*, profil *sportiv*, toate specializările

III.3. EVALUARE ÎNIIĂLĂ

CLASA	a XII-a
DOMENIUL DE CONȚINUT	RECAPITULARE ÎNIIĂLĂ
UNITATEA DE ÎNĂȚARE	RECAPITULARE

TEST ÎNIIĂL

VARIANTĂ CU ITEMI TIP ALEGERE MULTIPLĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă 10 puncte din oficiu.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

(5p) 1. Rezultatul calculului $(\sqrt{7}-3)(\sqrt{7}+3)+2$ este:

- a) -2 b) 0 c) 4 d) 6

(5p) 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x + 4$, unde m este un număr real. Numărul real m pentru care punctul $A(m, m^2)$ aparține graficului funcției f este:

- a) -2 b) 1 c) 2 d) 3

(5p) 3. Mulțimea soluțiilor ecuației $\log_4(3x^2 + 4) = 2$ este:

- a)
- $\{2\}$
- b)
- $\{-1, 1\}$
- c)
- $\{-2\}$
- d)
- $\{-2, 2\}$

(5p) 4. Probabilitatea ca, alegând o cifră a din mulțimea $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, numărul de forma $\overline{a4a}$ să fie divizibil cu 3 este egală cu:

- a)
- $\frac{4}{9}$
- b)
- $\frac{1}{9}$
- c)
- $\frac{1}{3}$
- d)
- $\frac{2}{3}$

(5p) 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-3, 3)$, $B(1, 5)$ și $C(5, 1)$. Lungimea medianei din A a triunghiului ABC este egală cu:

- a) 6 b) 3 c)
- $\sqrt{6}$
- d)
- $6\sqrt{2}$

(5p) 6. Aria triunghiului ABC , cu $AB = BC = 10$ și $\sphericalangle BAC = 75^\circ$, este egală cu:

- a)
- $25\sqrt{3}$
- b) 25 c) 50 d)
- $25\sqrt{2}$

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție: $x \circ y = 5 - 2x - 2y$.(5p) 1. Rezultatul compunerii $0 \circ (-2)$ este:

- a) -9 b) -2 c) 0 d) 9

- (5p) 2. Valoarea numărului real a pentru care $x \circ y = a \cdot (y \circ x)$, oricare ar fi numerele reale x și y , este:
a) -1 b) 0 c) 1 d) 2
- (5p) 3. Numărul real x pentru care $(-4) \circ x = 13$ este:
a) 4 b) 0 c) 1 d) 13
- (5p) 4. Numerele naturale n care verifică inegalitatea $n \circ n \geq 1$ sunt:
a) 0 și 1 b) 1 și 2 c) $0, 1$ și 2 d) 0 și 2
- (5p) 5. Suma numerelor reale x pentru care $(-x) \circ (2x) = x^2$ este egală cu:
a) -5 b) 2 c) -2 d) 0
- (5p) 6. Perechile (m, n) de numere naturale pentru care $m \circ n = 3$ sunt:
a) $(1, 1)$ și $(-1, -1)$ b) $(0, -1)$ și $(-1, 0)$ c) $(1, 2)$ și $(2, 1)$ d) $(0, 1)$ și $(1, 0)$

SUBIECTUL al III-lea**(30 de puncte)**Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă: $x * y = xy - 4x - 4y + 20$.

- (5p) 1. Rezultatul compunerii $4 * 5$ este:
a) 3 b) 4 c) 5 d) 20
- (5p) 2. Numărul real a pentru care $x * y - 4 = a(x - 4)(y - 5)$, oricare ar fi numerele reale x și y , este:
a) -1 b) 0 c) 1 d) 2
- (5p) 3. Elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ” este:
a) 3 b) 4 c) 5 d) 6
- (5p) 4. Simetricul numărului real $\frac{9}{2}$ în raport cu legea de compoziție „ $*$ ” este:
a) 2 b) 6 c) 7 d) 9
- (5p) 5. Numărul real pozitiv x care verifică relația este $1 * (\log_4 x) = 7$ este egal cu:
a) 3 b) 16 c) 27 d) 64
- (5p) 6. Numărul real $A = 1 * 2 * 3 * \dots * 10$ este egal cu:
a) 4 b) 5 c) 6 d) 10

BAREM DE NOTARE ȘI EVALUARE

- Se acordă 10 p din oficiu.
- Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

I. 1.	b)	5 p
I. 2.	c)	5 p
I. 3.	d)	5 p
I. 4.	c)	5 p
I. 5.	a)	5 p
I. 6.	b)	5 p

II. 1.	d)	5 p
II. 2.	c)	5 p
II. 3.	b)	5 p
II. 4.	a)	5 p
II. 5.	c)	5 p
II. 6.	d)	5 p

III. 1.	b)	5 p
III. 2.	c)	5 p
III. 3.	c)	5 p
III. 4.	b)	5 p
III. 5.	d)	5 p
III. 6.	a)	5 p

Varianta online:

https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSfaumlxW0PixvDY9SKnMEvJ8Okb6vVAP-OnW89czEYynrl-A/viewform?usp=sf_link

SECTIUNEA a III-a
ORIENTAREA PROCESULUI EDUCATIV LA DISCIPLINA MATEMATICĂ
MATEMATICĂ - PROGRAMĂ 4Filiera *vocațională*, profil *pedagogic*, toate specializările;
filiera *vocațională*, profil *sportiv*, toate specializările

III.3. EVALUARE ÎNIȚIALĂ

CLASA	a XII-a
DOMENIUL DE CONȚINUT	RECAPITULARE ÎNIȚIALĂ
UNITATEA DE ÎNVĂȚARE	RECAPITULARE

TEST ÎNIȚIAL

VARIANTĂ CU ITEMI TIP REZOLVARE DE PROBLEMĂ SAU ITEMI TIP ÎNTREBARE
STRUCTURATĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă 10 puncte din oficiu.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $(\sqrt{3} - 2)^2 + 4\sqrt{3} = 7$.
- 5p 2. Determinați numărul real m știind că soluțiile x_1 și x_2 ale ecuației $x^2 - 4x + 2 = 0$ verifică relația $(m - 2)(x_1 + x_2) = 6x_1x_2$.
- 5p 3. Determinați numărul real x pentru care $2^{x+2} - 6 \cdot 2^{x+1} - 2^x = -36$.
- 5p 4. După o ieftinire cu 30% un produs costă 210 lei. Determinați prețul produsului înainte de ieftinire.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-3, -6)$, $B(0, -5)$ și $C(a, b)$. Determinați coordonatele punctului C știind că acesta este simetricul punctului A față de punctul B .
- 5p 6. Determinați numărul real x pentru care $\frac{4}{\sin 150^\circ} = \frac{x}{\cos 60^\circ}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = x + y - 20$.

- 5p 1. Arătați că $10 \circ 10 = 0$.
- 5p 2. Arătați că legea de compoziție „ \circ ” este asociativă.
- 5p 3. Determinați numărul real x pentru care $x \circ x = -10$.
- 5p 4. Determinați numerele naturale n care verifică inegalitatea $|n \circ 19| < 3$.
- 5p 5. Determinați numerele reale x pentru care $\lg x \circ \lg x = 0 \circ 0$.
- 5p 6. Determinați perechile de numere naturale (m, n) , cu $m < n$, pentru care $m \circ n = -17$.

SUBIECTUL al III-lea
(30 de puncte)

 Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy + 2(x + y) + 2$.

- 5p 1. Arătați că $\sqrt{2} * (-\sqrt{2}) = 0$.
- 5p 2. Arătați că $x * y = (x + 2)(y + 2) - 2$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p 3. Demonstrați că $x * y \in [-2, +\infty)$, pentru orice $x, y \in [-2, +\infty)$.
- 5p 4. Arătați că $e = -1$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.
- 5p 5. Calculați $(-\sqrt{5}) * (-\sqrt{4}) * \dots * \sqrt{4} * \sqrt{5}$.
- 5p 6. Arătați că mulțimea $A = \{x \in \mathbb{Z} / x * (x - 4) \leq -2\}$ are cinci elemente.

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I
(30 de puncte)

1.	$(\sqrt{3} - 2)^2 = 7 - 4\sqrt{3}$ $7 - 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 7$	3p 2p
2.	$x_1 + x_2 = 4, x_1 x_2 = 2$, deci $(m - 2) \cdot 4 = 12$ $m - 2 = 3$, de unde obținem $m = 5$	3p 2p
3.	$2^x (2^2 - 6 \cdot 2 - 1) = -36$, de unde obținem $2^x \cdot (-9) = -36$ $x = 2$	3p 2p
4.	$x - \frac{30}{100}x = 210$, unde x este prețul inițial $x = 300$ de lei	3p 2p
5.	B este mijlocul segmentului AC , de unde obținem $x_B = \frac{x_A + x_C}{2}$ și $y_B = \frac{y_A + y_C}{2}$ $a = 3, b = -4$	2p 3p
6.	$\sin 150^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ $\frac{4}{1} = \frac{x}{1}$, de unde obținem $x = 4$ $\frac{4}{2} = \frac{x}{2}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea
(30 de puncte)

1.	$10 \circ 10 = 10 + 10 - 20 =$ $= 20 - 20 = 0$	3p 2p
2.	$(x \circ y) \circ z = (x + y - 20) + z - 20 = x + y + z - 40$, pentru orice numere reale x, y și z . $x \circ (y \circ z) = x + (y + z - 20) - 20 = x + y + z - 40 = (x \circ y) \circ z$, pentru orice numere reale x, y și z , deci, legea de compoziție „ \circ ” este asociativă	2p 3p
3.	$x \circ x = x + x - 20 = 2x - 20$, pentru orice număr real x $2x - 20 = -10$, deci $2x = 10$, de unde obținem $x = 5$	2p 3p
4.	$ n \circ 19 < 3$, deci $ n - 1 < 3$ $-3 < n - 1 < 3 \Leftrightarrow -2 < n < 4$, de unde se obține $n \in \{0, 1, 2, 3\}$	2p 3p
5.	$\lg x \circ \lg x = 2 \lg x - 20$; $0 \circ 0 = -20$ $2 \lg x - 20 = -20$, de unde obținem $x = 1$, care convine	2p 3p
6.	$m + n - 20 = -17$, deci $m + n = 3$ Cum m și n sunt numere naturale, cu $m < n$, se obțin perechile de numere naturale $(0, 3)$ și $(1, 2)$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea
(30 de puncte)

1.	$\sqrt{2} * (-\sqrt{2}) = \sqrt{2} \cdot (-\sqrt{2}) + 2(\sqrt{2} - \sqrt{2}) + 2 =$ $= -2 + 2 \cdot 0 + 2 = 0$	3p 2p
2.	$x * y = xy + 2x + 2y + 4 - 2 =$ $= x(y + 2) + 2(y + 2) - 2 = (x + 2)(y + 2) - 2$, pentru orice numere reale x și y	3p 2p
3.	Cum $x, y \in [-2, +\infty)$, obținem $(x + 2)(y + 2) \geq 0$ $(x + 2)(y + 2) - 2 \geq -2$, deci $x * y \in [-2, +\infty)$	3p 2p
4.	$x * (-1) = (x + 2)(-1 + 2) - 2 = x + 2 - 2 = x$, pentru orice număr real x $(-1) * x = (-1 + 2)(x + 2) - 2 = x + 2 - 2 = x$, pentru orice număr real x , deci $e = -1$ este elementul neutru	2p 3p
5.	$x * (-2) = (-2) * x = x$, pentru orice număr real x $(-\sqrt{5}) * (-\sqrt{4}) * \dots * \sqrt{4} * \sqrt{5} = ((-\sqrt{5}) * (-2)) * ((-\sqrt{3}) * \dots * \sqrt{4} * \sqrt{5}) =$ $= (-2) * ((-\sqrt{3}) * \dots * \sqrt{4} * \sqrt{5}) = -2$	2p 3p
6.	$x * (x - 4) \leq -2$, deci $(x + 2)(x - 2) - 2 \leq -2$, de unde obținem $x^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow x \in [-2, 2]$ Cum x este număr întreg, obținem $x \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, deci numărul de elemente al mulțimii A este 5	3p 2p

SECȚIUNEA a III-a
ORIENTAREA PROCESULUI EDUCATIV LA DISCIPLINA MATEMATICĂ
MATEMATICĂ - PROGRAMA 4

Filiera vocațională, profil pedagogic, toate specializările;
filiera vocațională, profil sportiv, toate specializările

III.4. ELEMENTE DE ORGANIZARE A TIMPULUI DIDACTIC – EXEMPLIFICARE PENTRU LECȚIA
„ DETERMINANTUL UNEI MATRICE PĂTRATICE DE ORDIN 2, PROPRIETĂȚI”

CLASA	a XII-a
DOMENIUL DE CONȚINUT	DETERMINANȚI
UNITATEA DE ÎNVĂȚARE	DETERMINANTUL UNEI MATRICE PĂTRATICE DE ORDIN CEL MULT 3, PROPRIETĂȚI
LECȚIA	DETERMINANTUL UNEI MATRICE PĂTRATICE DE ORDIN 2, PROPRIETĂȚI

