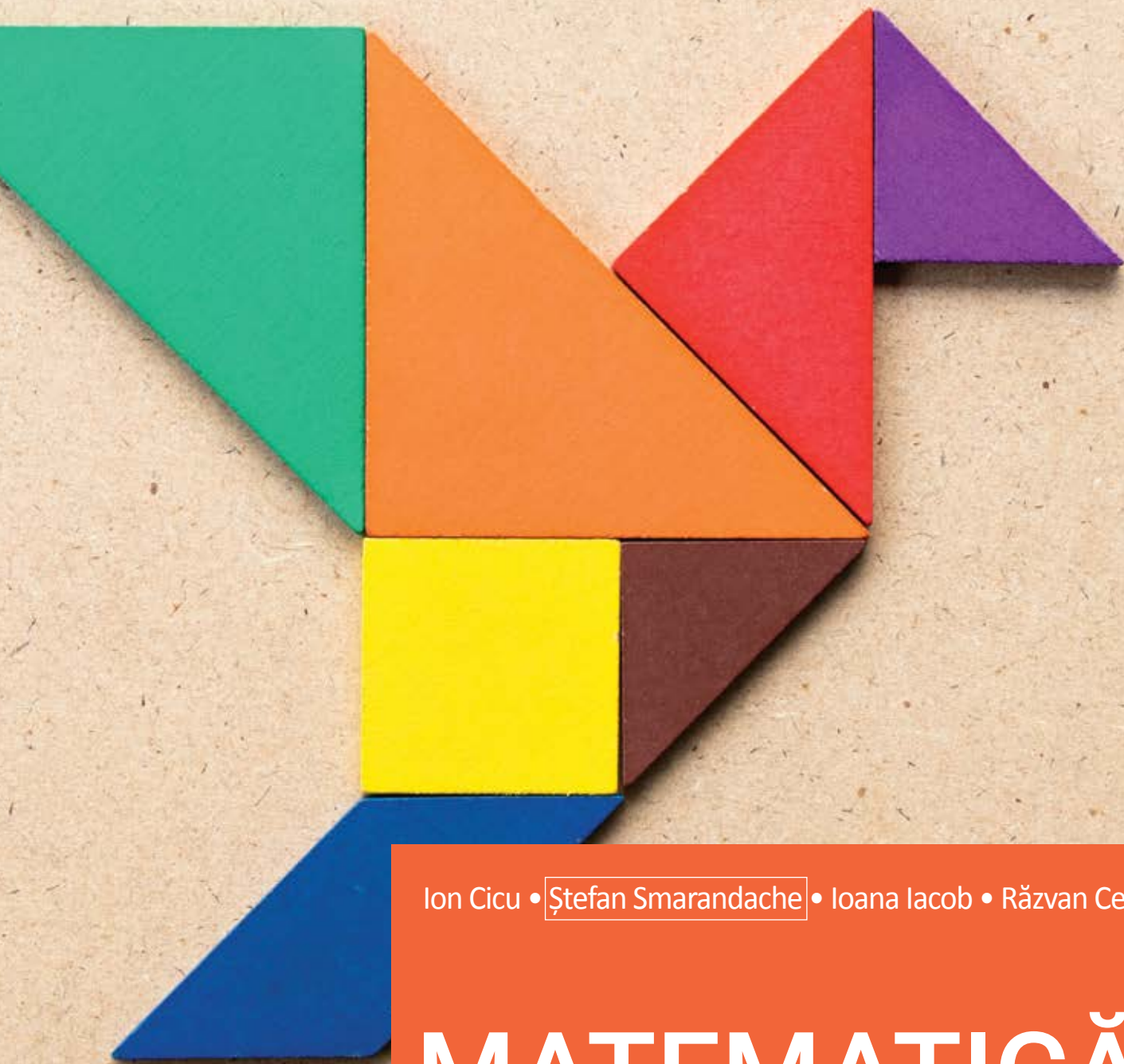


MINISTERUL EDUCAȚIEI



Ion Cicu • Ștefan Smarandache • Ioana Iacob • Răzvan Ceucă

MATEMATICĂ

clasa a V-a

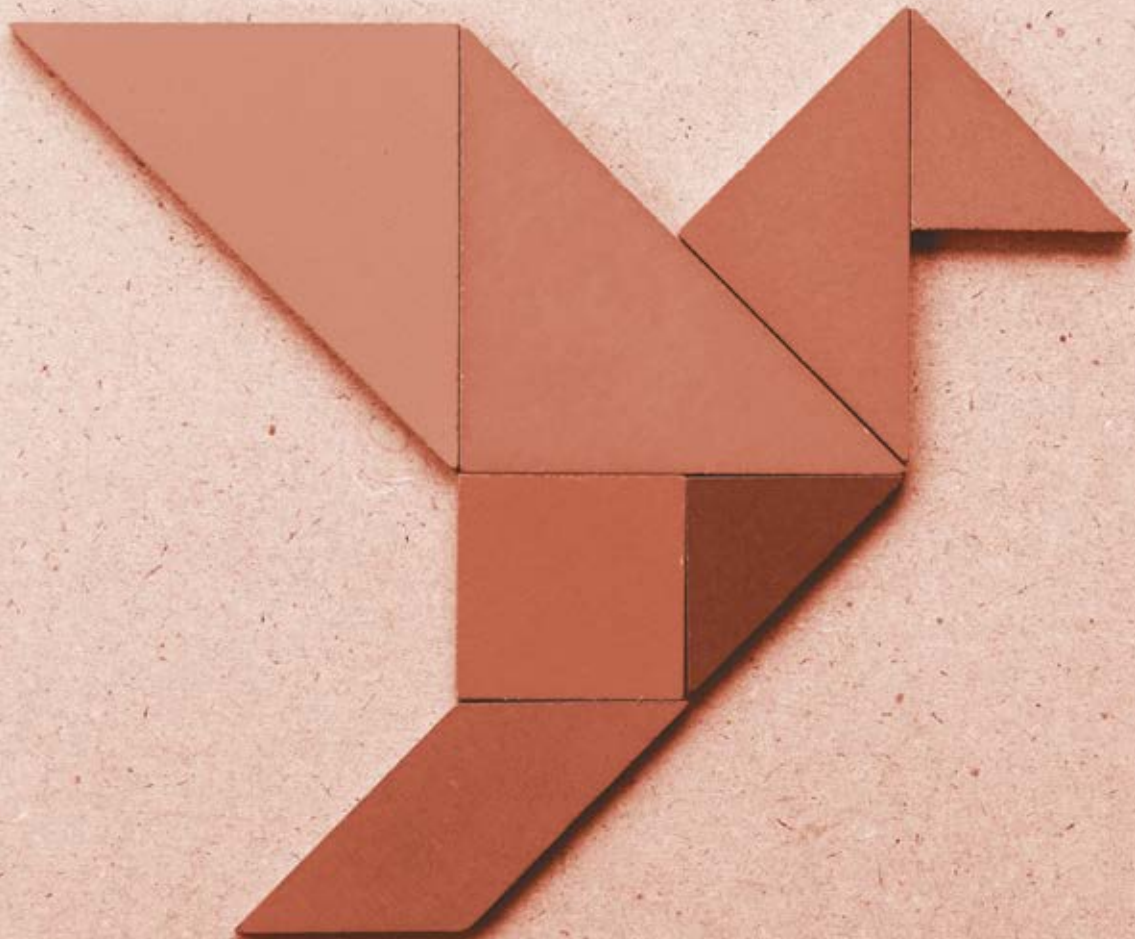


Acest manual școlar este proprietatea Ministerului Educației.

Manualul școlar a fost aprobat prin Ordinul ministrului educației nr. 4065 din 16.06.2022.

Acest manual este realizat în conformitate cu programa școlară aprobată prin Ordinul ministrului educației naționale nr. 3393 din 28.02.2017.





Ion Cicu • Ștefan Smarandache • Ioana Iacob • Răzvan Ceucă

MATEMATICĂ

Clasa a V-a



Disciplina: **Matematică**

Clasa: **a V-a**

Număr de pagini: 232

ACEST MANUAL A FOST FOLOSIT DE						
Anul	Numele elevului	Clasa	Școala	An școlar	Starea manualului*	
					la primire	la returnare
1						
2						
3						
4						

*Starea manualului se înscrie folosind termenii: *nou, bun, îngrijit, nesatisfăcător, deteriorat.*

Cadrele didactice vor controla dacă numele elevului este scris corect. Elevii nu trebuie să facă niciun fel de însemnări pe manual.

Copyright © 2022 – **Editura INTUITEXT**

Toate drepturile rezervate Editurii INTUITEXT.

Nicio parte din acest volum nu poate fi copiată fără permisiunea scrisă a Editurii INTUITEXT.

ISBN 978-606-8681-74-0

Editura INTUITEXT

București, b-dul Dimitrie
Pompeiu nr. 10A,
Clădirea Conect 1, etaj 1,
zona A, biroul nr. 2, sector 2

Departamentul vânzări:

Telefon: 0372.156.300

Fax: 021.233.07.63

vanzari@intuitext.ro

www.intuitext.ro

Referenți:

Prof. univ. dr. Radu Gologan – Universitatea Politehnica București

Mihaela Berindeanu, profesor gradul I – Colegiul Național de Informatică „Tudor Vianu”, București

Prezentarea manualului

Amintește-ți! – Îți vei aminti ceea ce ai învățat.

Observă și descoperă! – Vei descoperi situații din realitate în care se aplică ceea ce vei învăța în lecție.

Important – Aici sunt prezentate informațiile principale ale lecției și sunt oferite exemple.

Exersează! – Aici vei rezolva diversele activități propuse, pentru a folosi, în situații noi, ceea ce ai învățat.

Portofoliu

Proiect

Autoevaluare

Investigație

Observ!

Activitățile din aceste secțiuni te vor ghida să explorezi, să investighezi, să crezi - individual, în grupuri mici sau în perechi - și să te bucuri de succes.

Recapitulare – Vei recapitula, într-o formă nouă, ceea ce ai învățat.

Evaluare – Vei afla cât ai progresat, rezolvând exercițiile propuse.



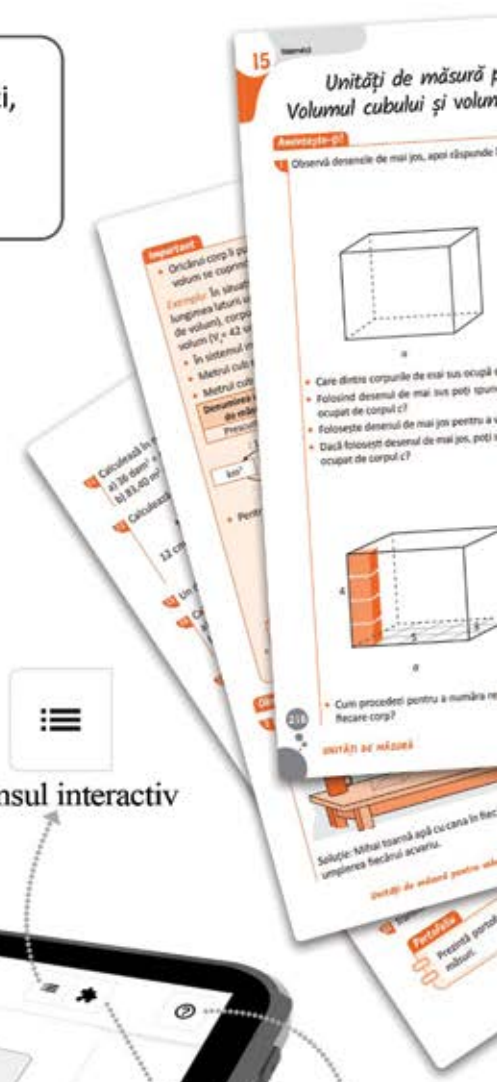
– Imagine în manualul digital



– Film sau animație în manualul digital



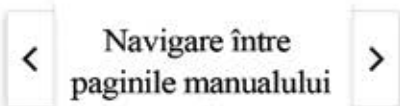
– Activitate interactivă în manualul digital