Componentă/ Timp didactic	Observații	Profesor	Elev	Resurse	Organizarea activității
Moment organizatoric <i>2 minute</i>	Sunt asigurate condițiile optime pentru desfășurarea activității.	Profesorul postează pe platforma de <i>e-learning</i> materialele didactice/ linkurile de accesare a acestora, după caz.	Elevii se conectează la platforma de <i>e-learning</i> .	platforma de <i>e-learning</i>	
Anunțarea temei și a obiectivelor <i>3 minute</i>	Este prezentat titlul lecției. Sunt anunțate obiectivele lecției.	Profesorul anunță titlul lecției și obiectivele operaționale propuse, în conformitate cu planificarea activităților.	Elevii notează titlul lecției și urmăresc prezentarea planului de recapitulare.	<ul style="list-style-type: none"> • resurse procedurale: explicația • resurse materiale: proiectul unității de învățare, proiectarea didactică 	frontal

<p>Activitate/ discuție introdactivă 3 minute</p>	<p>Pregătirea elevilor pentru receptarea noului conținut, sensibilizarea acestora cu privire la tema nouă abordată.</p>	<p>Profesorul propune vizionarea unui material audio-video în vederea captării atenției și a evidențierii utilizării în practică și în contexte variate a noțiunilor matematice care vor fi prezentate în lecție, în scopul stimulării motivației pentru studiu.</p>	<p>Elevii vizionează materialul audio-video.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • resurse procedurale: conversația • resurse materiale: https://eduboom.ro/video/160/determinanti-de-ordin-2-m2 	<p>frontal</p>
		<p>Prin următorul set de întrebări se reamintesc noțiunile anterior învățate:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Ce este o ecuație? 2. Ce înțelegem printr-un sistem de două ecuații cu două necunoscute? 3. Ce înseamnă să rezolvăm un sistem? 4. Care este metoda prin care am învățat să rezolvăm un sistem de două ecuații cu două necunoscute? 5. Ce presupune metoda reducerii? Dar metoda substituției? 6. Ce înseamnă că două sisteme sunt echivalente? 7. Ce reprezintă soluția unui sistem? 	<p>Elevii sunt atenți și participă activ, apoi răspund întrebărilor profesorului.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Ecuația este o egalitate matematică în care avem un termen necunoscut. 2. Sistemul de două ecuații cu două necunoscute reprezintă un ansamblu de două ecuații cu două necunoscute. 3. A rezolva un sistem de ecuații înseamnă a-i determina mulțimea de soluții, adică a determina necunoscutele. 4. Am învățat să rezolvăm un sistem prin metoda reducerii sau prin metoda substituției. 5. Pentru a rezolva un sistem de două ecuații cu două 		



<p>Prezentarea optimă a conținutului și dirijarea învățării <i>30 minute</i></p>		<p>8. Reamintim ce numim matrice.</p> <p>9. Ce numim matrice pătratică?</p> <p>Elevii primesc un sistem de două ecuații cu două necunoscute spre rezolvare, prin intermediul metodei reducerii sau a substituției.</p> <p>Rezolvați sistemul de ecuații:</p> $\begin{cases} 4x + y = -1 \\ -3x + 2y = 9 \end{cases}$	<p>necunoscute prin metoda reducerii, procedăm astfel:</p> <ul style="list-style-type: none">- se stabilește necunoscuta care va fi redusă și se înmulțesc cele două ecuații ale sistemului cu numerele corespunzătoare astfel încât prin adunarea ecuațiilor obținute (după înmulțire) aceasta să se reducă. Se obține o ecuație cu o necunoscută.- se rezolvă ecuația cu o necunoscută obținută;- se revine cu necunoscuta determinată în una din cele două ecuații ale sistemului inițial și se determină și cealaltă necunoscută. <p>6. Două sisteme sunt echivalente dacă au aceeași mulțime de soluții.</p> <p>7. Soluția unui sistem de ecuații reprezintă o pereche ordonată de numere reale care verifică simultan cele două ecuații ale sistemului.</p> <p>După ce rezolvă sistemul de ecuații dat, obține perechea</p>		
---	--	--	---	--	--

			ordonată $(-1,3)$ soluție a sistemului.		
		<p>Pentru introducerea noțiunii de determinant de ordinul 2 vom porni de la rezolvarea prin metoda reducerii a sistemului</p> $\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases}, \text{ unde } a_{11}, a_{12}, a_{21}$ <p>și a_{22} reprezintă coeficienții necunoscutelor x și y, iar b_1 și b_2 reprezintă termenii liberi. Matricea</p> $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ <p>reprezintă matricea sistemului și este formată formată din coeficienții necunoscutelor. Dacă numărul $a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12} \neq 0$, după înmulțirea convenabilă a ecuațiilor și eliminarea pe rând a necunoscutelor, se obține soluția sistemului:</p> $x = \frac{a_{22}b_1 - a_{12}b_2}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}},$ $y = \frac{a_{11}b_2 - a_{21}b_1}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}}.$ <p>Numărul $d = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$, valoarea comună a celor doi numitori din formulele care dau</p>	<p>Elevii sunt atenți la explicațiile profesorului, urmăresc și notează în caiete noțiunile prezentate.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • resurse procedurale: conversația, explicația • resurse materiale: prezentare digitală 	frontal

		<p>soluțiile sistemului, reprezintă determinantul de ordin doi asociat matricei A a sistemului.</p> <p>Definiție: Se consideră matricea pătratică de ordinul doi</p> $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}.$ <p>Numărul $d = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$ se numește determinantul de ordin doi sau determinantul matricei A. Pentru determinantul de ordinul 2 se folosește notația:</p> $d = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}, \det(A) \text{ sau } A .$ <p>Produsele $a_{11}a_{22}$ și $a_{12}a_{21}$ se numesc termenii determinantului de ordinul 2. Revenind la formulele care dau soluțiile sistemului, se observă că numărătorii fracțiilor reprezintă determinanții matricelor</p> $A_1 = \begin{pmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{pmatrix} \text{ și } A_2 = \begin{pmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{pmatrix}.$ <p>Aceste matrice sunt obținute din matricea A înlocuind coloana coeficienților necunoscutelor x, respectiv y cu coloana formată din termenii liberi. Utilizând</p>			
--	--	--	--	--	--

	<p>determinanții de ordinul 2, formulele se scriu sub forma</p> $x = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}, y = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}},$ <p>formule denumite formulele lui Cramer pentru sistemul de două ecuații liniare cu două necunoscute.</p>			
	<p>În vederea susținerii atenției și dezvoltării unei atitudini pozitive față de demersul didactic, profesorul propune rezolvarea următoarelor exerciții:</p> <p>1. Calculați determinanții:</p> <p>a) $\begin{vmatrix} 0 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & -9 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 2 & -5 \\ -2 & 6 \end{vmatrix}$</p> <p>2. Rezolvați sistemele utilizând formulele lui Cramer:</p> <p>a) $\begin{cases} 4x + y = -1 \\ -3x + 2y = 9 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4x - 2y = 3 \\ 12x - 3y = -5 \end{cases}$</p>	<p>Îndrumați de profesor, elevii rezolvă la tablă aplicațiile propuse.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • resurse procedurale: conversația, exercițiul, explicația • resurse materiale: prezentare digitală 	<p>frontal</p>
	<p>În funcție de particularitățile de învățare ale elevilor, profesorul organizează grupe omogene pentru a desfășura activități de învățare diferențiată, bazate pe cooperare.</p>	<p>Elevii lucrează pe grupe, își repartizează sarcinile de lucru, își oferă sprijin și feedback reciproc, dezvoltându-și și</p>	<ul style="list-style-type: none"> • resurse procedurale: exercițiul, explicația • resurse materiale: fișa de lucru nr. 1 	<p>pe grupe</p>

			competențele de comunicare și relaționare.	<i>fișa de lucru nr.2</i>	
		Profesorul propune rezolvarea fișei digitale în mod individual, în vederea implicării elevilor într-un efort constructiv de gândire.	Elevii accesează fișa digitală prin linkul postat pe platforma de e-learning și rezolvă sarcinile propuse. Evidențierea itemilor rezolvați corect și greșit, precum și punctajele afișate la finalul activității permite autoevaluarea.	<ul style="list-style-type: none"> • resurse procedurale: exercițiul, explicația, demonstrația • resurse materiale: <i>fișă de lucru quizizz:</i> https://quizizz.com/embed/quiz/66216e8843af8db7c1b2426b 	individual
Fixarea cunoștințelor <i>10 minute</i>	Repetare, sistematizare a cunoștințelor, aplicații ce implică transfer al cunoștințelor în contexte diferite de cele create în etapa de dirijare a învățării	Profesorul distribuie fișa de lucru pe platforma de e-learning. Sarcina de lucru este însoțită de explicațiile necesare pentru continuarea învățării.	Elevii urmăresc explicațiile în vederea operării, în contexte noi, cu setul de competențe dezvoltate.	<ul style="list-style-type: none"> • resurse procedurale: conversația, explicația • resurse materiale: <i>fișa de lucru</i> https://forms.gle/4XXAJ8GJ6a8Rezx66 	individual
Aprecieri și recomandări <i>2 minute</i>	Este apreciată individual și general activitatea și gradul de implicare a elevilor în sarcinile de lucru propuse.	Se recomandă elevilor dezvoltarea competențelor prin rezolvarea exercițiilor din fișe de lucru/auxiliare.	Elevii recepționează aprecierile și recomandările	<ul style="list-style-type: none"> • resurse procedurale: conversația 	frontal

SECȚIUNEA a III-a
ORIENTAREA PROCESULUI EDUCATIV LA DISCIPLINA MATEMATICĂ
MATEMATICĂ - PROGRAMĂ 4**Filiera vocațională, profil pedagogic, toate specializările;**
filiera vocațională, profil sportiv, toate specializările**III.5. ELEMENTE DE ORGANIZARE A TIMPULUI DIDACTIC**

CLASA	a XII-a
DOMENIUL DE CONȚINUT	DETERMINANȚI
UNITATEA DE ÎNVĂȚARE	DETERMINANTUL UNEI MATRICE PĂTRATICE DE ORDIN CEL MULT 3, PROPRIETĂȚI
LECȚIA	DETERMINANTUL UNEI MATRICE PĂTRATICE DE ORDIN 2, PROPRIETĂȚI

FIȘA DE LUCRU NR. 1

1. Calculați determinanții:

a) $\Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}$

b) $\Delta_2 = \begin{vmatrix} \sqrt{2} & 2\sqrt{6} \\ \sqrt{3} & -6 \end{vmatrix}$

c) $\Delta_3 = \begin{vmatrix} \log_3 81 & 3 \\ -5 & \log_2 64 \end{vmatrix}$

2. Rezolvați ecuațiile:

a) $\begin{vmatrix} 3x & 6 \\ -4 & x \end{vmatrix} = 0$

b) $\begin{vmatrix} x & 12 \\ -2 & 2x \end{vmatrix} = 0$

3. Determinați $m \in \mathbb{R}$ pentru care matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & m \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$ are determinantul nenul.

4. Rezolvați următoarele sisteme utilizând metoda Cramer:

a) $\begin{cases} 3x + y = 20 \\ 2x - 2y = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x - 7y = -1 \\ 8x + 7y = 3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + 3y = -4 \\ 5x + 6y = -7 \end{cases}$

Utilizând sistemele de două ecuații liniare cu două necunoscute, rezolvați problemele:

- Lungimea unui dreptunghi este cu 18m mai mare decât lățimea. Determinați dimensiunile dreptunghiului știind că perimetrul dreptunghiului este de 84m.
- Ana a făcut 10 depuneri la bancă, unele de 40 de lei, altele de 70 de lei, în total 610 lei. Determinați de câte ori a depus 40 de lei.
- Un copil are în insectar păianjeni cu 8 picioare și cărăbuși cu 6 picioare. Știind că sunt 8 insecte, având împreună 54 de picioare, calculați câți păianjeni și câți cărăbuși sunt în insectar.

SEȚIUNEA a III-a
ORIENTAREA PROCESULUI EDUCATIV LA DISCIPLINA MATEMATICĂ
MATEMATICĂ - PROGRAMA 4Filiera *vocațională*, profil *pedagogic*, toate specializările;
filiera *vocațională*, profil *sportiv*, toate specializările

III.5. ELEMENTE DE ORGANIZARE A TIMPULUI DIDACTIC

CLASA	a XII-a
DOMENIUL DE CONȚINUT	DETERMINANȚI
UNITATEA DE ÎNVĂȚARE	DETERMINANTUL UNEI MATRICE PĂTRATICE DE ORDIN CEL MULT 3, PROPRIETĂȚI
LECȚIA	DETERMINANTUL UNEI MATRICE PĂTRATICE DE ORDIN 2, PROPRIETĂȚI

FIȘA DE LUCRU NR. 2

1. Calculați determinanții:

a) $\Delta_1 = \begin{vmatrix} \log_3 81 & 3 \\ -5 & \log_2 64 \end{vmatrix}$ b) $\Delta_2 = \begin{vmatrix} A_{10}^2 & C_9^7 \\ 10 & 15 \end{vmatrix}$ c) $\Delta_3 = \begin{vmatrix} \cos a & \sin a \\ -\sin a & \cos a \end{vmatrix}$

2. Rezolvați ecuațiile:

a) $\begin{vmatrix} 3x & 2x+3 \\ -4 & -2 \end{vmatrix} = 0$ b) $\begin{vmatrix} 9x & 5x+1 \\ -4 & -2 \end{vmatrix} = 0$

3. Determinați $m \in \mathbb{R}$ pentru care matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & m \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$ are determinantul nenul.

4. Rezolvați următoarele sisteme utilizând metoda Cramer:

a) $\begin{cases} 2x+5y=15 \\ 3x+8y=-1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5(x+1)=3(y+2) \\ 6x+2(y-3)=0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 4y+1=3(x-1) \\ 5(y-1)=x+1 \end{cases}$

Utilizând sistemele de două ecuații liniare cu două necunoscute, rezolvați problemele:

5. La o cantină s-au adus 30 de kilograme de fructe, mere și struguri, în valoare totală de 160 de lei. Știind că un kilogram de struguri costă 6 lei, iar unul de mere costă 5 lei, determinați ce cantitate s-a adus din fiecare sortiment.
6. Dacă depozitez câte 7 tablouri într-o ladă, rămân 2 lăzi goale și una cu 2 tablouri. Dacă depozitez câte 4 tablouri în fiecare ladă, nu încap 5 tablouri. Determinați câte tablouri sunt și cum ar putea fi aranjate în lăzile date, astfel încât diferența dintre numărul tablourilor din fiecare două lăzi să fie cel mult 1.
7. Dacă mărim numărătorul și numitorul unei fracții cu 2, fracția este egală cu $\frac{7}{8}$, iar dacă micșorăm numărătorul și numitorul ei cu 1, fracția devine $\frac{4}{5}$. Determinați fracția.

SECȚIUNEA a III-a
ORIENTAREA PROCESULUI EDUCATIV LA DISCIPLINA MATEMATICĂ
MATEMATICĂ - PROGRAMA 4
Filiera vocațională, profil pedagogic, toate specializările;
filiera vocațională, profil sportiv, toate specializările

III.5. EVALUARE SUMATIVĂ

CLASA	a XII-a
DOMENIUL DE CONȚINUT	DETERMINANȚI
UNITATEA DE ÎNVĂȚARE	DETERMINANTUL UNEI MATRICE PĂTRATICE DE ORDIN CEL MULT 3, PROPRIETĂȚI

TEST SUMATIV

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 30 de minute.

Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.

SUBIECTUL I

(60 de puncte)

Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect

1. (5 p) Valoarea de adevăr a propoziției „Determinantul matricei transpuse A^t este egal cu determinantul matricei A ” este:

a) Adevărat

b) Fals

2. (5 p) Calculând determinantul $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 54 & 32 \end{vmatrix}$ se obține:

a) 22

b) -22

c) 32

d) -54

e) 0

3. (5 p) Calculând determinantul $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & 7 \\ 9 & 25 & 49 \end{vmatrix}$ se obține:

a) 16

b) 61

c) 338

d) 332

e) 0

4. (10 p) Se consideră matricele, $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$. $\det(AB)$ este egal cu:

a) 13

b) 7

c) -7

d) -13

e) 91



5. (10 p) Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & -4 \\ 5 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. $\det(3A)$ este egal cu:

- a) $3 \cdot \det A$ b) $3^2 \cdot \det A$ c) $3^3 \cdot \det A$ d) $\det A$ e) $3^4 \cdot \det A$

6. (10 p) Determinați numărul real x pentru care $\begin{vmatrix} 2^x & 16 \\ 4 & 2^x \end{vmatrix} = 0$.

- a) $x=2$ b) $x=3$ c) $x=4$ d) $x=1$ e) $x=0$

7. (10 p) Mulțimea soluțiilor ecuației $\begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 13 \end{vmatrix}$ este:

- a) $\{-2,3\}$ b) $\{3,-2\}$ c) $\{1,-6\}$ d) $\{6,-1\}$ e) $\{0,1\}$

8. (5 p) Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} x & y \\ y & x \end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere întregi. Numărul matricelor A care au determinantul egal cu -1 este:

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 0

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Scriveți rezolvări complete

9. (10 p) Determinați numerele reale m pentru care matricea $A = \begin{pmatrix} m-4 & 7 \\ 2 & m+1 \end{pmatrix}$ are determinantul nenul.

10. (20 p) Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x & \lg x & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde $x \in (0, +\infty)$. Calculați determinantul matricei

$$M = A(1) + A(2) + \dots + A(10).$$

Varianta online:

<https://docs.google.com/forms/d/17BtsYu6XOwkVH9gVxFwKyloczi9Ta9faTrLHhEvUIXg/edit>

BAREM DE NOTARE ȘI EVALUARE

- Se acordă 10p din oficiu.

SUBIECTUL I

(60 de puncte)

Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect

1.	a	5 p
2.	b	5 p
3.	a	5 p
4.	e	10 p
5.	c	10 p
6.	b	10 p
7.	a	10 p
8.	b	5 p

Subiectul al II-lea

(30 de puncte)

Scrieți rezolvări complete

9.	$\det A = (m-4)(m+1) - 14$ $m^2 - 3m - 10 = 0$, de unde obținem $m_1 = -3$ și $m_2 = 6$ $\det A \neq 0$ pentru $m \in \mathbb{R} - \{-3, 6\}$	5p 3p 2p
10.	$M = A(1) + A(2) + \dots + A(10) =$ $= \begin{pmatrix} 1 & \lg 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & \lg 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \dots + \begin{pmatrix} 10 & \lg 10 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 1+2+\dots+10 & \lg 1 + \lg 2 + \dots + \lg 10 & 0 \\ 0 & 1+1+\dots+1 & 0 \\ 0 & 0 & 1+1+\dots+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 45 & \lg 10! & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}$, de unde obținem $\det M = 4500$	3p 5p 2p

SECȚIUNEA a III-a
ORIENTAREA PROCESULUI EDUCATIV LA DISCIPLINA MATEMATICĂ
MATEMATICĂ - PROGRAMA 4

Filiera vocațională, profil pedagogic, toate specializările;
filiera vocațională, profil sportiv, toate specializările

III.6 ACTIVITATE REMEDIALĂ

CLASA	a XII-a
DOMENIUL DE CONȚINUT	DETERMINANȚI
UNITATEA DE ÎNVĂȚARE	DETERMINANTUL UNEI MATRICE PĂTRATICE DE ORDIN CEL MULT 3, PROPRIETĂȚI

NIVELUL ÎNCEPĂTOR - CONCEPTE DE BAZĂ

1. Exerciții de calculare a determinantului unei matrice pătratice de ordinul 2

Elevii vor calcula determinantul pentru matrice pătratice de ordinul 2 folosind formula simplă:

$$\det A = ac - bd, \text{ unde } A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

Exemplu: Calculați determinantul matricei $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Exerciții de calculare a determinantului unei matrice pătratice de ordinul 3

Elevii vor calcula determinantul pentru matrice pătratică de ordinul 3 folosind regula lui Sarrus, regula triunghiului sau metoda dezvoltării după o linie sau o coloană.

Exemplu: Calculați determinantul matricei $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$.

Resurse online

<https://www.storyofmathematics.com/determinant-of-a-matrix/>

<https://www.youtube.com/watch?v=3ROzG6n4yMc>

NIVELUL INTERMEDIAR - PROBLEME PRACTICE

1. Exerciții de aplicare a determinantului în probleme practice

Elevii vor rezolva probleme practice care implică calculul determinantului pentru a rezolva sisteme de ecuații liniare

Exemple:

- Calculați determinantul matricei coeficienților sistemului de ecuații liniare $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 4x - y = 7 \end{cases}$.

- Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & a \end{pmatrix}$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , știind că $\det A = 0$.

2. Exerciții de aplicare a proprietăților determinantilor

Exemple:

- Se consideră matricea A , pătratică de ordinul 2 cu elemente numere reale. Știind că $\det A = 5$, calculați determinantul matricei $B = 5A$.

- Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Calculați $\det(A^5)$.

- Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & a & b \\ 4 & a^2 & b^2 \end{pmatrix}$, unde a și b sunt numere reale. Arătați că $\det A = (a-2)(b-2)(b-a)$.

- Determinați soluțiile reale ale ecuației $\begin{vmatrix} 3 & 4-x & 1 \\ 2-x & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 3-x \end{vmatrix} = 0$.

NIVELUL AVANSAT - PROBLEME COMPLEXE

Elevii vor rezolva probleme complexe care implică calculul determinantului în contexte realiste, din viața cotidiană.

Exemplu:

Într-un oraș există mai multe puncte de interes, cum ar fi locuri de muncă, școli, magazine și zone rezidențiale. Autoritățile locale doresc să îmbunătățească sistemul de transport pentru a permite locuitorilor să se deplaseze mai eficient între aceste destinații. Pentru a rezolva această problemă, autoritățile doresc să creeze un model matriceal al sistemului de transport, astfel încât să poată identifica cea mai bună rută între două puncte de interes.

Elevii vor fi împărțiți în două grupe:

- 1) Prima grupă va primi ca sarcină să creeze matricea rețelei de transport, o matrice pătratică în care rândurile și coloanele reprezintă punctele de interes din oraș. Elementele matricei indică legăturile dintre punctele de interes, unde o valoare nenulă (1) indică existența unei rute directe între două puncte, iar o valoare nulă (0) indică lipsa unei rute directe. Această matrice reprezintă matricea de adiacență asociată grafului neorientat ale cărui vârfuri reprezintă punctele de interes din localitate.
- 2) A doua grupă va crea matricea costurilor, pentru a reprezenta costurile sau distanțele asociate fiecărei rute între punctele de interes. Elementele acestei matrice ar putea reprezenta distanțele reale sau timpul necesar pentru a călători între două puncte. Această matrice poate fi folosită pentru a determina cea mai eficientă rută între două puncte de interes.

La finalul activității, profesorul va sublinia importanța metodei. Cu ajutorul acestui model matriceal al sistemului de transport, autoritățile vor putea aplica algoritmi de căutare a drumului cel mai scurt sau cel mai rapid pentru a optimiza rețeaua de transport și pentru a facilita deplasările locuitorilor în oraș. De asemenea, vor putea analiza structura rețelei de transport pentru a identifica eventualele deficiențe sau zone cu trafic intens și să dezvolte strategii pentru a le îmbunătăți.



Elevii vor fi orientați apoi de către profesor să identifice ce anume semnifică valoarea determinantului matricei obținute de ei. Calculul determinantului acestei matrice poate ajuta la determinarea existenței unor rute directe între oricare două puncte de interes din oraș. Dacă determinantul matricei de adiacență este nenul, acest lucru indică că există cel puțin o rută directă între două puncte de interes.

Calculul determinanților poate ajuta la determinarea conectivității între anumite zone cheie ale orașului, cum ar fi centrele de afaceri, locurile de muncă sau zonele rezidențiale. Aceasta poate fi importantă pentru a asigura accesibilitatea și mobilitatea în oraș.

În concluzie, calculul determinanților poate fi folosit în problema sistemului de transport al unui oraș pentru a evalua și a analiza rețeaua de transport în ansamblu și pentru a rezolva diverse probleme specifice legate de conectivitatea, accesibilitatea și eficiența rețelei.

SECȚIUNEA a III-a
ORIENTAREA PROCESULUI EDUCATIV LA DISCIPLINA MATEMATICĂ
MATEMATICĂ - PROGRAMA 4
Filiera vocațională, profil pedagogic

III.7. TEST MODEL BACALAUREAT

CLASA	a XII-a
DOMENIUL DE CONȚINUT	DETERMINANȚI
UNITATEA DE ÎNVĂȚARE	DETERMINANTUL UNEI MATRICE PĂTRATICE DE ORDIN CEL MULT 3, PROPRIETĂȚI

TEST - MODEL BACALAUREAT

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Timp de lucru 3 ore.
- Se acordă 10 puncte din oficiu.

SUBIECTUL I**(30 de puncte)**

- | | |
|-----------|--|
| 5p | 1. Calculați $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3}$. |
| 5p | 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3 - x$. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $f(x) = f(2x - 3)$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x + 9^x = 2$. |
| 5p | 4. Câte numere de trei cifre distincte se pot forma cu cifrele 2, 4, 6 sau 8? |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1, -4)$ și $B(4, -8)$. Determinați distanța dintre punctele A și B . |
| 5p | 6. Calculați lungimea laturii AC a unui triunghi ABC , știind că $AB = 6$, $B = 45^\circ$ și $C = 30^\circ$. |

SUBIECTUL al II-lea**(30 de puncte)**

- | | |
|-----------|--|
| | Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 2xy - 2x - 2y + 3$. |
| 5p | 1. Verificați dacă $x \circ y = 2(x - 1)(y - 1) + 1$, pentru orice numere reale x și y . |
| 5p | 2. Arătați că legea de compoziție „ \circ ” este asociativă. |
| 5p | 3. Determinați elementul neutru al legii de compoziție „ \circ ”. |
| 5p | 4. Arătați că $x \circ 1 = 1 \circ x = 1$, pentru orice număr real x . |
| 5p | 5. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x \circ x = 9$. |
| 5p | 6. Determinați perechile de numere întregi (a, b) pentru care $(a + 2) \circ (b + 4) = 3$. |



SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ și $M(a) = I_2 + a \cdot A$, unde a este număr real.