Cuprinsul interactiv



Mergi la pagina



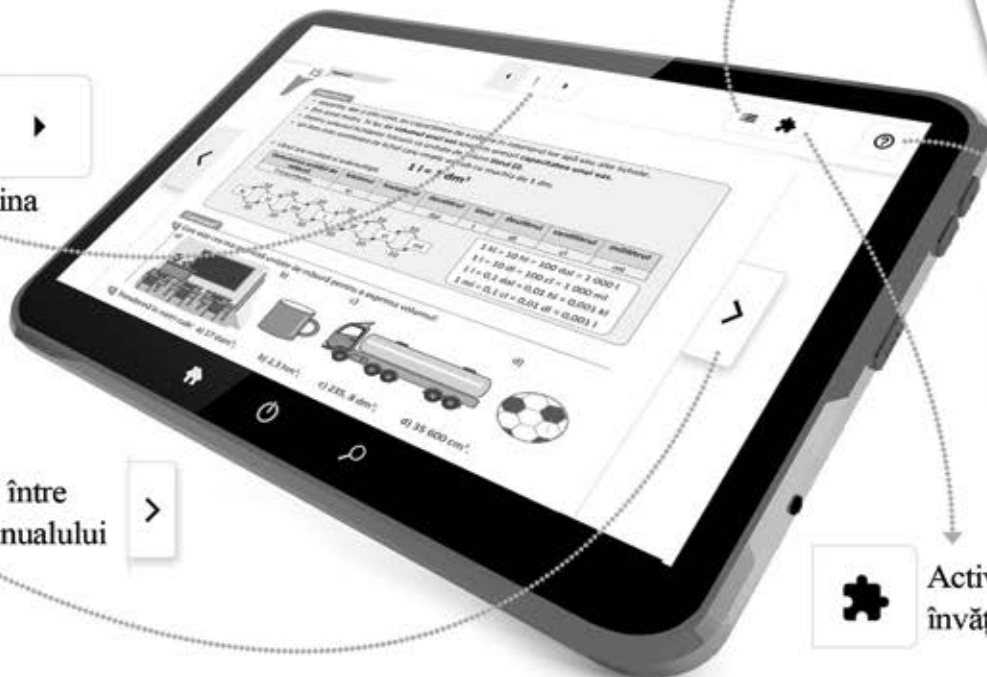
Navigare între paginile manualului



Ajutor



Activități de învățare



Cuprins

1. La revedere, vacanță!	7	Metoda figurativă	70
Recapitulare	7	Metoda mersului invers	72
Evaluare	10	Metoda falsei ipoteze	74
2. Numere naturale	11	Recapitulare	76
Scrierea și citirea numerelor naturale	12	Evaluare	78
Reprezentarea pe axă a numerelor naturale. Compararea și ordonarea numerelor naturale. Aproximări. Estimări . . .	15	Exersezi și progresezi!	79
Recapitulare	18	Competențe specifice: 1.1, 2.1, 3.1, 4.1, 5.1, 6.1	
Evaluare	20	7. Divizibilitatea numerelor naturale	81
Exersezi și progresezi!	21	Divizor. Multiplu. Divizori comuni, multipli comuni. . . .	82
Competențe specifice: 1.1, 4.1, 5.1, 6.1		Criteriul de divizibilitate cu 2. Criteriul de divizibilitate cu 5.	
3. Operații cu numere naturale	23	Criteriul de divizibilitate cu 10^n	84
Adunarea și scăderea numerelor naturale.		Criteriul de divizibilitate cu 3. Criteriul de divizibilitate cu 9 . .	86
Proprietățile adunării	24	Numere prime. Numere compuse	88
Înmulțirea numerelor naturale.		Recapitulare	90
Proprietățile înmulțirii. Factor comun.	28	Evaluare	92
Împărțirea cu rest zero a numerelor naturale	32	Exersezi și progresezi!	93
Împărțirea cu rest a numerelor naturale	34	Competențe specifice: 1.1, 2.1, 3.1, 4.1, 5.1, 6.1	
Recapitulare	36	8. Frații ordinare	95
Evaluare	38	Frații ordinare. Frații subunitare, echiunitare, supraunitare. Procente. Frații echivalente	96
Exersezi și progresezi!	39	Compararea fracțiilor cu același numitor sau numărător.	
Competențe specifice: 1.1, 2.1, 3.1, 4.1, 5.1, 6.1		Reprezentarea pe axa numerelor a unei fracții ordinare . . .	100
4. Puteri cu exponent număr natural	41	Introducerea și scoaterea întregilor dintr-o fracție	102
Puterea cu exponent natural a unui număr natural.		Cel mai mare divizor comun a două numere naturale.	
Pătratul unui număr natural.	42	Amplificarea și simplificarea fracțiilor. Frații ireductibile . . .	104
Reguli de calcul cu puteri	44	Cel mai mic multiplu comun a două numere naturale.	
Compararea puterilor	46	Aducerea fracțiilor la un numitor comun	106
Scrierea în baza 10. Scrierea în baza 2	48	Recapitulare	108
Recapitulare	50	Evaluare	110
Evaluare	52	Exersezi și progresezi!	111
Exersezi și progresezi!	53	Competențe specifice: 1.2, 2.2, 3.2, 4.2, 5.2, 6.2	
Competențe specifice: 1.1, 2.1, 3.1, 4.1, 5.1, 6.1		9. Operații cu fracții ordinare	113
5. Ordinea efectuării operațiilor	55	Adunarea și scăderea fracțiilor ordinare.	114
Ordinea efectuării operațiilor.	56	Înmulțirea fracțiilor ordinare. Puteri.	116
Utilizarea parantezelor rotunde, pătrate, acolade	58	Împărțirea fracțiilor ordinare	118
Recapitulare	60	Frații/procente dintr-un număr natural sau dintr-o fracție ordinară	120
Evaluare	62	Recapitulare	122
Exersezi și progresezi!	63	Evaluare	124
Competențe specifice: 1.1, 2.1, 3.1, 4.1, 5.1, 6.1		Exersezi și progresezi!	125
6. Metode aritmetice de rezolvare a problemelor .	65	Competențe specifice: 1.2, 2.2, 3.2, 4.2, 5.2, 6.2	
Metoda reducerii la unitate	66		
Metoda comparației	68		

10. Frații zecimale	127	13. Elemente de geometrie	177
Scrierea fracțiilor ordinare cu numitori puteri ale lui 10, sub formă de fracții zecimale.		Punct, dreaptă, plan, semiplan, semidreaptă, segment. . .	178
Transformarea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule în fracție ordinară	128	Pozițiile relative ale unui punct față de o dreaptă.	
Aproximări. Compararea, ordonarea și reprezentarea pe axa numerelor a unor fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule	132	Puncte coliniare. Pozițiile relative a două drepte: drepte concurente, drepte paralele.	180
Recapitulare	136	Distanța dintre două puncte, lungimea unui segment.	
Evaluare.	138	Segmente congruente	183
Exersezi și progresezi!	139	Mijlocul unui segment. Simetricul unui punct față de un punct	186
Competențe specifice: 1.2, 2.2, 3.2, 4.2, 5.2, 6.2		Recapitulare	188
11. Operații cu fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule	141	Evaluare.	190
Adunarea și scăderea fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule	142	Exersezi și progresezi!	191
Înmulțirea fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule.	144	Competențe specifice: 1.3, 2.3, 3.3, 4.3, 5.3, 6.3	
Împărțirea a două numere naturale cu rezultat fracție zecimală. Media aritmetică a două sau mai multor numere naturale	148	14. Unghiuri	193
Transformarea unei fracții ordinare în fracție zecimală. Periodicitate.	150	Unghi: definiție, notații, elemente.	
Împărțirea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule la un număr natural nenul	152	Interiorul unui unghi, exteriorul unui unghi	194
Împărțirea a două fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule	154	Măsura unui unghi, unghiuri congruente.	
Transformarea unei fracții zecimale periodice în fracție ordinară.	156	Clasificări de unghiuri. Calcule cu măsuri de unghiuri (1). . .	196
Recapitulare	158	Măsura unui unghi, unghiuri congruente.	
Evaluare.	160	Clasificări de unghiuri. Calcule cu măsuri de unghiuri (2). . .	200
Exersezi și progresezi!	161	Figuri congruente. Axa de simetrie.	204
Competențe specifice: 1.2, 2.2, 3.2, 4.2, 5.2, 6.2		Recapitulare	206
12. Alte probleme cu fracții zecimale	163	Evaluare.	208
Număr rațional pozitiv. Ordinea efectuării operațiilor cu numere raționale pozitive	164	Exersezi și progresezi!	209
Metode aritmetice pentru rezolvarea problemelor cu fracții în care intervin și unități de măsură pentru lungime, arie, volum, capacitate, masă, timp și unități monetare	168	Competențe specifice: 1.3, 2.3, 3.3, 5.3, 6.3	
Probleme de organizare a datelor. Frecvență. Date statistice organizate în tabele, grafice cu bare și/sau cu linii. Media unui set de date statistice	170	15. Unități de măsură	211
Recapitulare	173	Unități de măsură pentru lungime, transformări.	
Evaluare.	175	Perimetre	212
Exersezi și progresezi!	176	Unități de măsură pentru arie, transformări.	
Competențe specifice: 1.2, 2.2, 3.2, 4.2, 5.2, 6.2		Aria pătratului și aria dreptunghiului	214
13. Elemente de geometrie	177	Unități de măsură pentru volum, transformări. Volumul cubului și volumul paralelipipedului dreptunghic.	218
Punct, dreaptă, plan, semiplan, semidreaptă, segment. . .	178	Recapitulare	222
Pozițiile relative ale unui punct față de o dreaptă.		Evaluare.	224
Puncte coliniare. Pozițiile relative a două drepte: drepte concurente, drepte paralele.	180	Exersezi și progresezi!	225
Distanța dintre două puncte, lungimea unui segment.		Competențe specifice: 1.3, 2.3, 3.3, 4.3, 5.3, 6.3	
Segmente congruente	183	16. Recapitulare finală și evaluare finală	227
Mijlocul unui segment. Simetricul unui punct față de un punct	186	Divizibilitatea numerelor naturale – recapitulare	228
Recapitulare	188	Operații cu numere raționale pozitive – recapitulare . . .	229
Evaluare.	190	Elemente de geometrie și unități de măsură – recapitulare	230
Exersezi și progresezi!	191	Evaluare finală	232
Competențe specifice: 1.3, 2.3, 3.3, 4.3, 5.3, 6.3			

Competențe generale:

- 1.** Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar
- 2.** Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale
- 3.** Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice
- 4.** Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată
- 5.** Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date
- 6.** Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii

Competențe specifice:

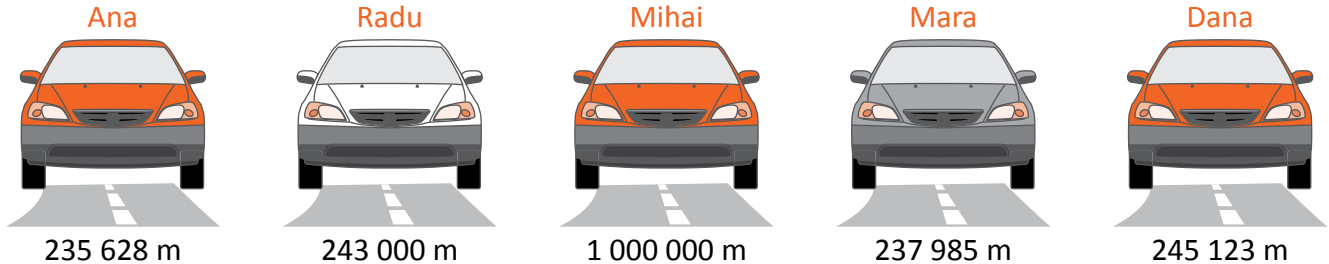
- 1.1.** Identificarea numerelor naturale în contexte variate
- 1.2.** Identificarea fracțiilor ordinare sau zecimale în contexte variate
- 1.3.** Identificarea noțiunilor geometrice elementare și a unităților de măsură în diferite contexte
- 2.1.** Efectuarea de calcule cu numere naturale folosind operațiile aritmetice și proprietățile acestora
- 2.2.** Efectuarea de calcule cu fracții folosind proprietăți ale operațiilor aritmetice
- 2.3.** Utilizarea instrumentelor geometrice pentru a măsura sau pentru a construi configurații geometrice
- 3.1.** Utilizarea regulilor de calcul pentru efectuarea operațiilor cu numere naturale și pentru divizibilitate
- 3.2.** Utilizarea de algoritmi pentru efectuarea operațiilor cu fracții ordinare sau zecimale
- 3.3.** Determinarea perimetrelor, a ariilor (pătrat, dreptunghi) și a volumelor (cub, paralelipiped dreptunghic) și exprimarea acestora în unități de măsură corespunzătoare
- 4.1.** Exprimarea în limbaj matematic a unor proprietăți referitoare la comparații, aproximări, estimări și ale operațiilor cu numere naturale
- 4.2.** Utilizarea limbajului specific fracțiilor/procentelor în situații date
- 4.3.** Transpunerea în limbaj specific a unor probleme practice referitoare la perimetre, arii, volume, utilizând transformarea convenabilă a unităților de măsură
- 5.1.** Analizarea unor situații date în care intervin numere naturale pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule
- 5.2.** Analizarea unor situații date în care intervin fracții pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule
- 5.3.** Interpretarea prin recunoașterea elementelor, a măsurilor lor și a relațiilor dintre ele, a unei configurații geometrice dintr-o problemă dată
- 6.1.** Modelarea matematică, folosind numere naturale, a unei situații date, rezolvarea problemei obținute prin metode aritmetice și interpretarea rezultatului
- 6.2.** Reprezentarea matematică, folosind fracțiile, a unei situații date, în context intra și interdisciplinar (geografie, fizică, economie etc.)
- 6.3.** Analizarea unor probleme practice care includ elemente de geometrie studiate, cu referire la unități de măsură și la interpretarea rezultatelor

LA REVEDERE, VACANȚĂ!

Recapitulare

Amintește-ți!

1 Observă distanțele, în metri, parcurse de copii cu mașina, în vacanța de vară, împreună cu familiile lor.



- a) Scrie numele copiilor în ordinea crescătoare a lungimii traseelor.
b) Transformă în kilometri distanța parcursă de familia lui Radu.

2 Scrie cele mai mari numere cu cifre diferite de forma: a) $\overline{3a2b4c}$; b) $\overline{a2b3c4}$; c) $\overline{abc234}$; d) $\overline{abcdefg}$.

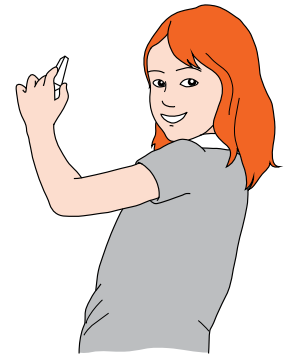
3 Scrie cele mai mici numere cu cifre diferite de forma: a) $\overline{3a2b4c}$; b) $\overline{a2b3c4}$; c) $\overline{abc234}$; d) $\overline{abcdefg}$.

4 Maria a creat un joc cu numere pentru fratele ei. Citind pe linie sau pe coloană, de la stânga la dreapta și de sus în jos, vei descoperi numere de una, două, trei, patru sau cinci cifre.

Găsește în tabel, respectând regulile jocului:

- a) cel mai mic număr de cinci cifre;
b) cel mai mare număr par de patru cifre;
c) cel mai mare număr impar de cinci cifre;
d) cel mai mare număr de trei cifre scris numai cu cifre pare;
e) toate numerele impare de trei cifre.

2	4	6	8	1
1	3	5	7	8
9	8	6	2	2
8	8	4	7	3
2	9	9	7	6



5 Scrie cel mai mic număr cu suma cifrelor 12.

6 Scrie cel mai mare număr cu cifre diferite de zero, care are suma cifrelor 5.

7 În prima zi de școală, fiecare elev a găsit pe bancă un mesaj. Efectuează calculele, ordonează crescător rezultatele obținute și scrie apoi literele corespunzătoare lor, pentru a descoperi mesajul.

N 7 878 + 23 234	I 18 191 + 17 182	B 45 678 - 45 656	A 56 478 - 56 287	E 45 454 - 45 343	I 29 876 - 29 834	I 4 567 + 5 678	T 12 312 + 23 412	N 23 574 - 23 475	E 3 412 + 8 855	V 1 515 + 9 192
-------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	------------------------------	------------------------------

!

8 La suma numerelor 34 567 și 23 456 adaugă diferența lor. Ce obții?

9 La diferența numerelor 98 765 și 87 654 adună suma numerelor 23 456 și 12 121. Ce obții?



- 10 La o librărie, din cele 2 300 de culegeri de matematică s-au vândut în luna august 1 478. Câte culegeri mai sunt în librărie?
- 11 La un depozit s-au adus, în prima zi, 35 781 tablete de ciocolată, iar a doua zi cu 879 de tablete mai mult. Câte tablete de ciocolată s-au adus în depozit, în total, în cele două zile?
- 12 În vacanța de vară, la *Crosul vacanței* au participat 1 029 de băieți, iar fete cu 98 mai puține. Câți copii au participat la *Crosul vacanței*?
- 13 Descoperă regula și completează șirul numerelor: 1, 5, 25, 125, , , .

14 Reprodu tabelul și completează-l.

a	$a \times 3$	$a \times 13$	$a \times 133$
9			
19			
189			
1 789			

15 Care este numărul de 34 de ori mai mare decât 234?

16 Ana a economisit în timpul vacanței o sumă de bani de șase ori mai mare decât Radu. Dacă Radu a economisit 234 de lei, ce sumă de bani au economisit cei doi copii, împreună?

17 Calculează produsul dintre cel mai mare număr de două cifre diferite și cel mai mic număr de trei cifre diferite scris cu cifre pare.

18 Reprodu tabelul și completează-l.

a	$a : 3$	$a : 13$	$a : 133$
1 326			
2 652			
6 630			
15 912			

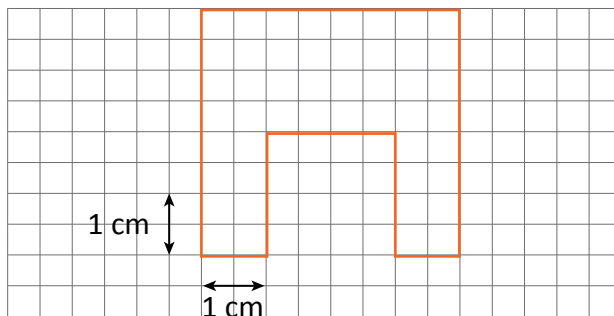
19 Care este numărul de 29 de ori mai mic decât 3 741?

20 Mara are o sumă de bani de șase ori mai mică decât Mihai. Dacă Mihai are 3 432 de lei, află ce sumă de bani are Mara.

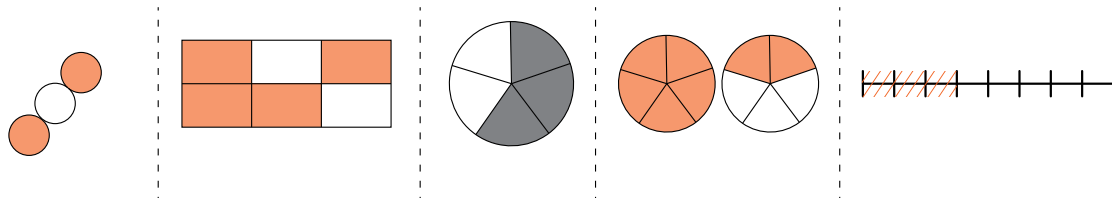
21 Calculează câtul și restul împărțirii numărului 2 345 la 12, apoi verifică efectuând proba.

22 În figura alăturată este planul unui spațiu de joacă pentru copii.

- Desenează figura pe caietul de matematică, respectând dimensiunile indicate.
- Exprimă în centimetri perimetrul spațiului de joacă.
- Cât este, în realitate, perimetrul spațiului de joacă, dacă 1 cm în plan reprezintă 10 m în realitate?



23 Scrie fracțiile reprezentate de părțile colorate din desenele de mai jos.



24 Completează casetele pentru a obține egalități adevărate:

a) $\frac{15}{23} = \frac{8}{23} + \frac{\square}{23}$;

b) $\frac{11}{43} + \frac{12}{43} - \frac{\square}{43} = \frac{3}{43}$;

c) $\frac{4}{37} + \frac{\square}{37} - \frac{9}{37} = \frac{14}{37}$.

25 Numărul copiilor din clasa Anei, care au petrecut o parte din vacanță în Delta Dunării, este cifra zecilor de mii din numărul 493 284. Câți copii au petrecut o parte din vacanță în Delta Dunării ?

26 Scrie cel mai mic număr format cu toate cifrele scrise pe jetoane, folosite o singură dată.



27 Calculează, respectând ordinea efectuării operațiilor:

- a) $28 - 14 + 12$;
- b) $144 : 6 \times 2$;
- c) $28 - 16 : 4$;
- d) $13 + 12 \times 5$.

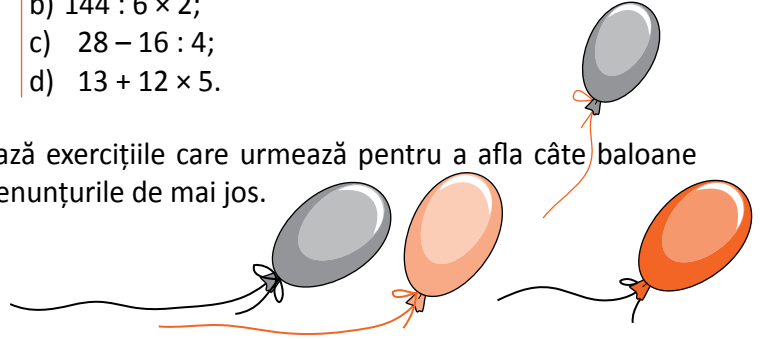
28 Ana cumpără baloane pentru aniversare. Efectuează exercițiile care urmează pentru a afla câte baloane cumpără din fiecare fel, apoi ajut-o să completeze enunțurile de mai jos.

baloane albe: $8 + 15 \times 4$;

baloane verzi: $160 - 120 : 5$;

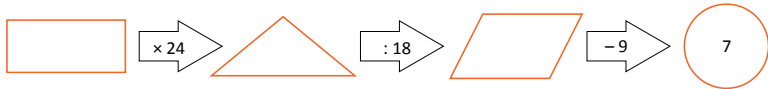
baloane roșii: $30 + 20 : 5 \times 4$.

- Numărul baloanelor verzi este de ori mai mare decât numărul baloanelor albe. Numărul baloanelor albe este cu mai mare decât numărul baloanelor roșii. Numărul baloanelor albe și roșii este mai decât numărul baloanelor verzi cu .



29 Se dă exercițiul:

- Ce număr este scris în dreptunghi?



30 Radu și Ana au colecționat, împreună, în timpul vacanței, 100 de fotografii cu sportivi. Dacă Radu i-ar da Anei 24 de ilustrații, atunci cei doi copii ar avea același număr de ilustrații. Câte ilustrații a colecționat fiecare copil?

31 Radu, Ana și Dan sunt pasionați de lectură. Sâmbătă, Dan a citit de două ori mai multe pagini decât Radu și cu 10 pagini mai mult decât Ana. Știind că împreună au citit 115 pagini, află câte pagini a citit fiecare în acea zi.