5p 1. Arătați că $\det A = 0$.

5p 2. Calculați $A \cdot A + 2024 \cdot I_2$.

5p 3. Calculați $\det(A + I_2)$.

5p 4. Arătați că $\det(M(a))$ nu depinde de a , pentru orice număr real a .

5p 5. Demonstrați că $M(a) \cdot M(b) = M(a+b)$, pentru orice numere reale a și b .

5p 6. Știind că $M(n) = M(0) \cdot M(1) \cdot \dots \cdot M(2023) \cdot M(2024)$, demonstrați că numărul natural n este divizibil cu 25.

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I
(30 de puncte)

1.	$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} = \frac{27 - 9 + 3 - 1}{27} =$ $= \frac{20}{27}$	3p 2p
2.	$f(2x - 3) = 6 - 2x$ $3 - x = 6 - 2x$, de unde obținem $x = 3$	2p 3p
3.	$3^{2x} + 3^x - 2 = 0 \Rightarrow (3^x - 1) \cdot (3^x + 2) = 0$ $x = 0$	3p 2p
4.	$A_4^3 = \frac{4!}{(4-3)!} =$ $= 24$	3p 2p
5.	$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(4-1)^2 + (-8+4)^2} =$ $= 5$	3p 2p
6.	$\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C}$, $AC = 6\sqrt{2}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea
(30 de puncte)

1.	$x \circ y = 2xy - 2x - 2y + 2 + 1 =$ $= 2x(y-1) - 2(y-1) + 1 = 2(x-1)(y-1) + 1$, pentru orice numere reale x și y	3p 2p
2.	$(x \circ y) \circ z = (2(x-1)(y-1) + 1) \circ z = 4(x-1)(y-1)(z-1) + 1$, pentru orice numere reale x , y și z $x \circ (y \circ z) = x \circ (2(y-1)(z-1) + 1) = 4(x-1)(y-1)(z-1) + 1 = (x \circ y) \circ z$, pentru orice numere reale x , y și z , deci legea de compoziție este asociativă	2p 3p
3.	$x \circ e = 2(x-1)(e-1) + 1 = 2(e-1)(x-1) + 1 = e \circ x$, pentru orice număr real x $x \circ e = x \Leftrightarrow (x-1)(2e-3) = 0$, pentru orice număr real x , de unde obținem $e = \frac{3}{2}$, care este elementul neutru al legii de compoziție „ \circ ”	2p 3p
4.	$x \circ 1 = 2(x-1)(1-1) + 1 = 1$, pentru orice număr real x $1 \circ x = 2(1-1)(x-1) + 1 = 1 = x \circ 1$, pentru orice număr real x	2p 3p



5.	$2(x-1)^2 + 1 = 9 \Rightarrow (x-1)^2 = 4$ $x = -1$ sau $x = 3$	3p 2p
6.	$2(a+2-1)(b+4-1)+1=3$ și, cum a și b sunt numere întregi, obținem $a+1=b+3=1$ sau $a+1=b+3=-1$ Perechile de numere întregi (a,b) sunt $(0,-2)$ și $(-2,-4)$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1) - (-1) \cdot 1 =$ $= -1 + 1 = 0$	3p 2p
2.	$A^2 = O_2$ $A^2 + 2024 \cdot I_2 = \begin{pmatrix} 2024 & 0 \\ 0 & 2024 \end{pmatrix}$	3p 2p
3.	$A + I_2 = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ $\det(A + I_2) = 2 \cdot 0 - 1 \cdot (-1) = 1$	3p 2p
4.	$M(a) = \begin{pmatrix} 1+a & -a \\ a & 1-a \end{pmatrix}$, pentru orice număr real a $\det(M(a)) = (1+a)(1-a) + a^2 = 1$, pentru orice număr real a	2p 3p
5.	$M(a) \cdot M(b) = \begin{pmatrix} 1+a+b & -a-b \\ a+b & 1-a-b \end{pmatrix}$, pentru orice numere reale a și b $M(a+b) = \begin{pmatrix} 1+a+b & -(a+b) \\ a+b & 1-(a+b) \end{pmatrix} = M(a) \cdot M(b)$, pentru orice numere reale a și b	2p 3p
6.	$M(0) \cdot M(1) \cdot \dots \cdot M(2023) \cdot M(2024) = M(0+1+\dots+2023+2024) =$ $= M\left(\frac{2024 \cdot 2025}{2}\right) = M(1012 \cdot 2025) = M(n)$, deci $n = 1012 \cdot 2025$, care este divizibil cu 25	2p 3p

SECȚIUNEA a IV-a

SECȚIUNEA a IV-a ORIENTAREA PROCESULUI EDUCATIV LA DISCIPLINA MATEMATICĂ - PROGRAMĂ 5
Filiera teoretică, profil umanist, specializarea științe sociale; Filiera vocațională, profil militar M.A.I., specializarea științe sociale;
Filiera vocațională, profil teologic, toate specializările, cu excepția specializărilor teologie ortodoxă și patrimoniu cultural

IV.1. EXEMPLU DE PLANIFICARE CALENDARISTICĂ ANUALĂ

Unitatea de învățământ:

PLANIFICARE CALENDARISTICĂ ANUALĂ
ANUL ȘCOLAR 2024 – 2025*

Matematică

Clasa a XII-a – Programa 5 (Filiera teoretică, profil umanist, specializarea științe sociale; Filiera vocațională, profil militar M.A.I., specializarea științe sociale)

2 ore/săptămână

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Interval de cursuri (IC)
[se menționează titluri/teme]	[se precizează numărul criterial al competențelor specifice din programa școlară]	[din conținuturile programei școlare]	[stabilite de către cadrul didactic]	[se precizează săptămâna sau săptămânile]	[se menționează, de exemplu, modificări în urma realizării activității didactice la clasă]
Recapitulare inițială	CS vizate de programa școlară de matematică pentru clasele a	<i>Recapitulare – clasa a IX-a, clasa a X-a, clasa a XI-a</i> <i>Evaluare inițială</i>	2	S1	IC 1



Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Interval de cursuri (IC)
	IX-a, a X-a și a XI-a				
Matrice	1.1. 1.2. 1.3.	<ul style="list-style-type: none"> Tabel de tip matriceal. Matrice, mulțimi de matrice Operații cu matrice: adunarea a două matrice, înmulțirea unei matrice cu un scalar, produsul a două matrice, proprietăți 	12	S2-S7	
Vacanță (26.10.2024 – 3.11.2024)					
Determinanți	1.3. 2.3. 3.3. 4.3. 5.3.	<ul style="list-style-type: none"> Determinantul unei matrice pătrate de ordin cel mult 3, proprietăți Aplicații ale determinanților în geometrie: ecuația unei drepte determinate de două puncte distincte, aria unui triunghi și coliniaritatea a trei puncte în plan 	8 4	S8 - S13	IC 2
Școala altfel***				S14	
Vacanță (21.12.2024 – 07.01.2025)					
Sisteme de ecuații liniare	2.4. 2.5. 3.4. 3.5. 4.4. 4.5.	<ul style="list-style-type: none"> Metode de rezolvare a sistemelor liniare: metoda Cramer, metoda Gauss Matrice inversabile din \mathcal{M}_n, $n \in \{2, 3\}$. Ecuații matriceale 	6 6	S15 – S20	IC 3
Vacanță** (15.02.2025 – 23.02.2025)					
Sisteme de ecuații liniare	5.5.	<ul style="list-style-type: none"> Sisteme liniare cu cel mult 3 necunoscute, forma matriceală a unui sistem liniar 	2	S21	
Legi de compoziție	1.1. 2.1. 3.1.	<ul style="list-style-type: none"> Legi de compoziție, parte stabilă, proprietăți 	8	S22-S25	IC 4
Structuri algebrice	1.2. 2.2. 3.2. 4.2.	<ul style="list-style-type: none"> Structuri algebrice: grup. Exemple: mulțimile \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R} 	4	S26-S27	
Săptămâna verde***				S28	

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Interval de cursuri (IC)
Vacanță (18.04.2025 – 27.04.2025)					
Structuri algebrice	2.3. 3.3. 4.3. 5.3.	• Structuri algebrice: inel, corp. Exemple: mulțimile $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$	8	S29 – S32	IC 5
Recapitulare și sistematizare	CS vizate de programa școlară pentru clasa a XII-a	• Matrice • Determinanți • Sisteme de ecuații • Legi de compoziție. Structuri algebrice	4	S33-S34	

*Planificarea calendaristică este realizată pentru anul școlar 2024 – 2025, care, pentru clasa a XII-a, are 34 de săptămâni de cursuri (OME nr. 3694/2024).

**Structura anului școlar 2024 - 2025 prevede o vacanță de o săptămână la decizia inspectoratelor școlare județene/al municipiului București. În exemplul de planificare prezentat, această vacanță este stabilită în perioada 15 februarie – 23 februarie 2025.

*** Programul „Săptămâna verde” și Programul național „Școala altfel” se desfășoară în intervale de câte 5 zile consecutive lucrătoare, a căror planificare se află la decizia unității de învățământ. Derularea celor două programe nu se planifică în același interval de cursuri, conform OME nr. 3694/2024. În exemplul prezentat, Programul național „Școala altfel” este planificat în săptămâna S14 (IC 2) și Programul „Săptămâna verde” este planificat în săptămâna S28 (IC 4).

Competențele specifice (CS) din planificare sunt de forma $n.m$, unde $n = \overline{1,5}$ corespunde numerotării competențelor generale din programa școlară și $m = \overline{1,5}$ corespunde conținuturilor din programa școlară.

Planificarea este realizată pentru următoarea structură a anului școlar:

Intervale de cursuri	Perioada	Săptămânile de școală							
IC 1	9 septembrie – 25 octombrie 2024 (7 săptămâni)	1	2	3	4	5	6	7	
IC 2	4 noiembrie – 20 decembrie 2024 (6 săptămâni + Școala altfel)	8	9	10	11	12	13	14	
IC 3	8 ianuarie – 14 februarie 2025 (6 săptămâni)	15	16	17	18	19	20		
IC 4	24 februarie – 17 aprilie 2025 (7 săptămâni + Săptămâna verde)	21	22	23	24	25	26	27	28
IC 5	28 aprilie – 6 iunie 2025 (6 săptămâni)	29	30	31	33	32	33	34	



Unitatea de învățământ:

PLANIFICARE CALENDARISTICĂ ANUALĂ
ANUL ȘCOLAR 2024 – 2025*

Matematică

Clasa a XII-a – Programa 5 (Filiera vocațională, profil teologic, toate specializările, cu excepția specializărilor teologie ortodoxă și patrimoniu cultural)

1 oră/săptămână

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Interval de cursuri (IC)
[se menționează titluri/teme]	[se precizează numărul criterial al competențelor specifice din programa școlară]	[din conținuturile programei școlare]	[stabilite de către cadrul didactic]	[se precizează săptămâna sau săptămânile]	[se menționează, de exemplu, modificări în urma realizării activității didactice la clasă]
Recapitulare inițială	CS vizate de programa școlară de matematică pentru clasele a IX-a, a X-a și a XI-a	<i>Recapitulare – clasa a IX-a, clasa a X-a, clasa a XI-a</i> <i>Evaluare inițială</i>	2	S1-S2	IC 1
Matrice	1.1. 1.2. 1.3.	<ul style="list-style-type: none"> Tabel de tip matriceal. Matrice, mulțimi de matrice Operații cu matrice: adunarea a două matrice, înmulțirea unei matrice cu un scalar, produsul a două matrice, proprietăți 	5	S3-S7	
Vacanță (26.10.2024 – 3.11.2024)					



Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Interval de cursuri (IC)
Determinanți	1.3. 2.3. 3.3. 4.3. 5.3.	<ul style="list-style-type: none"> Determinantul unei matrice pătratice de ordin cel mult 3, proprietăți Aplicații ale determinanților în geometrie: ecuația unei drepte determinate de două puncte distincte, aria unui triunghi și coliniaritatea a trei puncte în plan 	4 2	S8 - S13	IC 2
	Scoala altfel***			S14	
Vacanță (21.12.2024 – 07.01.2025)					
Sisteme de ecuații liniare	2.4. 2.5. 3.4. 3.5. 4.4. 4.5.	<ul style="list-style-type: none"> Metode de rezolvare a sistemelor liniare: metoda Cramer, metoda Gauss 	6	S15 – S20	IC 3
	Vacanță** (15.02.2025 – 23.02.2025)				
	5.5.	<ul style="list-style-type: none"> Matrice inversabile din $\mathcal{M}_n, n \in \{2, 3\}$. Ecuații matriceale 	7	S21-S27	IC 4
Săptămâna verde***				S28	
Vacanță (18.04.2025 – 27.04.2025)					
Sisteme de ecuații liniare	2.3. 3.3. 4.3. 5.3.	<ul style="list-style-type: none"> Sisteme liniare cu cel mult 3 necunoscute, forma matriceală a unui sistem liniar 	2	S29 – S30	IC 5
	Recapitulare și sistematizare	CS vizate de programa școlară pentru clasa a XII-a	<ul style="list-style-type: none"> Matrice Determinanți Sisteme de ecuații 	4	



*Planificarea calendaristică este realizată pentru anul școlar 2024 – 2025, care, pentru clasa a XII-a, are 34 de săptămâni de cursuri (OME nr. 3694/2024).

**Structura anului școlar 2024 - 2025 prevede o vacanță de o săptămână la decizia inspectoratelor școlare județene/al municipiului București. În exemplul de planificare prezentat, această vacanță este stabilită în perioada 15 februarie – 23 februarie 2025.

*** Programul „Săptămâna verde” și Programul național „Școala altfel” se desfășoară în intervale de câte 5 zile consecutive lucrătoare, a căror planificare se află la decizia unității de învățământ. Derularea celor două programe nu se planifică în același interval de cursuri, conform OME nr. 3694/2024. În exemplul prezentat, Programul național „Școala altfel” este planificat în săptămâna S14 (IC 2) și Programul „Săptămâna verde” este planificat în săptămâna S28 (IC 4).

Competențele specifice (CS) din planificare corespund numerotării competențelor din programa școlară.

Planificarea este realizată pentru următoarea structură a anului școlar:

Intervale de cursuri	Perioada	Săptămânile de școală							
IC 1	9 septembrie – 25 octombrie 2024 (7 săptămâni)	1	2	3	4	5	6	7	
IC 2	4 noiembrie – 20 decembrie 2024 (6 săptămâni + Școala altfel)	8	9	10	11	12	13	14	
IC 3	8 ianuarie – 14 februarie 2025 (6 săptămâni)	15	16	17	18	19	20		
IC 4	24 februarie – 17 aprilie 2025 (7 săptămâni + Săptămâna verde)	21	22	23	24	25	26	27	28
IC 5	28 aprilie – 6 iunie 2025 (6 săptămâni)	29	30	31	33	32	33	34	

SECȚIUNEA a IV-a
ORIENTAREA PROCESULUI EDUCATIV LA DISCIPLINA MATEMATICĂ
MATEMATICĂ - PROGRAMA 5
Filiera teoretică, profil umanist, specializarea științe sociale
Filiera vocațională, profil militar M.A.I., specializarea științe sociale

IV.2. ELEMENTE DE PROIECTARE DIDACTICĂ – EXEMPLIFICARE PENTRU UNITATEA DE ÎNVĂȚARE „MATRICE”

DOMENIUL DE CONȚINUT	ELEMENTE DE CALCUL MATRICEAL ȘI SISTEME DE ECUAȚII LINIARE
UNITATEA DE ÎNVĂȚARE	MATRICE
NR. DE ORE ALOCATE	12

TITLUL LECȚIEI	CONȚINUTURI	COMPETENȚE SPECIFICE	ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE	RESURSE	EVALUARE
Matrice, mulțimi de matrice (2 ore)	Tabel de tip matriceal. Matrice, mulțimi de matrice	1.	A1. Reprezentarea matriceală a unui tabel de date asociat unor situații concrete specifice domeniului economic/tehnic	Activitate frontală • <i>Material audio-video</i> • <i>Prezentare PPT</i> Activitate individuală • <i>Fișa de lucru nr.1</i>	Observare sistematică Feedback profesor/colegi
		2.	A1. Identificarea tipului de matrice A2. Determinarea transpusei unei matrice A3. Utilizarea egalității a două matrice pentru determinarea elementelor unei matrice A4. Redactarea soluției unei probleme cu matrice, utilizând terminologia matematică adecvată	Activitate frontală • <i>Fișa de lucru nr.2</i> Activitate în cooperare • <i>Fișa de lucru LearningApps</i>	Observare sistematică Feedback profesor/colegi

TITLUL LECȚIEI	CONȚINUTURI	COMPETENȚE SPECIFICE	ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE	RESURSE	EVALUARE
Adunarea a două matrice (1oră)	Adunarea a două matrice, proprietăți	3.	<p>A1. Utilizarea algoritmului de adunare a două matrice folosind terminologia matematică adecvată</p> <p>A2. Verificarea validității unor afirmații, pe cazuri particulare sau prin construirea unor exemple și contraexemple</p> <p>A3. Folosirea particularizării, a generalizării pentru rezolvarea de probleme noi, pornind de la o proprietate dată</p> <p>A4. Analizarea datelor unei probleme pentru verificarea noncontradicției și suficienței datelor</p>	<p>Activitate frontală</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Fișa de lucru nr.3</i> <p>Activitate individuală</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Formular Google</i> 	<p>Feedback profesor/colegi</p> <p>Autoevaluare</p>
Înmulțirea unei matrice cu un scalar (1 oră)	Înmulțirea unei matrice cu un scalar	3.	<p>A5. Utilizarea algoritmului de înmulțire a unei matrice cu un scalar folosind terminologia matematică adecvată</p> <p>A6. Aplicarea proprietăților înmulțirii matricelor cu scalari</p>	<p>Activitate frontală</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Fișa de lucru nr.4</i> <p>Activitate individuală</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Fișă de lucru digitală liveworksheets</i> 	<p>Feedback profesor/colegi</p> <p>Autoevaluare</p>
Produsul a două matrice (3 ore)	Produsul a două matrice, proprietăți	3.	<p>A1. Utilizarea algoritmului de înmulțire a două matrice folosind terminologia matematică adecvată</p> <p>A2. Aplicarea proprietăților înmulțirii matricelor</p> <p>A3. Verificarea validității unor afirmații, pe cazuri particulare sau prin construirea unor exemple și/sau contraexemple</p> <p>A4. Folosirea particularizării, a generalizării pentru rezolvarea de probleme noi, pornind de la o proprietate dată</p>	<p>Activitate frontală</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Fișa de lucru nr.5</i> <p>Activitate în cooperare</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Fișa de lucru nr.6</i> 	<p>Observare sistematică</p> <p>Interevaluare</p>

TITLUL LECȚIEI	CONȚINUTURI	COMPETENȚE SPECIFICE	ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE	RESURSE	EVALUARE
		3.	A1. Utilizarea algoritmului de înmulțire a două matrice folosind terminologia matematică adecvată A2. Aplicarea proprietăților înmulțirii matricelor	Activitate frontală • <i>Fișa de lucru nr.7</i> Activitate individuală diferențiată • <i>Fișa de lucru nr.8</i>	Observare sistematică Feedback profesor/colegi
		3.	A1. Utilizarea algoritmului de înmulțire a două matrice folosind terminologia matematică adecvată A2. Aplicarea proprietăților înmulțirii matricelor	Activitate în cooperare • <i>Fișă de lucru digitală liveworksheets</i> Activitate individuală diferențiată • <i>Fișa de lucru nr.9</i>	Feedback profesor/colegi Autoevaluare
Operații cu matrice (3 ore)	Operații cu matrice	1. 2. 3.	A1. Rezolvarea de probleme și situații-problemă în legătură cu matricele A2. Aplicarea de metode standard ce permit modelarea matematică A3. Redactarea soluției unei probleme cu matrice, utilizând terminologia matematică adecvată	Activitate frontală • <i>Fișa de lucru nr.10</i> Activitate individuală • <i>Formular Google</i>	Observare sistematică Autoevaluare
		1. 2. 3.	A1. Transferul și extrapolarea soluțiilor unor probleme pentru rezolvarea altor probleme A2. Formarea obișnuinței de a căuta toate soluțiile și de a analiza rezultatele obținute	Activitate frontală • <i>Fișa de lucru nr.11</i> Activitate pe grupe • <i>Proiect - Fișa de lucru nr. 12</i>	Observare sistematică Interevaluare

TITLUL LECȚIEI	CONȚINUTURI	COMPETENȚE SPECIFICE	ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE	RESURSE	EVALUARE
		1. 2. 3.	A1. Realizarea unei hărți conceptuale asociate noțiunii studiate de <i>matrice</i> A2. Utilizarea rezultatelor și/sau a metodelor pentru a crea strategii de lucru	Activitate frontală • <i>Material audio-video</i> Activitate în cooperare • <i>Hartă conceptuală online Coggle</i> Activitate frontală • <i>Fișa de lucru nr.13</i> Activitate individuală • <i>Fișa de lucru digitală liveworksheets</i> Activitate diferențiată în cooperare • <i>Fișe de lucru nr.14+15</i>	Observare sistematică Feedback profesor/colegi Autoevaluare
Evaluare la finalul unității de învățare (1 oră)		1. 2. 3.	A1. Evaluare scrisă la finalul unității de învățare	Test de evaluare • <i>Formular Google</i>	Probă scrisă
Activități de remediere și/sau de progres (1 oră)		1. 2. 3.	A1. Identificarea și discutarea erorilor tipice de rezolvare A2. Remediarea greșelilor tipice identificate în testul sumativ A3. Analizarea unor metode de rezolvare a problemelor cu calcul matriceal	Activitate frontală • <i>Fișa de lucru nr.16</i> Activitate individuală diferențiată • <i>Fișa de lucru nr.17</i>	Observare sistematică Feedback profesor/colegi

Competențele specifice asociate unității de învățare *Matrice*

1. Identificarea unor situații practice concrete, care necesită asocierea unui tabel de date cu reprezentarea sa matriceală
2. Asocierea unui tabel de date cu reprezentarea matriceală a unui proces
3. Aplicarea, în situații practice, a algoritmilor de calcul cu matrice

SECȚIUNEA a IV-a
MATEMATICĂ - PROGRAMĂ 5

 Filiera teoretică, profil umanist, specializarea științe sociale;
Filiera vocațională, profil militar M.A.I., specializarea științe sociale

IV.3. EVALUARE ÎNIIĂLĂ

CLASA	a XII-a
DOMENIUL DE CONȚINUT	RECAPITULARE ÎNIIĂLĂ
UNITATEA DE ÎNVĂȚARE	RECAPITULARE

TEST ÎNIIĂL

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Pentru fiecare item, dintre cele 4 variante de răspuns, doar una este corectă.
- Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 20 de minute.

Încercuți litera corespunzătoare răspunsului corect.

15p	1. Un investitor deschide 5 conturi în lei și depune următoarele sume: 10000 25000 15000 35000 20000 Suma medie de bani existentă în cele 5 conturi este egală cu: A. 21000 B. 55000 C. 20000 D. 15000															
15p	2. Timpul alocat pentru reglajul unui aparat este distribuit în 3 operații independente, cu caracteristicile următoare: <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Caracteristici</th> <th colspan="3">Operația</th> </tr> <tr> <th>T1</th> <th>T2</th> <th>T3</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Media</td> <td>12</td> <td>15</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>Abaterea medie pătratică</td> <td>4</td> <td>3</td> <td>5</td> </tr> </tbody> </table> Abaterea medie pătratică a timpului total cerut de reglaj este egală cu: A. 6 B. $5\sqrt{2}$ C. 12 D. $2\sqrt{5}$	Caracteristici	Operația			T1	T2	T3	Media	12	15	8	Abaterea medie pătratică	4	3	5
Caracteristici	Operația															
	T1	T2	T3													
Media	12	15	8													
Abaterea medie pătratică	4	3	5													
10p	3. Pentru datele din problema 2, media timpului total cerut de reglaj este egală cu: 4. 17,5 5. 12 6. 30 7. 35															
15p	4. Se consideră seria de date statistice care indică prețul, în mii de lei, al unui obiect scos la licitație: 51 60 72 35 32 57 63 Mediana seriei statistice, adică valoarea care indică mijlocul seriei de date, este: A. 57 B. 35 C. 60 D. 51															
15p	5. Pentru seria de date din problema 4, media datelor statistice este egală cu: A. 52 B. 52,85 C. 50 D. 370															



10p	6. Care este procentul de ieftinire al unui produs, care costă inițial 9 lei, iar după ieftinire costă 8,1 lei? A. 10% B. 9% C. 1% D. 5%
10p	7. Dacă 4 aspersoare irigă un teren în 20 minute, în cât timp va fi irigat același teren, cu aceeași cantitate de apă, de 5 aspersoare? A. 15 minute B. 10 minute C. 16 minute D. 12 minute

Varianta online:

[Test inițial, clasa a XII-a , științe sociale \(google.com\)](#)

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE:

- Se acordă 10 puncte din oficiu.

1	2	3	4	5	6	7
A	B	D	A	B	A	C
15p	15p	10p	15p	15p	10p	10p

Observație: Timpul efectiv de lucru poate fi adaptat de profesorul clasei în funcție de modul în care se administrează testul.