32 Elevii clasei a V-a prezintă tabelul activităților pe care le-au desfășurat în vacanța de vară.

Vacanță la mare		Vacanță la munte		Vacanță în Delta Dunării	
Fete	Băieți	Fete	Băieți	Fete	Băieți
13	10	10	12	8	5

- Unde au petrecut vacanța cei mai mulți copii?
- Unde au fost în vacanță cei mai mulți băieți? Știind că în clasă sunt 27 de elevi, calculează câți dintre ei nu au fost în Delta Dunării.

33 Reprodu tabelul și completează-l.

a	Triplul lui a	$a \times 12$	$a : 18$
54			
594			
1 548			
954			
1 854			
324			

34 Pe trei rafturi sunt 72 de cărți. Câte cărți sunt pe fiecare raft, dacă pe primul raft sunt de două ori mai multe cărți decât pe al doilea, iar pe al treilea sunt tot atâtea cărți câte sunt pe celelalte două împreună?

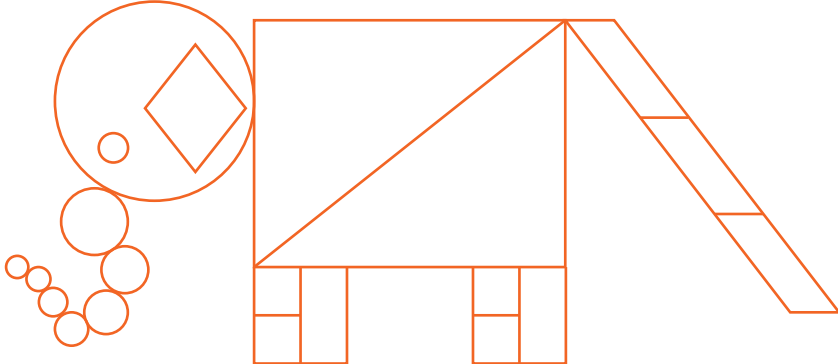
35 Maria trasează în curte un pătrat cu perimetrul de 24 m. Cât ar deveni perimetrul pătratului, dacă latura acestuia s-ar mări cu 3 m?

36 Un dreptunghi are perimetrul egal cu 48 m. Cât devine perimetrul dreptunghiului dacă lungimea se mărește cu 4 m?

Evaluare

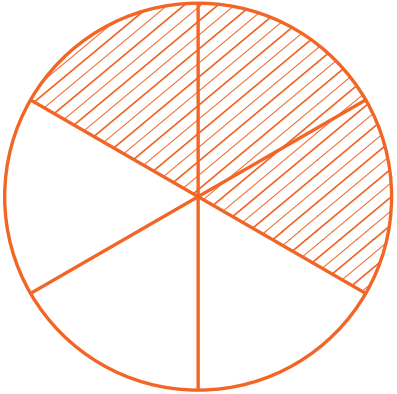
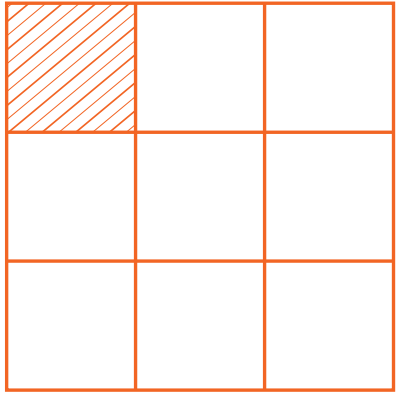
PARTEA I

(45 de puncte)

20p	1. Efectuează: a) $2\ 096 + 1\ 487$; b) $62\ 000 - 61\ 985$; c) 504×132 ; d) $1\ 680 : 84$.
5p	2. Câte cercuri sunt desenate în figura de mai jos? <input type="text"/>
	
3. Pentru fiecare dintre propozițiile următoare scrie A dacă este adevărată și F dacă este falsă.	
5p	a) Cel mai mic număr impar care are trei cifre este 101. <input type="text"/>
5p	b) Numărul 11 000 este mai mic decât 10 110. <input type="text"/>
5p	c) Numărul 789 este cu 371 mai mare decât numărul 418. <input type="text"/>
5p	d) Numărul care împărțit la 3 dă câtul 27 și restul 1 este egal cu 82. <input type="text"/>

PARTEA a II-a

(45 de puncte)

15p	4. Efectuează: $2 \times [90 : 2 + (120 : 4 - 20)] \times 10$.
7p	5. Determină:
6p	a) numărul a știind că este egal cu un sfert din 600;
7p	b) fracția corespunzătoare părților hașurate din disc.
7p	c) fracția corespunzătoare părții hașurate din pătrat.
 	
10p	6. Radu și Ana au rezolvat împreună 108 probleme de matematică. În perioada de timp în care Radu a rezolvat 4 probleme, Ana a rezolvat 5 probleme. Câte probleme a rezolvat fiecare?

NUMERE NATURALE

2

MATEMATICA ÎN GEOGRAFIE

Vei identifica numere naturale în contexte variate:

- vei scrie și vei citi numere naturale în sistemul de numerație zecimal;
- vei preciza ordinul unei cifre în scrierea unui număr natural;
- vei scrie un număr natural ca sumă de produse folosind cifrele sale și ordinul cifrelor;
- vei transforma suma de produse în număr natural;
- vei identifica numere naturale pe baza unor condiții impuse cifrelor sale.

Vei exprima în limbaj matematic unele proprietăți referitoare la comparări, aproximări, estimări și operații cu numere naturale:

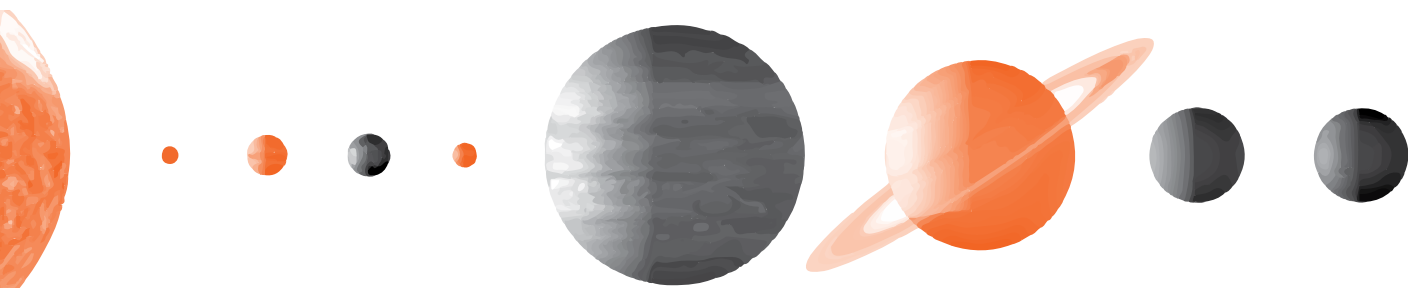
- vei scrie rezultatele obținute prin comparare utilizând semnele $<$, $>$, $=$, \leq , \geq ;
- vei aproxima numerele naturale prin lipsă și prin adaos;
- vei reprezenta, pe axa numerelor, numere naturale utilizând compararea și ordonarea numerelor naturale.

Vei analiza situații date în care intervin numere naturale pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule:

- vei utiliza axa numerelor pentru a stabili ordinul unor numere naturale;
- vei determina numere naturale care respectă anumite condiții.

Vei modela matematic, folosind numere naturale, o situație dată și vei rezolva problema obținută prin metode aritmetice și vei interpreta rezultatul:

- vei folosi ordonarea numerelor naturale pentru alcătuirea unor clasamente.



Scrierea și citirea numerelor naturale

Amintește-ți!

1 Citește informațiile de mai jos, apoi rezolvă cerințele:

A. Dunărea este al doilea fluviu ca lungime din Europa, după Volga. Izvorăște din Munții Pădurea Neagră (Germania) de sub vârful Kandel (1 241 m). Dunărea curge către sud-est, pe o distanță de 2 858 km, până la vărsarea sa în Marea Neagră. Pe teritoriul României, între Baziaș și Sulina, Dunărea are o lungime de 1 075 km.

a) Citește numerele din text.

b) Scrie cu litere lungimea Dunării între Baziaș și Sulina.

c) Care sunt cifrele identice din numărul 2 858? Ce ordine reprezintă ele?

B. Cel mai mare vas de croazieră cântărește 217 895 de tone.

• Scrie numărul de mai sus, apoi:

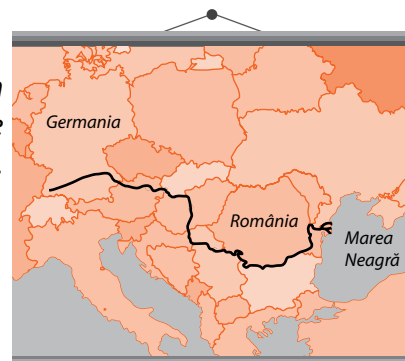
a) subliniază cu albastru clasa miilor;

b) subliniază cu roșu clasa unităților;

c) încercuiește cu roșu ordinul sutelor;

d) încercuiește cu albastru ordinul sutelor de mii;

e) precizează cifrele aflate la ordinul: zecilor; miilor; zecilor de mii.



Observă și descoperă!

2 Graficul alăturat prezintă evoluția populației globului.

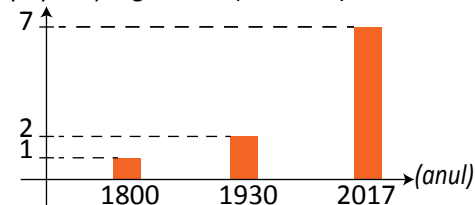
Observă graficul și răspunde la cerințe.

a) În ce an a ajuns populația globului la 1 miliard?

b) Care era populația globului în anul 1930?

c) În anul 2017 populația globului a ajuns la miliarde.

populația globului (miliarde)



3 a) Observă, în tabelul de numerație de mai jos, cum este scris numărul care reprezintă populația globului în anul 2017. Care este numărul de cifre ale acestui număr?

Clasa miliardelor			Clasa milioaneilor			Clasa miilor			Clasa unităților		
S	Z	U	S	Z	U	S	Z	U	S	Z	U
		7	0	0	0	0	0	0	0	0	0

b) Scrie, apoi citește un număr format din 11 cifre, după model.

Exemplu: 12 345 678 912 se citește douăsprezece miliarde trei sute patruzeci și cinci de milioane șase sute șaptezeci și opt de mii nouă sute doisprezece.



Important

- În scrierea oricărui număr natural, locul ocupat de o cifră reprezintă un anumit ordin și face parte dintr-o anumită clasă. Din acest motiv spunem că folosim o **scriere pozițională**.
- La scrierea cu cifre, fiecare grup de trei cifre, de la dreapta la stânga, formează o **clasă**. Avem astfel: clasa unităților, clasa miilor, clasa milioaneilor, clasa miliardelor, clasa trilioanelor etc.
- În fiecare clasă avem trei **ordine**: ordinul unităților, ordinul zecilor, ordinul sutelor.

Clasa trilioanelor			Clasa miliardelor			Clasa milioaneilor			Clasa miilor			Clasa unităților		
S	Z	U	S	Z	U	S	Z	U	S	Z	U	S	Z	U

- Zece unități de un anumit ordin formează o unitate de ordin superior. Spunem că avem o **scriere zecimală** sau o **scriere în baza zece**.

Exemple: 10 sute de mii = 1 milion

10 milioane = 1 zece de milioane

10 zeci de milioane = 1 sută de milioane

10 sute de milioane = 1 miliard

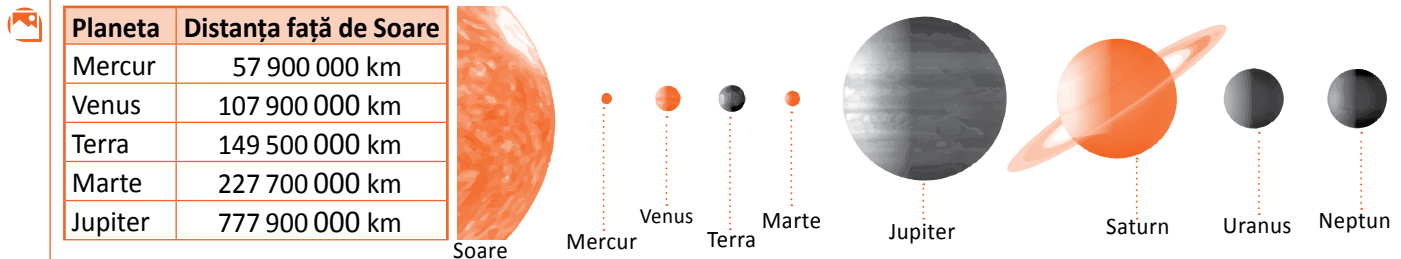
Exersează!

- 4 Transcrie numerele și precizează ce ordin și ce clasă reprezintă, în fiecare caz, cifra 5, după modelul oferit: 324 528, 85 201, 959 124, 1 534 762 389, 598 127 823 673.

Exemplu: 2 500 389 → 5 reprezintă sutele de mii

- 5 a) Observă tabelul de mai jos și scrie, cu litere, informațiile prezentate, după model.

Exemplu: 57 900 000 → cincizeci și șapte de milioane nouă sute de mii de kilometri.



- b) Caută pe Internet informații despre distanța dintre Soare și planetele care nu apar în tabel. Scrie, cu litere, numerele din informațiile găsite.

- 6 Citește informațiile din tabelul de mai jos. Completează-l după model.

	Informație	Numărul scris cu cifre
1.	Cel mai mare oraș din lume este Tokyo. Are o populație de treizeci și șapte de milioane opt sute patruzeci și trei de mii de locuitori.	37 843 000
2.	Cea mai mare țară din lume ca număr de locuitori este China. Are o populație de un miliard trei sute patru zeci și trei de milioane de locuitori.	
3.	A doua țară ca mărime, după numărul de locuitori, este India. Are o populație de un miliard două sute cinci milioane de locuitori.	
4.	România are o populație de nouăsprezece milioane opt sute treizeci de mii de locuitori.	

- 7 Caută pe Internet informații și precizează câte cifre crezi că are un număr care exprimă:
 a) înălțimea unui vârf de munte, exprimată în metri; c) numărul de stele din Calea Lactee.
 b) masa unei persoane, exprimată în kilograme;

- 8 Scrie, după model, numerele date.

Exemplu: 32 509

32 509 → 3 zeci de mii → 3 cifra zecilor de mii

32 509 → 32 mii → 2 cifra miilor

32 509 → 325 sute → 5 cifra sutelor

32 509 → 3 250 zeci → 0 cifra zecilor

32 509 → 32 509 unități → 9 cifra unităților

a) 28 931;

b) 372;

c) 5 402;

d) 10 382;

e) 324 285.

Știați că...?

Vârsta Pământului este estimată la aproximativ 4 543 milioane de ani? Procesul de estimare a vârstei Pământului a fost unul foarte anevoios fiind finalizat de geologi la sfârșitul secolului XX.

- 9 Este posibil ca un număr natural scris cu cifre nenule (diferite de cifra zero) să aibă cifra sutelor de miliarde egală cu suma celorlalte cifre? Justifică răspunsul dat.

Observă și descoperă!

- 10 Pentru o excursie în Delta Dunării, Radu a economisit o sumă de bani, reprezentată în imaginea de mai jos.
- a) Ce sumă de bani a economisit Radu?
 b) Observă cum a scris Radu banii economisiți, ca sumă de produse: $3 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 5 \cdot 1 = 345$.



- 11 Copiază și completează:

- a) $3 \cdot 1\,000 + 4 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 5 \cdot 1 = \square$;
 b) $7 \cdot 100\,000 + 2 \cdot 10\,000 + 7 \cdot 1\,000 + 3 \cdot 100 + 1 \cdot 10 + 5 \cdot 1 = \square$;
 c) $7\,538 = \square \cdot 1\,000 + \square \cdot 100 + \square \cdot 10 + \square \cdot 1$;
 d) $1\,864\,312\,123 = 1 \cdot 1\,000\,000\,000 + 8 \cdot \square + 6 \cdot \square + 4 \cdot \square + 3 \cdot \square + 1 \cdot \square + 2 \cdot \square + 1 \cdot \square + 2 \cdot \square + 3 \cdot \square$;
 e) $3\,809 = 3 \cdot \square + 8 \cdot \square + 0 \cdot \square + 9 \cdot \square$;
 f) $280\,000\,923 = 2 \cdot \square + 8 \cdot \square + 0 \cdot \square + 0 \cdot \square + 0 \cdot \square + 0 \cdot \square + 9 \cdot \square + 2 \cdot \square + 3 \cdot \square$.

Produsul a două numere a și b se notează cu $a \times b$ sau cu $a \cdot b$. În clasa a V-a se va folosi notația $a \cdot b$.

- 12 Scrie ca sumă de produse un număr de zece cifre nenule (diferite de 0) care are cifra unităților de mii egală cu 9.

Important

- Orice număr se poate scrie ca o sumă de produse.

Exemplu:

cifra	cifra	cifra	cifra	cifra	cifra	cifra	cifra
6	5	8	0	9	1	3	2
$65\,809\,132 = 6 \cdot 10\,000\,000 + 5 \cdot 1\,000\,000 + 8 \cdot 100\,000 + 0 \cdot 10\,000 + 9 \cdot 1\,000 + 1 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 2 \cdot 1$							
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
zeci de milioane	unități de milioane	sute de mii	zeci de mii	unități de mii	sute	zeci	unități

- Un număr natural poate fi scris și sub altă formă, fără a preciza cifrele sale, știindu-se doar numărul de cifre.

Exemplu: \overline{abc} (3 cifre); \overline{abcd} (4 cifre), \overline{abcdef} (6 cifre), unde $a \neq 0$.

Scrie ca sumă de produse, aceste numere ar arăta astfel:

$$\overline{abc} = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c \cdot 1$$

$$\overline{abcd} = a \cdot 1\,000 + b \cdot 100 + c \cdot 10 + d \cdot 1$$

$$\overline{abcdef} = a \cdot 100\,000 + b \cdot 10\,000 + c \cdot 1\,000 + d \cdot 100 + e \cdot 10 + f \cdot 1$$

- Răsturnatul unui număr natural se obține inversând ordinea cifrelor sale:

$$\overline{abc} \xrightarrow{\text{răsturnatul său}} \overline{cba}$$

$$\overline{abcd} \xrightarrow{\text{răsturnatul său}} \overline{dcba}$$

$$\overline{abcdef} \xrightarrow{\text{răsturnatul său}} \overline{fedcba}$$

Exersează!

- 13 Scrie ca sumă de produse numerele: a) 278 303 605; b) 76 110 003; c) 376 005; d) 41 003 200 508; e) 257 000 752.
Exemplu: $43\,105\,873 = 4 \cdot 10\,000\,000 + 3 \cdot 1\,000\,000 + 1 \cdot 100\,000 + 5 \cdot 1\,000 + 8 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 3$

- 14 Citește informațiile de mai jos, apoi scrie, ca sumă de produse, toate numerele precizate.

- Luna se află la o distanță de aproximativ 384 400 km față de Pământ.
- Sistemul nostru solar se poate aproxima la un cerc cu raza de 4 553 946 490 kilometri.
- Vârsta Universului este estimată la 13 700 000 000 de miliarde de ani.
- Vârsta Galaxiei noastre este estimată la 13 600 000 000 de miliarde de ani.

- 15 Continuă scrierea tuturor numerelor naturale de două cifre, egale cu răsturnatul lor: 11, 22, \square .

- 16 Determină cifrele a și b , știind că răsturnatul numărului $\overline{a23}$ este numărul $\overline{3b5}$.

- 17 Determină numerele de forma $\overline{a2017b}$ unde a și b sunt cifre pare consecutive.

- 18 Câte numere de forma \overline{abcde} au toate cifrele pare, diferite?

Reprezentarea pe axă a numerelor naturale.

Compararea și ordonarea numerelor naturale. Aproximări. Estimări

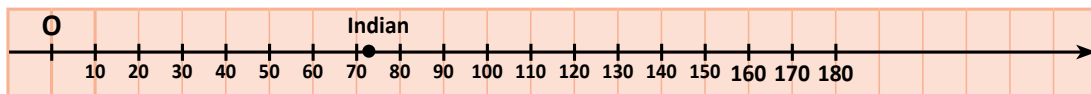
Amintește-ți!

1 Citește textul de mai jos, apoi răspunde la întrebări.

Planeta noastră, Terra, este supranumită Planeta Albastră deoarece o mare parte din suprafața ei este acoperită de ape. În tabelul de mai jos sunt prezentate oceane ale Planetei și câteva dintre caracteristicile lor.

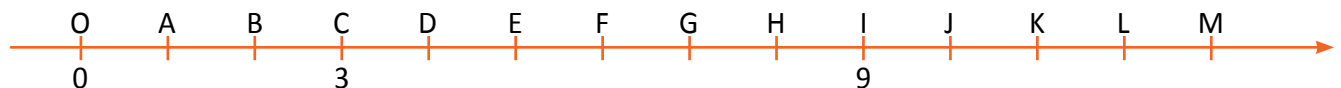
Oceanul	Suprafața (milioane de kilometri pătrați)	Adâncimea cea mai mare (metri)	Adâncimea medie (metri)
Arctic	13	5 449 → Groapa Spitsbergen	1 500
Atlantic	86	9 219 → Groapa Puerto-Rico	3 926
Indian	73	8 047 → Groapa Diamantelor	3 097
Pacific	167	11 034 → Groapa Marianelor	4 188

- Care este oceanul cu cea mai mare suprafață?
- Ordonează descrescător, după adâncimea cea mai mare, oceanele de pe Terra.
- Care este cel mai mare număr scris numai cu zeci, mai mic decât 73? Dar cel mai mic număr scris numai cu zeci, mai mare decât 73?
- Copiază axa de mai jos și indică pe ea poziția celor patru oceane, după suprafața lor, exprimată în milioane de kilometri pătrați.



Descoperă!

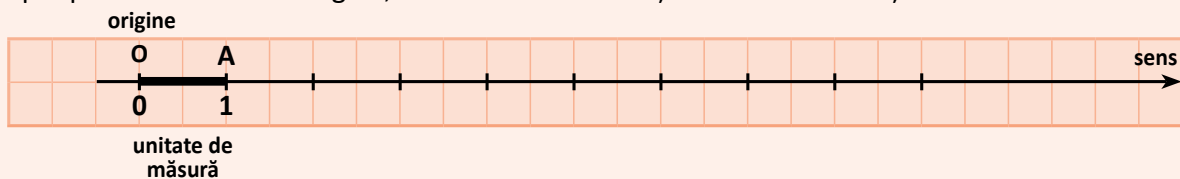
2 Observă axa și răspunde la întrebările de mai jos.



- Ce număr corespunde punctului E ? Dar punctului M ?
- Cu ce literă este notat punctul care corespunde numărului 8? Dar numărului 10?
- Ce reprezintă punctul notat O ?
- Numește trei segmente din imagine de lungime egală.

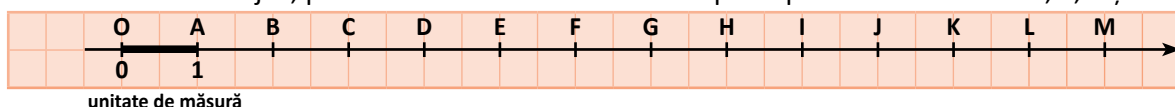
Important

O dreaptă pe care am fixat o origine, o unitate de măsură și un sens se numește **axa numerelor**.



Exersează!

3 Folosind desenul de mai jos, precizează căror numere le corespund punctele notate cu D , F , K și M .



Descoperă!

- 4 **Lucrați în grup.** În tabelul următor este prezentat numărul locuitorilor cu domiciliul în localitatea respectivă, la 1 ianuarie 2015.