SECȚIUNEA a IV-a
ORIENTAREA PROCESULUI EDUCATIV LA DISCIPLINA MATEMATICĂ
MATEMATICĂ - PROGRAMĂ 5*Filiera vocațională, profil teologic, toate specializările,
cu excepția specializărilor teologie ortodoxă și patrimoniu cultural***IV.3. EVALUARE ÎNIȚIALĂ**

CLASA	a XII-a
DOMENIUL DE CONȚINUT	RECAPITULARE ÎNIȚIALĂ
UNITATEA DE ÎNVĂȚARE	RECAPITULARE

TEST ÎNIȚIAL

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Pentru fiecare item, dintre cele 4 variante de răspuns, doar una este corectă.
- Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 20 de minute.

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

15p	1. Se consideră seria de date statistice, care indică sumele de bani, exprimate în lei, cheltuite de un student într-o săptămână: 150 200 325 432 228 125 185 Suma medie de bani cheltuită de student într-o săptămână este egală cu: A. 200 B. 325 C. 235 D. 150
15p	2. Mediana seriei statistice de la problema 2, adică valoarea care indică mijlocul seriei de date este: A. 185 B. 432 C. 200 D. 228
10p	3. Care este procentul de scumpire al unui produs, care costă inițial 7 lei, iar după scumpire costă 9,8 lei? A. 30% B. 40% C. 4% D. 50%
15p	4. Numărul de bilete vândute la un cinematograf, în primele 5 luni ale anului 2023, este: 60 52 71 45 57 Mediana seriei statistice, adică valoarea care indică mijlocul seriei de date, este: A. 52 B. 71 C. 60 D. 57
15p	5. O echipă de 6 elevi poate finaliza un proiect la matematică în 15 ore. În câte ore poate finaliza același proiect, în același ritm de lucru, o echipă de 10 elevi? A. 7 ore B. 9 ore C. 5 ore D. 12 ore
10p	6. Din 70 kg de grâu se obțin 45 kg de făină. Câte kg de făină se obțin din 35 kg de grâu? A. 22,5 kg B. 35 kg C. 10 kg D. 50 kg



10p	<p>7. Știind că, în luna aprilie, în 3 zile s-au înregistrat câte $16^{\circ}C$, în alte 3 zile câte $18^{\circ}C$, iar în următoarele 4 zile $17^{\circ}C$, temperatura medie înregistrată în cele 10 zile ale lunii aprilie este egală cu:</p> <p>A. $17^{\circ}C$ B. $16^{\circ}C$ C. $18^{\circ}C$ D. $15^{\circ}C$</p>
------------	---

Varianta online:

[Test inițial, clasa a XII-a , profil teologic \(google.com\)](#)

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE:

- Se acordă 10 puncte din oficiu.

1	2	3	4	5	6	7
C	C	B	D	B	A	A
15p	15p	10p	15p	15p	10p	10p

Observație: Timpul efectiv de lucru poate fi adaptat de profesorul clasei în funcție de modul în care se administrează testul.

SECȚIUNEA a IV-a
ORIENTAREA PROCESULUI EDUCATIV LA DISCIPLINA MATEMATICĂ
MATEMATICĂ - PROGRAMĂ 5

Filiera teoretică, profil umanist, specializarea științe sociale
Filiera vocațională, profil militar M.A.I., specializarea științe sociale

IV.4. ELEMENTE DE ORGANIZARE A TIMPULUI DIDACTIC – EXEMPLIFICARE PENTRU LECȚIA „OPERAȚII CU MATRICE”

CLASA	a XII-a
DOMENIUL DE CONȚINUT	ELEMENTE DE CALCUL MATRICEAL ȘI SISTEME DE ECUAȚII LINIARE
UNITATEA DE ÎNVĂȚARE	MATRICE
LECȚIA	OPERAȚII CU MATRICE

Componentă/ Timp didactic	Observații	Profesor	Elev	Resurse	Organizarea activității
Moment organizatoric 2 minute	Sunt asigurate condițiile optime pentru desfășurarea activității.	Profesorul postează pe platforma de <i>e-learning</i> materialele didactice/ linkurile de accesare a acestora, după caz.	Elevii se conectează la platforma de <i>e-learning</i>	platforma de <i>e-learning</i>	
Anunțarea temei și a obiectivelor 3 minute	Este prezentat planul de recapitulare, stabilit și comunicat elevilor în lecția anterioară.	Profesorul anunță titlul lecției și obiectivele operaționale propuse, în conformitate cu planul de recapitulare.	Elevii notează titlul lecției și urmăresc prezentarea planului de recapitulare.	<ul style="list-style-type: none"> • resurse procedurale: explicația • resurse materiale: plan de recapitulare 	frontal

Dirijarea procesului de recapitulare 30 minute	Sistematizarea, aprofundarea cunoștințelor și a deprinderilor, stabilirea unor noi corelații între acestea; transfer în contexte instrucționale noi, bazat pe rezolvarea unor sarcini variate noi, cu grade diferite de dificultate; activități diferențiate, individuale și de grup.	Profesorul propune vizionarea unui material audio-video în vederea corelării domeniilor de studiu, și a evidențierii utilizării în practică și în contexte variate a noțiunilor matematice învățate, în scopul stimulării motivației pentru studiu.	Elevii vizionează materialul audio-video	<ul style="list-style-type: none"> • resurse procedurale: conversația • resurse materiale: https://ed.ted.com/lessons/how-to-organize-add-and-multiply-matrices-bill-shillito?lesson_collection=math-in-real-life 	frontal
		Profesorul propune realizarea, în perechi, cu ajutorul aplicației digitale <i>Coogle</i> , a unei hărți conceptuale privind noțiunea de matrice și operațiile cu matrice.	Elevii lucrează în perechi în vederea sistematizării noțiunilor teoretice abordate în cadrul unității de învățare <i>Matrice</i> , relevante pentru demersul didactic actual.	<ul style="list-style-type: none"> • resurse procedurale: conversația, explicația • resurse materiale: https://coggle.it/ 	în perechi
		În vederea susținerii atenției și dezvoltării unei atitudini pozitive față de demersul didactic, profesorul propune rezolvarea fișei de lucru 1, structurată diferențiat sub aspectul complexității itemilor propuși spre rezolvare.	Îndrumați de profesor, elevii rezolvă la tablă exercițiile propuse în fișa de lucru 1, în vederea dezvoltării competențelor vizate.	<ul style="list-style-type: none"> • resurse procedurale: conversația, exercițiul, explicația • resurse materiale: <i>fișa de lucru nr.1</i> 	frontal
		Profesorul propune rezolvarea fișei digitale în mod individual, în vederea implicării elevilor într-un efort constructiv de gândire.	Elevii accesează fișa digitală prin linkul postat pe platforma de <i>e-learning</i> și rezolvă sarcinile propuse. Evidențierea itemilor rezolvați corect și greșit, precum și punctajele afișate la finalul activității permite autoevaluarea.	<ul style="list-style-type: none"> • resurse procedurale: exercițiul, explicația, demonstrația • resurse materiale: <i>fișa de lucru digitală nr.2 LiveWorksheets</i> 	individual

		În funcție de particularitățile de învățare ale elevilor, profesorul organizează grupe omogene pentru a desfășura activități de învățare diferențiată, bazate pe cooperare.	Elevii lucrează pe grupe, își repartizează sarcinile de lucru, își oferă sprijin și feedback reciproc, dezvoltându-și și competențele de comunicare și relaționare.	<ul style="list-style-type: none"> • resurse procedurale: exercițiul, explicația • resurse materiale: fișa de lucru nr.3 fișa de lucru nr.4 	pe grupe
Asigurarea operării cu setul de competențe în contexte noi <i>13 minute</i>	Lucru în clasă și/ sau acasă	Profesorul distribuie fișa de lucru 5 pe platforma de e-learning. Sarcina de lucru este însoțită de explicațiile necesare pentru continuarea învățării.	Elevii urmăresc explicațiile în vederea operării, în contexte noi, cu setul de competențe dezvoltate.	<ul style="list-style-type: none"> • resurse procedurale: conversația, explicația • resurse materiale: fișa de lucru nr.5 	individual
Aprecieri și recomandări <i>2 minute</i>	Este apreciată individual și general activitatea și gradul de implicare a elevilor în sarcinile de lucru propuse.	Se recomandă elevilor dezvoltarea competențelor prin rezolvarea exercițiilor din fișe de lucru/auxiliare.	Elevii recepționează aprecierile și recomandările	<ul style="list-style-type: none"> • resurse procedurale: conversația 	frontal

SECTIUNEA a IV-a
ORIENTAREA PROCESULUI EDUCATIV LA DISCIPLINA MATEMATICĂ
MATEMATICĂ - PROGRAMĂ 5Filiera *teoretică*, profil *umanist*, specializarea *științe sociale*
Filiera *vocațională*, profil *militar M.A.I.*, specializarea *științe sociale*

IV.4. ELEMENTE DE ORGANIZARE A TIMPULUI DIDACTIC

CLASA	a XII-a
DOMENIUL DE CONȚINUT	ELEMENTE DE CALCUL MATRICEAL ȘI SISTEME DE ECUAȚII LINIARE
UNITATEA DE ÎNVĂȚARE	MATRICE
LECȚIA	OPERĂȚII CU MATRICE

FIȘA DE LUCRU NR. 1

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ \sqrt{7} & -8 & 2 \\ 0 & -4 & 0,2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 4 & -8 & -3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 14 \\ -\sqrt{28} \\ 8 \end{pmatrix}$ și

$$D = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \sqrt{5} & 6 & -5 \end{pmatrix}.$$

Precizați valoarea de adevăr a fiecăreia dintre propozițiile următoare:

- $A \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$
 - $B \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$
 - $C \in \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{Q})$
 - $D \in \mathcal{M}_{1,4}(\mathbb{R})$
 - $a_{21} \cdot c_{21} + b_{23} - d_{14} = -12$
2. Numerele reale pentru care are loc egalitatea $\begin{pmatrix} 3 & 2+x \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 3y-5 & 4 \end{pmatrix}$ sunt $x = \dots$ și $y = \dots$

Pentru exercițiile 3 și 4, dintre cele 4 variante de răspuns, doar una este corectă.

3. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ -3 & -2 & 8 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 1 \\ 0 & -9 & 3 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ și $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Matricea

$M = 3A + 5B - I_3$ este egală cu:

A.
$$\begin{pmatrix} 18 & -38 & 11 \\ 12 & -35 & 30 \\ -19 & -11 & 24 \end{pmatrix}$$

B.
$$\begin{pmatrix} 17 & -38 & 11 \\ 12 & -37 & 30 \\ -19 & -11 & 23 \end{pmatrix}$$

C.
$$\begin{pmatrix} -13 & 32 & 11 \\ 12 & 53 & 0 \\ 1 & -1 & 23 \end{pmatrix}$$

D.
$$\begin{pmatrix} 17 & -38 & 11 \\ 12 & 37 & 30 \\ -19 & -11 & 25 \end{pmatrix}$$

4. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 10 & -4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$. Știind că tA și tB sunt transpusele matricelor A , respectiv B , suma elementelor matricei ${}^tA{}^tB$ este egală cu:
- A. 38
B. 68
C. 98
D. 108

Pentru exercițiile 5 și 6, scrieți rezolvările complete.

5. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- a) Arătați că $A \cdot A = -5I_2$.
- b) Verificați dacă $AB = BA$.
- c) Determinați numerele reale x și y pentru care are loc egalitatea $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix}$.
6. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ și $B(x) = I_2 + xA$, unde x este număr real.
- a) Arătați că $A \cdot A = 5A - 6I_2$.
- b) Demonstrați că $B(x) = \begin{pmatrix} 1+2x & 0 \\ x & 1+3x \end{pmatrix}$, pentru orice număr real x .
- c) Se consideră matricea $C = B(-1) \cdot B(1)$. Arătați că suma elementelor matricei C este egală cu opusul unui număr natural pătrat perfect.
- d) Determinați matricea $X \in M_{2,2}(\mathbb{R})$ pentru care $X \cdot B(2) = A$.

FIȘA DE LUCRU NR. 1 – Recomandări metodice pentru profesori

Fișa de lucru nr. 1 propune, prin diversitatea tipologiilor de itemi, abordarea frontală a rezolvării, în vederea aprofundării cunoștințelor și deprinderilor, a stabilirii unor noi corelații între acestea, în contextul lecției de recapitulare și sistematizare a operațiilor cu matrice. Fișa este structurată diferențiat sub aspectul complexității itemilor propuși spre rezolvare, aspect ce favorizează și activitatea individuală, în conformitate cu ritmul propriu de lucru și particularitățile de învățare.

Este recomandată implicarea elevilor în prezentarea raționamentelor de lucru, în analizarea modalităților de soluționare a problemelor și în utilizarea terminologiei matematice adecvate.