Localitatea	Delhi (India)	Karachi (Pakistan)	Manila (Filipine)	New York (SUA)	Seul (Coreea de sud)	Shanghai (China)	Tokio (Japonia)
Numărul de locuitori	23 998 000	23 500 000	24 123 000	20 630 000	23 480 000	23 416 000	37 843 000

- a) Comparați numerele corespunzătoare numărului de locuitori din Shanghai și Seul, apoi din Tokio și Delhi.
b) Ordonăți descrescător localitățile din tabel, în funcție de numărul locuitorilor.



Important

- Pentru compararea a două numere folosim unul dintre semnele: $>$ (mai mare); $=$ (egal); $<$ (mai mic); \geq (mai mare sau egal); \leq (mai mic sau egal).

Exemplu: $215\ 348\ 002\ 143 > 98\ 457\ 896\ 689$ deoarece primul număr are 12 cifre, iar al doilea număr are 11 cifre.

Exemplu: $74\ 832\ 399\ 879 < 74\ 832\ 510\ 432$ deoarece, comparând cifră cu cifră de la cea mai mare clasă și cel mai mare ordin către cel mai mic ordin (de la stânga spre dreapta), observăm că primele cifre diferite sunt 3 și 5 pentru care $3 < 5$.

- Dacă numerele sunt așezate pe axa numerelor, atunci este mai mare numărul scris în dreapta.

Exemplu:



Exersează!

- 5 Copiază și scrie în caseta alăturată **A**, dacă afirmația este adevărată sau **F**, dacă afirmația este falsă.
- a) $3\ 874\ 525\ 478 > 984\ 596\ 579$;
b) $129\ 043 = 129\ 043$;
c) $4\ 579\ 074\ 923 < 4\ 579\ 076\ 579$;
d) $834\ 012 \geq 834\ 579$.
- 6 Copiază și scrie în casetă semnul $>$, $<$, \geq , \leq sau $=$ pentru ca relația să fie adevărată:
- a) $45\ 723$ $9\ 873$;
b) $86\ 523\ 325\ 763$ $210\ 000\ 112\ 431$;
c) $395\ 872$ $395\ 872$;
d) $64\ 982\ 311\ 372$ $64\ 982\ 311\ 912$.

Problemă rezolvată

- Determină cifrele a și b pentru care $\overline{2a3} \geq \overline{25b}$.

- Rezolvare:* Cifra sutelor este aceeași, rezultă $a \geq 5$.

Dacă $a > 5$, atunci b este oricare cifră. *Exemplu:* $263 > 250$; $273 > 259$.

Dacă $a = 5$, atunci avem $253 \geq \overline{25b}$, de unde $b \leq 3$. *Exemplu:* $253 \geq 252$; $253 \geq 250$.

- 7 Determină cifrele x și y , astfel încât: a) $\overline{2x} = \overline{y1}$; b) $\overline{1x2} < \overline{13y}$.

Observă și descoperă!

- 8 Privind tabelul de la exercițiul 4, Maria spune: „Numărul de locuitori ai orașului Manila este mai mare decât 24 000 000”. Dan spune: „Numărul locuitorilor din Seul este mai mic decât 24 000 000”. Vlad spune: „Orașul Delhi are peste 23 990 000 de locuitori”. Ana spune: „Tokio are mai puțin de 37 900 000 de locuitori”. Mihai spune: „Vlad a estimat că numărul locuitorilor orașului Delhi este mai mic decât 24 000 000”. Carmen spune: „Ana estimează că numărul locuitorilor orașului Tokio este sub 38 000 000”.

- Răspunde la următoarele întrebări:
 - a) Maria a aproximat prin lipsă sau prin adaos numărul locuitorilor din orașul Manila?
 - b) La ce ordin a aproximat Dan numărul locuitorilor din Seul?
 - c) Reprezintă numărul 20 600 000 o aproximare a numărului 20 630 000? Explică!
 - d) Este corectă afirmația lui Mihai? Justifică răspunsul dat.
 - e) Este 24 000 000 o estimare corectă a numărului de locuitori din Manila? Se pot face și alte estimări pentru numărul de locuitori al orașului Manila?



Important

- **Aproximarea prin lipsă** la zeci (sute, mii etc.) a unui număr natural este cel mai mare număr natural format numai din zeci (sute, mii etc.) mai mic decât numărul dat.
Exemplu: Aproximarea prin lipsă la mii a numărului 765 498 321 este 765 498 000.
- **Aproximarea prin adaos** la zeci (sute, mii etc.) a unui număr natural este cel mai mic număr natural format numai din zeci (sute, mii etc.) mai mare decât numărul dat.
Exemplu: Aproximarea prin adaos la mii a numărului 765 498 321 este 765 499 000.
- **Estimarea** este o evaluare cu aproximație a unui număr.
Exemplu: Estimez că numărul stelelor din calea Lactee, galaxia noastră, este de ordinul miliardelor.

Exersează!

- 9 Copiază și completează caseta cu numărul potrivit.
 - a) Aproximarea la zeci, prin lipsă, a numărului 3 795 este numărul .
 - b) Aproximarea la sute, prin adaos, a numărului 3 795 este numărul .
- 10 Scrie aproximările prin lipsă și prin adaos la zeci, sute și mii ale numerelor: 121 345, 5 234 123, 65 857 123.
- 11 Care sunt aproximările prin adaos la zeci, sute, mii și zeci de mii ale numerelor: 23 865, 568 123, 756 235 436.
- 12 Scrie aproximarea prin lipsă și aproximarea prin adaos la sute de milioane a numărului 487 239 564 893.
- 13 Aproximează prin lipsă la zeci de milioane numărul 83 296 453 211.
- 14 Scrie cel mai mic număr natural cu cifre nenule (diferite de cifra zero) care are suma cifrelor 21, apoi aproximează-l prin adaos la sute.
- 15 Scrie cel mai mare număr natural cu cifre nenule, care are suma cifrelor 12, apoi aproximează-l prin lipsă la zeci.
- 16 Așază cele patru cartonașe din dreapta pentru a obține:

0	1	3	7
---	---	---	---

 - a) cel mai mic număr natural, apoi aproximează-l prin adaos la zeci;
 - b) cel mai mare număr natural, apoi aproximează-l prin adaos la sute;
 - c) cel mai mic număr natural cu cifra sutelor 7, apoi aproximează-l prin lipsă la mii.
- 17 La ce clasă și la ce ordin estimezi:
 - a) numărul de kilometri dintre București și Ploiești;
 - b) numărul de kilometri dintre București și Bacău;
 - c) numărul de kilometri dintre București și Barcelona.
- 18 a) Câte numere naturale au aproximarea prin lipsă la sute egală cu 12 000?
b) Câte numere naturale au aproximarea prin adaos la mii egală cu 12 000?
- 19 Determină numerele naturale care au aproximarea prin lipsă egală cu 4 735 200, aproximarea prin adaos 4 735 300 și suma cifrelor egală cu 25.

Recapitulare

- 1 Scrie în cifre următoarele numere: a) anul în care te-ai născut; b) anul în care ne aflăm; c) patru sute de mii cinci; d) șapte milioane o mie șapte; e) zece miliarde două sute optzeci și cinci; f) două sute patruzeci și cinci de miliarde o sută douăzeci și trei de milioane treizeci și unu.
- 2 Scrie în litere următoarele numere: a) anul în care te-ai născut; b) anul în care ne aflăm; c) 105 304; d) 8 756 801; e) 703 604 505 003; f) 700 000 105 000 173.
- 3 Scrie toate numerele naturale de trei cifre diferite care se pot forma cu cifrele: a) 1, 5 și 9; b) 8, 4 și 0.
- 4 Citește textul următor: *Pământul are o vârstă de peste 2 000 000 000 de ani, iar viața pe planeta noastră există de mai bine de 300 000 000 de ani. Lumina înaintază cu o viteză de aproximativ 300 000 de km pe secundă, în timp ce viteza sunetului este de aproape 1 050 km pe oră. Pe planeta Mercur anul are 88 de zile pământești. Corpurile, în mișcarea lor, se freacă de aerul înconjurător și, ca urmare, li se ridică temperatura cu 25°C la o viteză de 1 050 km pe oră. La o viteză de 2 100 km pe oră această temperatură ajunge la 157°C.*
Scrieți cu litere numerele care apar în text.
- 5 Citește textul următor: *Pe Pământ sunt peste șapte miliarde de oameni. Dacă ar sta toți unul lângă altul, ar ocupa o suprafață egală cu cea a orașului Los Angeles (SUA), adică aproximativ un milion trei sute de mii de hectare și ar cântări patru sute de milioane de tone.*
Scrie cu cifre numerele care apar în text.
- 6 Scrie numerele naturale de patru cifre consecutive care au cifra sutelor egală cu 4.
- 7 De câte ori folosești cifra 3, atunci când scrii toate numerele naturale cuprinse între 100 și 199?
- 8 Alege din enumerarea următoare numerele care conțin 73 de sute: 7 310; 327 317; 20 073 000; 73 149; 7 301; 3 773; 87 311.
- 9 Scrie și citește următoarele numere naturale: a) $7 \cdot 10 + 1$; b) $5 \cdot 1\,000 + 3 \cdot 10 + 1$; c) $8 \cdot 10\,000 + 5 \cdot 10$; d) $2 \cdot 100\,000\,000\,000 + 3 \cdot 100$; e) $3 \cdot 1\,000\,000\,000\,000 + 5 \cdot 10\,000\,000 + 1$.
- 10 Este posibil ca un număr natural scris cu cifre nenule (diferite de cifra zero) să aibă cifra miliardelor egală cu suma celorlalte cifre? Justifică răspunsul dat.
- 11 Scrie toate numerele naturale de două cifre care au suma cifrelor: a) 2; b) 4; c) 6; d) 8.
- 12 Determină toate numerele naturale de forma \overline{abc} cu cifre impare consecutive.
- 13 Ordonează crescător numerele: a) 853, 71, 169, 405, 11, 603, 901, 2; b) 1 234, 1 324, 1 432, 2 341, 3 421, 4 231, 2 413, 4 123; c) 30, 303, 3 003, 33, 3 300, 3 000.
- 14 Completează următoarele enumerări: a) 1, 5, 9, , , 21; b) 0, 5, 10, , , , , 35; c) 3, 4, 6, 9, , , , , 48; d) 1, 10, 100, 1 000, , , , , 1 000 000 000.
- 15 Scrie cel mai mic număr natural de: a) patru cifre; b) patru cifre diferite; c) șapte cifre; d) nouă cifre diferite; e) zece cifre diferite.

- 16 Determină cifrele x și y astfel încât: a) $\overline{7x} = \overline{y8}$; b) $\overline{xx} = \overline{y2}$; c) $\overline{5y7} < \overline{50x}$; d) $\overline{2xy} > \overline{289}$; e) $\overline{72x398} \leq \overline{724y28}$.
- 17 Câte numere naturale de trei cifre sunt egale cu răsturnatele lor?
- 18 Scrie toate numerele naturale de forma $\overline{a4b4c}$ ale căror răsturnate sunt de forma $\overline{4abc4}$.
- 19 Desenează axa numerelor și reprezintă pe ea punctele A, B, C, D, E și F , corespunzătoare numerelor 5, 1, 4, 7, 3, respectiv 9.
- 20 Scrie aproximarea prin lipsă a numărului 254 677 la: a) zeci; b) sute; c) mii.
- 21 Scrie aproximarea prin adaos a numărului 13 254 783 195 la:
a) zeci de mii; b) zeci de milioane; c) sute de milioane.
- 22 Scrie toate numerele naturale a căror aproximare prin lipsă la zeci este: a) 30; b) 150; c) 2 300.
- 23 a) Câte numere naturale au aproximarea prin lipsă la sute egală cu 24 000?
b) Câte numere naturale au aproximarea prin adaos la mii egală cu 24 000?
- 24 Completează casetele cu răspunsul corect:
a) aproximarea prin adaos la zeci de mii a numărului 48 623 418 este ;
b) aproximarea prin lipsă la sute de mii a numărului 48 623 418 este .



- 25 Asociază fiecare literă din coloana **A** cu cifra din coloana **B** corespunzătoare aproximării prin lipsă la sute a numerelor specificate în coloana **A**, după model:

A		B	
502	a	1	2 300
2 310	b	2	7 600
7 689	c	3	500
		4	510
		5	7 700
		6	2 400

- 26 Determină:
a) cel mai mic număr \overline{abcabc} cu a, b, c , cifre distincte;
b) cel mai mare număr par care poate fi scris sub forma $\overline{a0b0a0b}$, unde $a < b$.

- 27 Determină cifrele a, b, c distincte, știind că $\overline{a1b1c} > \overline{91c1b}$ și $\overline{2c} \geq 27$.

- 28 Câte numere de forma $\overline{a0b0c0d}$ au proprietatea că $\overline{a0b0c0d} > \overline{d0c0b0a}$?

Proiect Numere de ieri și de azi...

• Ce vei face?

Vei căuta informații despre cum se scriau numerele odinioară și cum se scriu acum.

• De ce vei face?

Pentru a observa cum a evoluat reprezentarea grafică a numerelor de la semne la cifre.

• Cum vei face?

Vei căuta în cărți sau pe Internet date, imagini, informații despre scrierea numerelor.

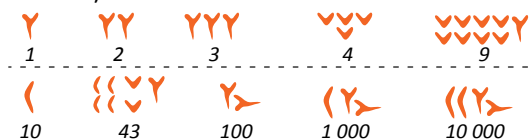
• Cum vei ști că ai reușit?

Vei expune lucrarea în clasă. Vei împărtăși impresiile tale colegilor.

Sugestie

Nevoile economice, în dezvoltare, ale omului l-au determinat să facă unele progrese în folosirea numerelor.

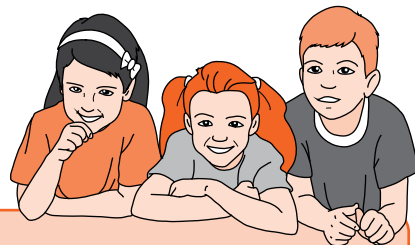
De exemplu, sumerienii, care foloseau numerația zecimală, aplicau și sistemul pozițional, la exprimarea grafică a numerelor. Semnele scrisului lor aveau forma de cuie, de unde și numele de scriere cuneiformă.

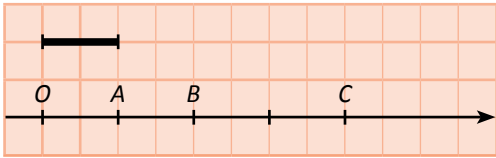


- **Ce se evaluează?**
- redactarea corectă a informațiilor;
 - prezența imaginilor/desenelor atractive;
 - prezentarea clară a proiectului.

Evaluare

Timp de lucru: 50 de minute



10p	Din oficiu	
5p	1.a.	Completează în casetă cifra sutelor de milioane a numărului 257 342 156 <input type="text"/> .
5p	1.b.	Completează în casetă numărul zecilor de mii al numărului 4 375 210 <input type="text"/> .
5p	2.a.	Încercuiește litera corespunzătoare scrierii cu cifre a numărului <i>două milioane trei sute</i> . A. 2 000 300 B. 20 000 300 C. 2 003 000 D. 200 300
5p	2.b.	Încercuiește litera corespunzătoare scrierii cu litere a numărului 104 030. A. un milion patru mii trei B. un milion patru mii treizeci C. o sută patru mii treizeci D. o sută patru mii trei
10p	3.	Numărul 2 935 721 este mai mare decât numărul 293 519. Scrie în căsuța alăturată A , dacă afirmația este adevărată sau F , dacă afirmația este falsă. <input type="text"/>
10p	4.	În figura de mai jos punctele notate prin literele <i>A</i> , <i>B</i> și <i>C</i> corespund unor numere naturale. Unește prin săgeți literele cu numerele corespunzătoare.
		
		<div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px; margin-bottom: 5px;">A</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px; margin-bottom: 5px;">B</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">C</div> </div>
		<div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px; margin-bottom: 5px;">1</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px; margin-bottom: 5px;">2</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px; margin-bottom: 5px;">3</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px; margin-bottom: 5px;">4</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">5</div> </div>
10p	5.a.	Distanța, în kilometri, parcursă de Delia și familia ei în vacanță este egală cu cel mai mic număr natural de patru cifre diferite. Care este distanța parcursă?
	5.b.	Numărul de locuitori al unui oraș este 453 249. Aproximează-l la mii.
10p	6.	Determină cifra <i>a</i> pentru care $\overline{57a42} > \overline{57639}$.
10p	7.	Determină cifrele <i>a</i> și <i>b</i> dacă $\overline{26a59} < \overline{2635b}$.
10p	8.	Determină numerele naturale de trei cifre \overline{abc} , știind că <i>c</i> este cifră pară, $c < 5$ și $a + b = c$.
10p	9.	Scrie cel mai mic număr natural cu cifre diferite a cărui aproximare prin adaos la sute este 75 100.

Exersezi și progresezi!

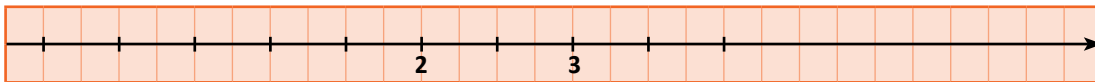
- 1 Asociază fiecare literă din coloana **A** cu cifra din coloana **B** corespunzătoare clasei care conține cifra 4 a numerelor specificate în coloana **A**, după model.

A		B	
7 240	a	1	Clasa zecilor de milioane
49 235	b	2	Clasa unităților
275 491 367	c	3	Clasa sutelor de mii
714 823 629 137	d	4	Clasa miliardelor
3 642 158 651	e	5	Clasa zecilor
		6	Clasa zecilor de mii
		7	Clasa sutelor de milioane

- 2 Care sunt răsturnatele numerelor: 32, 153, 2 487, 303, 4 004, 77, 75 857? *Model: 32 → 23*
- 3 În caseta alăturată scrie **A**, dacă afirmația este adevărată sau **F**, dacă afirmația este falsă.
- a) În scrierea unui număr natural cifra de pe locul opt, numărând de la dreapta spre stânga, este cifra zecilor de milioane.
- b) Un număr natural de ordinul zecilor de miliarde are 11 cifre.
- 4 Scrie ca sumă de produse următoarele numere după modelul:
 $958 = 9 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 8 \cdot 1$
 a) 1 275; b) 5 001; c) 7 040 012; d) 8 700 001.

- 5 Determină toate numerele naturale de trei cifre \overline{abc} , care au suma cifrelor egală cu 3.

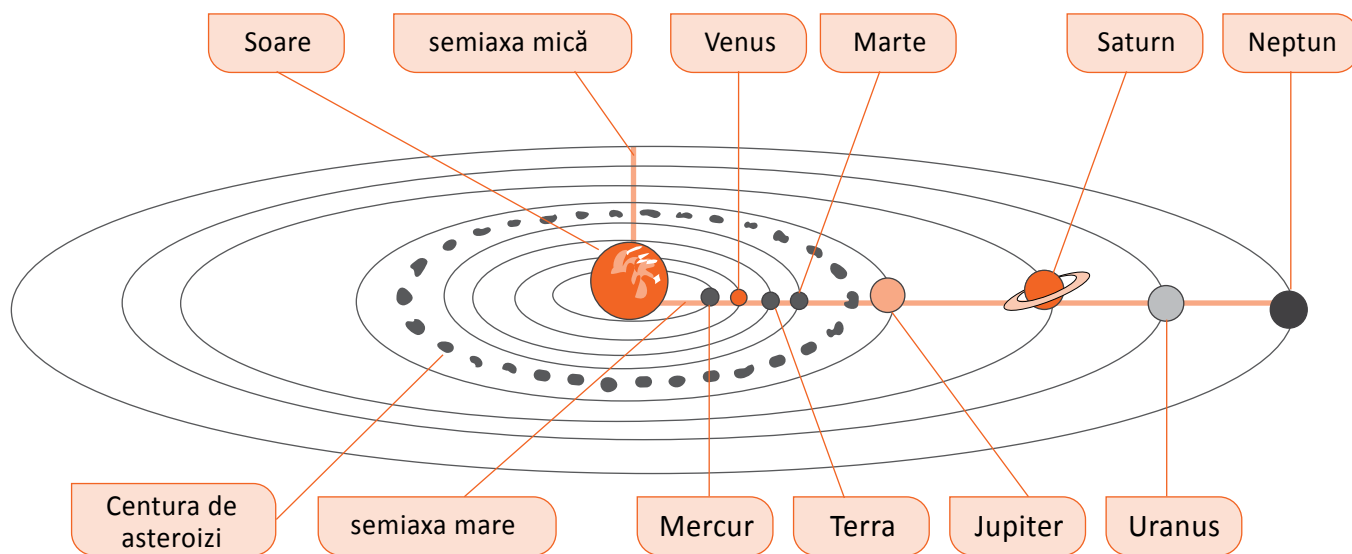
- 6 Figura de mai jos reprezintă o axă a numerelor. Notează originea axei.



- 7 Prețul unui obiect este 2 476 lei. Calculează numărul cel mai mic de bancnote necesare pentru a cumpăra obiectul, dacă plata se face numai cu bancnote de: a) 10 lei; b) 100 lei.
- 8 Scrie toate numerele naturale de forma \overline{xy} care îndeplinesc simultan următoarele condiții: $20 < \overline{xy}$ și $y = x + 2$.
- 9 Scrie cel mai mare și cel mai mic număr natural de patru cifre nenule (diferite de cifra zero), știind că suma cifrelor fiecărui număr este egală cu 15.
- 10 Scrie cel mai mare și cel mai mic număr natural de cinci cifre, știind că suma cifrelor fiecărui număr este egală cu 7.
- 11 Determină cifrele x pentru fiecare dintre următoarele cazuri: a) $\overline{3x} < 38$; b) $\overline{x7} \leq 57$; c) $\overline{3x6} > 386$; d) $\overline{2x4} \geq 263$; e) $\overline{5x1} < 572$; f) $\overline{x276} < 11\,038$.
- 12 Există numere naturale de trei cifre diferite, care sunt egale cu răsturnatul lor? Justifică răspunsul dat.
- 13 Determină numerele naturale de forma \overline{abcd} pentru care $a - b = b - c = c - d = 2$.

- 14 Determină numerele naturale de forma \overline{abcde} pentru care $a - b = b - c = c - d = 2$.
- 15 Determină numerele naturale de forma \overline{abcdef} pentru care $a - b = b - c = c - d = d - e = e - f = 1$.
- 16 Se consideră numărul $a = 1\ 234\ 567\ 891\ 011 \dots 9\ 899$, unde cifrele sunt obținute scriind unul după altul numerele naturale de la 1 la 99. Numărând de la stânga la dreapta care este a 157-a cifră?
- 17 Se consideră numărul 76 543. Plasați cifra 1 între două cifre ale acestui număr pentru a obține cel mai mare număr natural în condițiile date. Faceți același lucru pentru a obține cel mai mic număr natural în condițiile date.
- 18 Determină cifra a știind că $\overline{56a23} > \overline{562a3}$.
- 19 Scrie cel mai mare număr natural în care fiecare cifră, începând cu cifra zecilor este dublul cifrei anterioare.
- 20 Compară numărul 279 381 cu numărul A , știind că aproximarea prin adaos la sute a numărului A este 279 300.
- 21 Compară numerele $\overline{497a35472}$ și $\overline{497435a69}$, unde a este cifră.

- 22 Orice planetă din sistemul nostru solar se mișcă în jurul Soarelui pe o traiectorie în formă de elipsă, ca în figura de mai jos.



Cea mai mare distanță de la Soare la o planetă se numește semiaxa mare.