FIȘA DE LUCRU NR. 1 – Sugestii metodice pentru rezolvarea exercițiilor

1. Valoarea de adevăr a fiecărei propoziții din enunțul problemei este:

a)	b)	c)	d)	e)
A	F	A	A	A

2. Numerele reale pentru care are loc egalitatea din enunț sunt: $x = 4$ și $y = 2$.

3. B.

4. C.

- 5.

$$a) A \cdot A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix} = -5 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = -5I_2$$

$$b) B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = -A$$

$$A \cdot B = A \cdot (-A) = -A \cdot A = (-A) \cdot A = B \cdot A$$

$$c) \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - 3y \\ 2x - y \end{pmatrix}$$

$$\text{Obținem } \begin{cases} x - 3y = 7 \\ 2x - y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow (x, y) = (1, -2)$$

- 6.

$$a) A \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$$

$$5A - 6I_2 = \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 5 & 15 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 5 & 9 \end{pmatrix} = A \cdot A$$

$$b) B(x) = I_2 + xA = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2x & 0 \\ x & 3x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+2x & 0 \\ x & 1+3x \end{pmatrix}, \text{ pentru orice număr real } x$$

$$c) C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -5 & -8 \end{pmatrix}$$

Suma elementelor matricei C este $-3-5-8=-16=-4^2$

$$d) X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{2,2}(\mathbb{R}) \Rightarrow \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix},$$

$$\text{de unde obținem } \begin{cases} 5a+2b=2 \\ 7b=0 \\ 5c+2d=1 \\ 7d=3 \end{cases} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & 0 \\ \frac{1}{35} & \frac{3}{7} \end{pmatrix}$$

SECȚIUNEA a IV-a
ORIENTAREA PROCESULUI EDUCATIV LA DISCIPLINA MATEMATICĂ
MATEMATICĂ - PROGRAMĂ 5
Filiera teoretică, profil umanist, specializarea științe sociale
Filiera vocațională, profil militar M.A.I., specializarea științe sociale

IV.4. ELEMENTE DE ORGANIZARE A TIMPULUI DIDACTIC

CLASA	a XII-a
DOMENIUL DE CONȚINUT	ELEMENTE DE CALCUL MATRICEAL ȘI SISTEME DE ECUAȚII LINIARE
UNITATEA DE ÎNVĂȚARE	MATRICE
LECȚIA	OPERAȚII CU MATRICE

FIȘA DE LUCRU NR. 2

- Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ și numerele $a = a_{11} + a_{22} + b_{11} + b_{22}$ și $b =$ suma elementelor matricei AB . Atunci $a + b$ este:
A. 18
B. 34
C. 3
D. 19
- Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, unde a este număr real, astfel încât $(A - I_2)(A - I_2) = I_2$.
Numărul a^3 este egal cu:
A. 8
B. 6
C. -8
D. 2
- Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x-2 & 1 \\ 1 & x-2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
Precizați valoarea de adevăr a propozițiilor, selectând A dacă afirmația este adevărată și F dacă afirmația este falsă.
A. $'A(2) = I_2$
B. $3A(1) - A(-1) = 2A(2)$
- Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Uniți enunțurile din coloana *I* cu rezultatele din coloana *II*, pentru a obține egalități adevărate.

<i>I</i>	<i>II</i>
$A + B =$	$2I_2$
$A \cdot A - A =$	$I_2 - A \cdot A$
$B \cdot (I_2 + A) =$	$B \cdot B - I_2$
	I_2

Varianta online:

[Fișa de lucru nr. 2 Liveworksheets](#)

FIȘA DE LUCRU NR. 2 – Recomandări metodice pentru profesori

Fișa de lucru nr. 2, centrează demersul didactic pe activizarea structurilor operatorii ale elevilor, pe exersarea potențialului cognitiv al acestora și transformă elevul în coparticipant la propria instruire.

Abordarea individuală a rezolvării itemilor propuși în această fișă accentuează caracterul formativ al metodei de instruire utilizate, elevul asumându-și o intervenție mai activă și mai eficientă în cultivarea potențialului propriu.

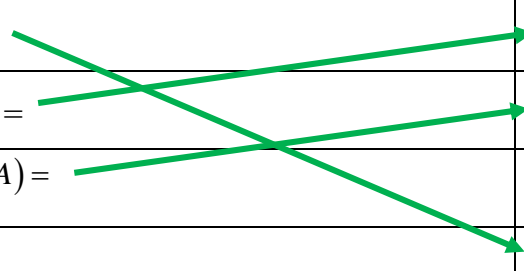
De asemenea, integrarea resurselor IT în lecție, prin utilizarea variantei digitale a *Fișei de lucru nr. 2 Liveworksheets*, dezvoltă competențele digitale ale elevilor, le oferă posibilitatea acestora de a gândi și lucra creativ, de a folosi feedback-ul și autoevaluarea în vederea stimulării implicării elevilor în sarcinile de lucru.

FIȘA DE LUCRU NR. 2 – Sugestii metodice pentru rezolvarea exercițiilor

1	2	3a	3b
A	A	F	A

4.

<i>I</i>	<i>II</i>
$A + B =$	$2I_2$
$A \cdot A - A =$	$I_2 - A \cdot A$
$B \cdot (I_2 + A) =$	$B \cdot B - I_2$
	I_2



SEȚIUNEA a IV-a
ORIENTAREA PROCESULUI EDUCATIV LA DISCIPLINA MATEMATICĂ
MATEMATICĂ - PROGRAMA 5Filiera teoretică, profil umanist, specializarea științe sociale
Filiera vocațională, profil militar M.A.I., specializarea științe sociale

IV.4. ELEMENTE DE ORGANIZARE A TIMPULUI DIDACTIC

CLASA	a XII-a
DOMENIUL DE CONȚINUT	ELEMENTE DE CALCUL MATRICEAL ȘI SISTEME DE ECUAȚII LINIARE
UNITATEA DE ÎNVĂȚARE	MATRICE
LECȚIA	OPERAȚII CU MATRICE

FIȘA DE LUCRU NR. 3

Scrieți rezolvările complete.

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$.

Calculați:

a) $A + B$.

b) $2A - 3B$.

c) $A^2 + 2A \cdot B + B^2$, unde $A^2 = A \cdot A$, $B^2 = B \cdot B$.

2. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ x & y \end{pmatrix}$.

Determinați numerele reale x și y astfel încât $AB = BA$.

3. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}$.

a) Calculați numărul $n = a_{11} + 2a_{21} - 3b_{12} + b_{22}$.

b) Determinați numărul real x pentru care $xA = B$.

4. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 8 & -12 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}$.

a) Arătați că $A \cdot A + A = B$.

b) Rezolvați ecuația $2(B - A) + X = 3A \cdot A$.

5. Determinați numerele reale x , y și z astfel încât fiecare dintre următoarele matrice să fie egale cu

$$I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) $A = \begin{pmatrix} x^2 - 3 & x - 2 & y^2 - 9 \\ 0 & y + 4 & 2x + y - 1 \\ 0 & 0 & x^2 - 3 \end{pmatrix}.$

b) $B = \begin{pmatrix} \log_3 x & \log_2(y-1) & x - y - 1 \\ 0 & x - 2 & 0 \\ 3^y - 9 & 2^x - 8 & y - 1 \end{pmatrix}.$

6. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ și $X(a) = \begin{pmatrix} 2 & a \\ a^2 & 1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

a) Arătați că $A + X(2) = 3X(1)$.

b) Arătați că $A \cdot A = 6A - 9I_2$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- c) Determinați numerele naturale n pentru care matricea $B = X(-1) \cdot X(n)$ are toate elementele numere naturale.

SECȚIUNEA a IV-a
ORIENTAREA PROCESULUI EDUCATIV LA DISCIPLINA MATEMATICĂ
MATEMATICĂ - PROGRAMA 5*Filiera teoretică, profil umanist, specializarea științe sociale*
*Filiera vocațională, profil militar M.A.I., specializarea științe sociale***IV.4. ELEMENTE DE ORGANIZARE A TIMPULUI DIDACTIC**

CLASA	a XII-a
DOMENIUL DE CONȚINUT	ELEMENTE DE CALCUL MATRICEAL ȘI SISTEME DE ECUAȚII LINIARE
UNITATEA DE ÎNVĂȚARE	MATRICE
LECȚIA	OPERAȚII CU MATRICE

FIȘA DE LUCRU NR. 4*Scrieți rezolvările complete.*

- Determinați matricea A , știind că $2A + \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & -4 & -9 \end{pmatrix} = 3 \cdot \begin{pmatrix} 4! & C_4^2 & \ln e \\ \lg 1 & A_3^2 & 1^{100} \end{pmatrix}$.
- Determinați matricele X și Y , știind că $X + 2Y = \begin{pmatrix} 10 & 7 \\ 5 & 14 \end{pmatrix}$ și $2X - 3Y = \begin{pmatrix} -1 & 7 \\ -4 & -7 \end{pmatrix}$.
- Calculați matricea $B = A_1 + A_2 + \dots + A_n$, știind că $A_k = \begin{pmatrix} k^2 & \left(\frac{1}{2}\right)^k \\ 1 & 2k \end{pmatrix}$, unde k este număr natural
nenul.
- Determinați numerele reale x și y pentru care este verificată egalitatea:
$$\begin{pmatrix} 2^x + 3^x & 2^x + 2 \\ 2^{2x} & 2^x + y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & 6 \\ 16 & 10 \end{pmatrix}$$
- Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $M(a, b) = aI_2 + bA$, unde a și b sunt
numere reale.
 - Demonstrați că $M(a, b) \cdot M(x, y) = M(ax, ay + bx)$, pentru orice numere reale a, b, x și y .
 - Arătați că, dacă x și y sunt numere reale pentru care matricele $B = M(x, 2y) + M(y, 2x)$ și
 $C = M(x\sqrt{2}, 1) \cdot M(y\sqrt{2}, 1)$ sunt egale, atunci $x^2 + y^2 = 0$.
- Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 2a \\ 3a & 2 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

- a) Arătați că $A(1) \cdot A(1) - 3A(1) = 4I_2$.
- b) Arătați că $mA(1) - A(m) = (m-1)A(0)$, pentru orice număr real m .
- c) Determinați numărul natural nenul n pentru care $A(n) \cdot A\left(\frac{1}{n}\right) = A\left(\frac{1}{n}\right) \cdot A(n)$.

FIȘELE DE LUCRU NR. 3 ȘI NR. 4 – Recomandări metodice pentru profesori

Fișele de lucru nr. 3 și nr. 4 constituie resurse materiale utilizate în cadrul activității pe grupe. În funcție de particularitățile de învățare ale elevilor, profesorul organizează grupe omogene pentru a desfășura activități de învățare diferențiată, bazate pe cooperare. Elevii lucrează pe grupe, își repartizează sarcinile de lucru, își oferă sprijin și feedback reciproc, dezvoltându-și și competențele de comunicare și relaționare. Poate fi utilizată interevaluarea, prin prezentarea și analiza rezultatelor obținute la grupe.

FIȘA DE LUCRU NR. 3 – Sugestii metodice pentru rezolvarea exercițiilor

Profesorul utilizează terminologia matematică specifică adaptând explicațiile la particularitățile clasei.

1.

a) $A + B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$

b) $2A - 3B = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 6 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$

c) $A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$, $B^2 = B \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$ și $A \cdot B = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

Obținem $A^2 + 2AB + B^2 = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -2 & 8 \end{pmatrix}$.

2. $AB = \begin{pmatrix} 1+2x & -1+2y \\ 3+4x & -3+4y \end{pmatrix}$ și $BA = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ x+3y & 2x+4y \end{pmatrix}$

Obținem $x = -\frac{3}{2}$ și $y = -\frac{1}{2}$.

3.

a) $n = a_{11} + 2a_{21} - 3b_{12} + b_{22} = 2 + 2 \cdot 3 - 3 \cdot (-6) + (-4) = 22$

b) $B = 2 \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = 2A \Rightarrow x = 2$

4.

a) $A \cdot A = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} = A \Rightarrow A \cdot A + A = 2A = \begin{pmatrix} 8 & -12 \\ 4 & -6 \end{pmatrix} = B$

b) Conform punctului a) rezultă că $B - A = A \cdot A \Rightarrow 2A \cdot A + X = 3A \cdot A \Rightarrow X = A \cdot A = A$

5.

a) $x = 2$ și $y = -3$

b) $x=3$ și $y=2$

6.

a) $A + X(2) = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = 3X(1)$

b) $A \cdot A = \begin{pmatrix} 15 & 6 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$

$$6A - 9I_2 = \begin{pmatrix} 24 & 6 \\ -6 & 12 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & 6 \\ -6 & 3 \end{pmatrix} = A \cdot A$$

c) $B = X(-1) \cdot X(n) = \begin{pmatrix} 4-n^2 & 2n-1 \\ 2+n^2 & n+1 \end{pmatrix}$

Cum n este număr natural rezultă că $2n-1$, $2+n^2$ și $n+1$ sunt numere naturale. $4-n^2 = (2-n)(2+n)$ este număr natural dacă $n \in \{1, 2\}$.**FIȘA DE LUCRU NR. 4 – Sugestii metodice pentru rezolvarea exercițiilor**

Profesorul utilizează terminologia matematică specifică adaptând explicațiile la particularitățile clasei.

1. $2A = \begin{pmatrix} 72 & 18 & 3 \\ 0 & 18 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & -4 & -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 70 & 16 & 2 \\ 0 & 22 & 12 \end{pmatrix}$

$$A = \begin{pmatrix} 35 & 8 & 1 \\ 0 & 11 & 6 \end{pmatrix}$$

2. $2X + 4Y = \begin{pmatrix} 20 & 14 \\ 10 & 28 \end{pmatrix} \Rightarrow 7Y = \begin{pmatrix} 21 & 7 \\ 14 & 35 \end{pmatrix}$

$$Y = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

3. $B = \begin{pmatrix} 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 & \left(\frac{1}{2}\right)^1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^n \\ \underbrace{1+1+1+\dots+1}_{\text{de } n \text{ ori}} & 2(1+2+3+\dots+n) \end{pmatrix}$

$$B = \begin{pmatrix} \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} & 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n \\ n & n(n+1) \end{pmatrix}$$

4. $x=2$ și $y=6$

5.

a) $M(a, b) \cdot M(x, y) = (aI_2 + bA)(xI_2 + yA) = axI_2 + ayA + bxA + byA \cdot A$

$$A \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = O_2 \Rightarrow M(a, b) \cdot M(x, y) = M(ax, ay + bx)$$

$$b) B = (x+y)I_2 + (2x+2y)A$$

$$C = M(x\sqrt{2} \cdot y\sqrt{2}, x\sqrt{2} \cdot 1 + 1 \cdot y\sqrt{2}) = M(2xy, (x+y)\sqrt{2}) = 2xyI_2 + (x+y)\sqrt{2}A$$

Obținem $2x+2y = (x+y)\sqrt{2}$ și $x+y = 2xy$. Rezultă $x = y = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 = 0$.

6.

$$a) A(1) \cdot A(1) - 3A(1) = \begin{pmatrix} 7 & 6 \\ 9 & 10 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 9 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = 4I_2$$

$$b) mA(1) - A(m) = \begin{pmatrix} m & 2m \\ 3m & 2m \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2m \\ 3m & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m-1 & 0 \\ 0 & 2(m-1) \end{pmatrix} = (m-1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = (m-1)A(0)$$

$$c) A(n) \cdot A\left(\frac{1}{n}\right) = \begin{pmatrix} 7 & \frac{4n^2+2}{n} \\ \frac{3n^2+6}{n} & 10 \end{pmatrix}$$

$$A\left(\frac{1}{n}\right) \cdot A(n) = \begin{pmatrix} 7 & \frac{2n^2+4}{n} \\ \frac{6n^2+3}{n} & 10 \end{pmatrix}$$

Obținem $n^2 = 1 \Rightarrow n = 1$, care convine.

SEȚIUNEA a IV-a
ORIENTAREA PROCESULUI EDUCATIV LA DISCIPLINA MATEMATICĂ
MATEMATICĂ - PROGRAMĂ 5Filiera teoretică, profil umanist, specializarea științe sociale
Filiera vocațională, profil militar M.A.I., specializarea științe sociale

IV.4. ELEMENTE DE ORGANIZARE A TIMPULUI DIDACTIC

CLASA	a XII-a
DOMENIUL DE CONȚINUT	ELEMENTE DE CALCUL MATRICEAL ȘI SISTEME DE ECUAȚII LINIARE
UNITATEA DE ÎNVĂȚARE	MATRICE
LECTIA	OPERAȚII CU MATRICE

FIȘA DE LUCRU NR. 5

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$. Știind că tA și tB sunt transpusele

matricelor A , respectiv B , calculați:

a) $B + {}^tA$

b) $3A - 2{}^tB$.

2. Determinați numerele reale x, y, z și t pentru care are loc egalitatea

$$x \begin{pmatrix} x+1 & 2 \\ -1 & x \end{pmatrix} + 3I_2 + x \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 4+y \\ z+2 & t+4 \end{pmatrix}.$$

3. Calculați matricea $B = A_1 + A_2 + \dots + A_n$, știind că $A_k = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2k \\ 0 & 4k & 3k(k-1) \end{pmatrix}$, unde k este număr natural nenul.

4. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ și $M(x) = I_2 + xA$, unde x este număr real.

a) Demonstrați că $M(x) = \begin{pmatrix} 1 & 3x \\ 2x & x+1 \end{pmatrix}$, pentru orice număr real x .

b) Determinați perechile (a, b) de numere naturale pentru care $aM(b) + bM(a) = I_2$.

FIȘA DE LUCRU NR. 5 – Recomandări metodice pentru profesori

Fișa de lucru nr. 5, asigură operarea cu setul de competențe în contexte noi, rezolvarea acestora putând fi abordată atât în clasă, cât și acasă. Itemii sunt elaborați într-o formă accesibilă, compatibilizați cu experiența anterioară de învățare a elevilor, stimulând motivația pentru studiu.

Rezolvarea fișei permite adaptarea practicilor pedagogice la particularitățile elevilor, permițând desfășurarea sarcinilor de lucru în ritmul propriu al elevului, fiind o activitate bazată pe efortul individual al acestuia.

FIȘA DE LUCRU NR. 5 – Sugestii metodice pentru rezolvarea exercițiilor

Profesorul utilizează terminologia matematică specifică adaptând explicațiile la particularitățile clasei.

1.

$$\text{a) } B + {}^tA = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 5 & 2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } 3A - 2{}^tB = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 9 \\ -9 & 3 & -6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 6 & 0 \\ 4 & 2 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 9 \\ -13 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2. $x = -3, y = -13, z = -5, t = 8$

$$\text{3. } B = \begin{pmatrix} \underbrace{1+1+1+\dots+1}_{\text{de } n \text{ ori}} & \underbrace{-1-1-1-\dots-1}_{\text{de } n \text{ ori}} & 2(1+2+3+\dots+n) \\ \underbrace{0+0+0+\dots+0}_{\text{de } n \text{ ori}} & 4(1+2+3+\dots+n) & 3\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - 3\frac{n(n+1)}{2} \end{pmatrix}$$
$$B = \begin{pmatrix} n & -n & n(n+1) \\ 0 & 2n(n+1) & n(n^2-1) \end{pmatrix}$$

4.

$$\text{a) } M(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 3x \\ 2x & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3x \\ 2x & 1+x \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } aM(b) + bM(a) = I_2 \Leftrightarrow a(I_2 + bA) + b(I_2 + aA) = I_2 \Leftrightarrow (a+b)I_2 + 2abA = I_2$$

Obținem că perechile de numere naturale (a, b) sunt $(0, 1)$ și $(1, 0)$.

SECȚIUNEA a IV-a
ORIENTAREA PROCESULUI EDUCATIV LA DISCIPLINA MATEMATICĂ
MATEMATICĂ - PROGRAMĂ 5
Filiera teoretică, profil umanist, specializarea științe sociale
Filiera vocațională, profil militar M.A.I., specializarea științe sociale

IV.5. EVALUARE SUMATIVĂ

CLASA	a XII-a
DOMENIUL DE CONȚINUT	ELEMENTE DE CALCUL MATRICEAL ȘI SISTEME DE ECUAȚII LINIARE
UNITATEA DE ÎNVĂȚARE	MATRICE

TEST SUMATIV

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 30 de minute.

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $X(a) = \begin{pmatrix} 1-a & -a \\ a & 1+a \end{pmatrix}$, unde a este număr real

și următoarele egalități:

$$E1: X(0) = I_2$$

$$E2: X(1) + X(-1) = O_2$$

$$E3: X(a) \cdot X(b) = X(a+b)$$

Bifați, în tabelul următor, pentru fiecare egalitate, răspunsul pe care îl considerați corect, astfel: A - dacă egalitatea este adevărată sau F - dacă egalitatea este falsă.

	A	F
<i>E1</i>		
<i>E2</i>		
<i>E3</i>		

Pentru exercițiile 2 - 9, încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.

2. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ și $X = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix}$, unde a, b, c, d, e și

f sunt numere reale. Dacă $A + X = {}^tB$, unde tB este transpusa matricei B , atunci $a + b + c + d + e + f$ este egal cu:

- A. 19
B. -19
C. 0
D. 18
3. Se consideră matricea $A_k = \begin{pmatrix} 3^k & 3k \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, unde k este număr natural. Suma elementelor matricei $B = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$ este egală cu:
A. 150
B. 146
C. 120
D. -120
4. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$. Relația adevărată este:
A. $A \cdot A - 2A = -5I_2$
B. $A \cdot A - 2A = 5I_2$
C. $A \cdot A + 2A = 5I_2$
D. $A \cdot A + 2A = -5I_2$
5. Numerele reale x și y pentru care matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ verifică relația $A \cdot A + xA + yI_2 = O_2$ sunt:
A. $x = -3, y = 3$
B. $x = 3, y = 3$
C. $x = -3, y = -3$
D. $x = 2, y = -3$
6. Se consideră matricea $X(a) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \lg a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde $a \in (0, +\infty)$. Matricea $X(a) \cdot X(b)$ este egală cu:
A. $X(a+b)$
B. $X(ab)$
C. $X\left(\frac{a}{b}\right)$
D. $X(a-b)$

7. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Matricea $B = A + A \cdot A + A \cdot A \cdot A$ este egală cu:

A. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 20 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

Varianta online:

[Test sumativ Matrice](#)

Barem de evaluare și de notare

- Nu se acordă punctaje intermediare.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

1			2	3	4	5	6	7
E1	E2	E3						
A	F	A	B	B	D	A	B	A
5p	5p	5p	15p	10p	10p	10p	15p	15p

TEST SUMATIV – Recomandări metodice pentru profesori

Testul sumativ propune elevilor rezolvarea de probleme pe baza relaționării cunoștințelor din cadrul unității de învățare „Matrice” și se focalizează pe achizițiile finale ale învățării. Avantajele testului sumativ în Google forms sunt: feedback-ul primit de elevi este imediat prin afișarea punctajului la trimiterea testului, are un grad mare de atractivitate pentru elevi și permite analiza răspunsurilor fiecărui item prin interpretare grafică și colectarea răspunsurilor în foaie de calcul Excel.

Evaluarea sumativă poate fi realizată și prin proiecte care pot avea spre rezolvare exerciții din testul anterior, forma de organizare a activității fiind pe grupe în vederea încurajării comunicării și cooperării între elevi.



REPERE METODOLOGICE
PENTRU APLICAREA CURRICULUMULUI ÎN
ANUL ȘCOLAR 2024 - 2025
MATEMATICĂ
FILIERA VOCAȚIONALĂ
CLASA a XII-A

COLECTIV DE AUTORI

Nr. crt.	Nume și prenume	Instituția de proveniență	Calitate
1.	STREINU - CERCEL GABRIELA	CENTRUL NAȚIONAL DE POLITICI ȘI EVALUARE ÎN EDUCAȚIE	Coordonator
2.	ERCULESCU LAURA MARIA	CENTRUL NAȚIONAL DE POLITICI ȘI EVALUARE ÎN EDUCAȚIE	Coordonator
3.	DAN STELUȚA	CENTRUL NAȚIONAL DE POLITICI ȘI EVALUARE ÎN EDUCAȚIE	Coordonator
4.	CARAION MARIA RALUCA	LICEUL TEORETIC „MIHAI EMINESCU” CĂLĂRAȘI	Autor
5.	CAȚARON ADRIANA IONELA	COLEGIUL NAȚIONAL „ANDREI ȘAGUNA” BRAȘOV	Autor
6.	COJOCNEAN MIHAELA	COLEGIUL NAȚIONAL „ALEXANDRU PAPIU ILARIAN” TÂRGU-MUREȘ	Autor
7.	DANCIU ALIN FLORIN	ȘCOLA GIMNAZIALĂ SÂNCRAIU DE MUREȘ	Autor
8.	ILEANA IOANA	COLEGIUL NATIONAL PEDAGOGIC „CONSTANTIN CANTACUZINO” TÂRGOVIȘTE	Autor



Nr. crt.	Nume și prenume	Instituția de proveniență	Calitate
9.	LOBONȚ DORIN-CRISTIAN	COLEGIUL NAȚIONAL PEDAGOGIC „MIHAI EMINESCU” TÂRGU MUREȘ	Autor
10.	MAREȘ SILVIA	COLEGIUL NAȚIONAL PEDAGOGIC „CONSTANTIN CANTACUZINO” TÂRGOVIȘTE	Autor
11.	MIHALCEA MIHAEL	LICEUL TEORETIC „LUCIAN BLAGA” BUCUREȘTI	Autor
12.	NEDELCU ELENA RODICA	COLEGIUL NAȚIONAL PEDAGOGIC „CONSTANTIN CANTACUZINO” TÂRGOVIȘTE	Autor
13.	OLARU CLEOPATRA	OLEGIUL NAȚIONAL „GHEORGHE ASACHI” PIATRA NEAMȚ	Autor
14.	PARASCHIV ALINA	COLEGIUL NAȚIONAL „ELENA CUZA” BUCUREȘTI	Autor
15.	ROMILA AMALIA PATRICIA	COLEGIUL NAȚIONAL PEDAGOGIC „VASILE LUPU” IAȘI	Autor
16.	SANDEA CLAUDIA-CĂLINA	COLEGIUL NAȚIONAL PEGAGOGIC „GHEORGHE LAZĂR” CLUJ-NAPOCA	Autor