În tabelul de mai jos sunt trecute lungimile semiaxelor unora dintre planete. Copiază tabelul în caiet și completează-l conform cerinței.

Planeta	Mercur	Venus	Terra	Marte
Semiaxa mare (km)	57 909 068	108 208 930	149 597 887	227 936 637
Aproximarea prin lipsă la zeci de mii				
Aproximarea prin adaos la zeci de mii				

- Caută pe Internet informații despre celelalte semiaxe mari ale celorlalte planete și trece-le în tabel.

- 23 Compară numerele $n = \overline{a34b57c89}$ și $m = 634\ 557\ 489$.

OPERAȚII CU NUMERE NATURALE

3

MATEMATICA ÎN ACTIVITĂȚILE SPORTIVE



Vei identifica numerele naturale în contexte variate:

- vei identifica numere naturale într-o diagramă, într-un grafic sau într-un tabel care conțin date referitoare la o situație practică;
- vei identifica numere naturale pe baza unor condiții impuse cifrelor sale.

Vei efectua calcule cu numere naturale folosind operațiile aritmetice și proprietățile acestora:

- vei efectua operații de adunare, scădere, înmulțire și împărțire cu numere naturale;
- vei folosi proprietățile adunării și înmulțirii pentru a efectua mai ușor anumite calcule cu numere naturale;
- vei efectua calcule, utilizând factorul comun.

Vei utiliza reguli de calcul pentru efectuarea operațiilor cu numere naturale și pentru divizibilitate:

- vei utiliza algoritmul adunării și scăderii pentru a efectua calcule cu numere naturale;
- vei utiliza algoritmul înmulțirii pentru a calcula un produs de numere naturale;
- vei utiliza algoritmul împărțirii, cu restul egal sau diferit de zero, în cazul în care deîmpărțitul și împărțitorul au una sau mai multe cifre;
- vei aproxima/estima rezultatele obținute prin utilizarea algoritmului împărțirii.

Vei exprima în limbaj matematic unele proprietăți referitoare la comparații, aproximări, estimări și la operații cu numere naturale:

- vei justifica estimarea rezultatelor unor calcule cu numere naturale.

Vei analiza unele situații date în care intervin numere naturale pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule:

- vei descoperi avantajul folosirii proprietăților operațiilor cu numere naturale în diferite contexte;
- vei stabili valoarea de adevăr a unor enunțuri matematice cu numere naturale, folosind operațiile aritmetice.

Vei modela matematic, folosind numere naturale, o situație dată, vei rezolva problema obținută prin metode aritmetice și vei interpreta rezultatul:

- vei utiliza operațiile aritmetice pentru rezolvarea unor situații practice.

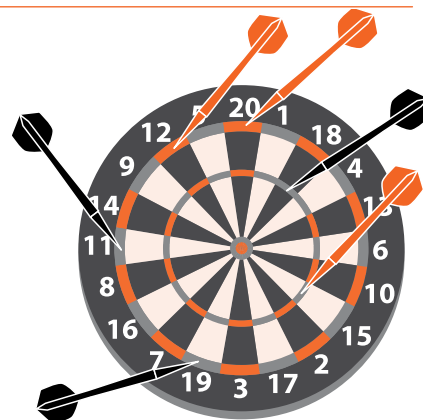
Adunarea și scăderea numerelor naturale.

Proprietățile adunării

Amintește-ți!

- 1 Ana și Mihai joacă un joc de darts în două runde, la fiecare rundă având câte 3 aruncări. În tabelul următor sunt înregistrate rezultatele celor două runde de aruncări:

	Runda 1			Runda 2		
Ana	22	38	54	30	34	40
Mihai	24	40	45	26	36	60



- Câte puncte a obținut Ana în prima rundă? Dar Mihai?
- Cine conduce după prima rundă?
- Care este suma punctelor obținute de Mihai în cele două runde?
- Care este diferența de punctaj între Ana și Mihai în runda a doua?
- Câți termeni ai adunat pentru a obține suma punctelor din fiecare rundă a fiecăruia dintre cei doi copii?
- Cu cât este mai mare punctajul lui Mihai față de punctajul Anei, la sfârșitul celor două runde?

Descoperă!

- 2 Pentru a calcula $30 + 34 + 40$, Ana adună pe 30 cu 34, apoi rezultatul îl adună cu 40. Mihai adună 34 cu 40, apoi rezultatul îl adună cu 30.
- Arată, în scris, procedeul folosit de Ana. Scrie, folosind paranteze, relația matematică prin care arăți cum a adunat Ana.
 - Arată, în scris, procedeul folosit de Mihai, fără a schimba locul numerelor. Scrie, folosind paranteze, relația matematică prin care arăți cum a adunat Mihai.
 - Care dintre ei a procedat corect?
 - Dar dacă Ana ar calcula mai întâi $30 + 40$ și apoi ar aduna 34, ce rezultat ar obține?
 - Dacă Mihai ar schimba locul numerelor și ar calcula $40 + 34 + 30$, ar obține același rezultat?



Important

- Rezultatul adunării a două numere se numește **sumă**, iar numerele care se adună se numesc **termenii sumei**.

$$3 + 4 = 7$$

↑ termen termen ↑
 sumă

- Rezultatul scăderii se numește **diferență**, iar numerele care se scad se numesc **termenii diferenței** sau **termenii scăderii**.

$$7 - 4 = 3$$

↑ descăzut ↑ ↓
 scăzător diferență

Proprietățile adunării. În cele ce urmează literele a , b și c reprezintă numere naturale.

- Adunarea este **comutativă**. Locul termenilor poate fi schimbat și rezultatul nu se modifică.

$$a + b = b + a$$

- Adunarea este **asociativă**. Dacă o adunare are trei sau mai mulți termeni, aceștia pot fi grupați câte doi în moduri diferite și rezultatul nu se modifică. $(a + b) + c = a + (b + c)$

- 0 este **element neutru** pentru adunare. Numărul 0 nu schimbă rezultatul adunării. $a + 0 = 0 + a = a$

Exersează!

3 Calculează rapid, folosind proprietatea de asociativitate a adunării, după model.

Exemplu: $72 + 28 = 70 + 2 + 28 = 70 + (2 + 28) = 70 + 30 = 100$.

a) $334 + 66$; b) $127 + 273$; c) $993 + 2\ 107$; d) $4\ 675 + 1\ 325$; e) $35\ 275 + 24\ 725$.

4 Calculează rapid, folosind proprietățile de comutativitate și asociativitate ale adunării, după model.

Exemplu: $34 + 57 + 6 = 34 + 6 + 57 = (34 + 6) + 57 = 40 + 57 = 97$.

a) $28 + 59 + 12$; b) $425 + 78 + 75$; c) $3\ 243 + 749 + 757 + 301$; d) $1\ 599 + 3\ 724 + 401 + 276$.

5 Fără a efectua calculele, compară numerele:

a) $a = 76 + 39$ și $b = 39 + 76$;

b) $a = 176 + 537$ și $b = 537 + 176$;

c) $a = (237 + 419) + 87$ și $b = 237 + (419 + 87)$;

d) $a = (5\ 479 + 2\ 387) + 3\ 714$ și $b = 5\ 479 + (3\ 714 + 2\ 387)$;

e) $a = \overline{xyz} + 204$ și $b = \overline{xy0} + \overline{yy}$.

6 Pe o masă sunt mai multe cartonașe pe care sunt scrise numere, ca în figura alăturată.

a) Care este cel mai mare număr de cartonașe pe care putem să le luăm de pe masă, astfel încât suma numerelor de pe cartonașele luate să fie 100?

b) Care este numărul de cartonașe pe care putem să le luăm de pe masă, astfel încât suma numerelor de pe cartonașele luate să fie 75?



7 Determină:

a) numărul cu 497 358 mai mare decât 23 978;

b) numărul mai mare decât 23 978 cu 497 358;

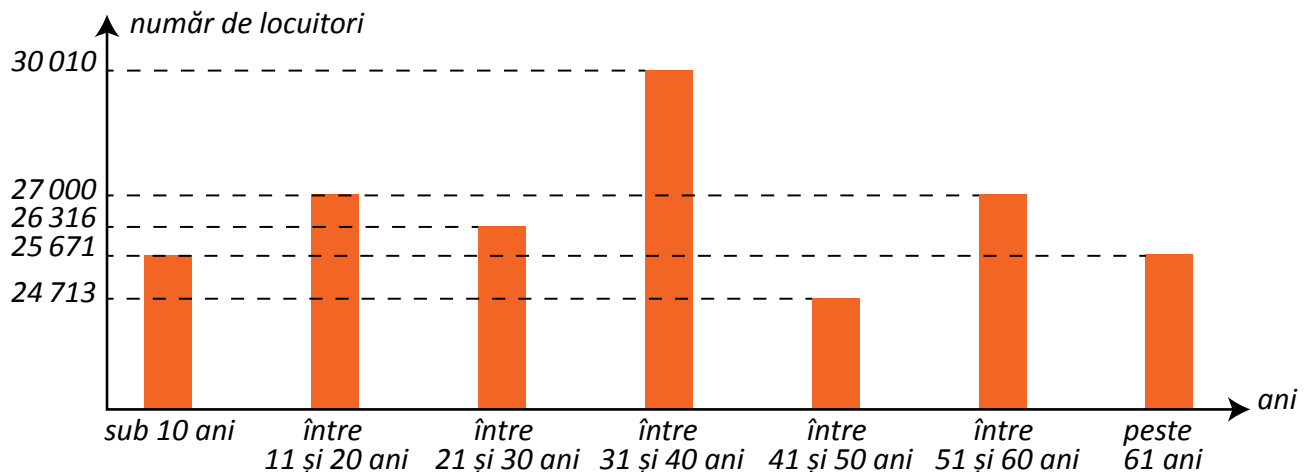
c) numărul obținut dacă îl mărim pe 23 978 cu 497 358;

d) cu cât este mai mare 497 358 decât 23 978;

e) numărul cu 23 978 mai mic decât 497 358;

f) suma și diferența numerelor 497 358 și 23 978.

8 Graficul de mai jos prezintă numărul de locuitori ai unui oraș, clasificați pe grupe de vârstă.



• Utilizând informațiile reprezentate în grafic, răspundeți la următoarele întrebări.

a) Câți locuitori cu vârsta între 21 de ani și 40 de ani are orașul?

b) Câți locuitori au vârsta mai mică sau egală cu 20 de ani?

c) Cu cât este mai mare numărul locuitorilor cu vârsta între 31 și 40 de ani decât numărul locuitorilor cu vârsta de peste 61 de ani?

d) Cu cât este mai mic numărul locuitorilor cu vârsta între 41 și 60 de ani decât numărul locuitorilor cu vârsta între 11 și 30 de ani?

9 Determină:

- a) numărul cu 98 745 mai mic decât 769 432;
 b) cu cât este mai mic numărul 98 745 decât numărul 769 432;
 c) diferența dintre numerele 769 432 și 98 745;
- d) suma dintre numerele 769 432 și 98 745;
 e) numărul cu 769 432 mai mic decât 868 177;
 f) cu cât este mai mare numărul 868 177 decât numărul 98 745.

10 **Lucrați în perechi.** Alegeți, la întâmplare, 8 din cele 10 cifre. Puteți folosi zece cartonașe pe care scrieți cifrele de la 0 la 9. Fiecare dintre voi formați, fără să vadă colegul, două numere de câte patru cifre. Adunați sau scădeți aceste două numere. Câștigă cel care obține un număr mai apropiat de 18 000, dar să nu-l depășească sau mai apropiat de 200, dar fără să fie mai mic decât 200.



11 Efectuează următoarele calcule, estimând mai întâi rezultatul prin aproximare la mii prin lipsă și adăos la mii a numerelor, după model:

$$28\ 000 - 21\ 000 = 49\ 000$$

Exemplu: $28\ 463 + 21\ 549 = 50\ 012$

$$29\ 000 + 22\ 000 = 51\ 000$$

a) $40\ 326 + 8\ 802$;
 b) $99\ 981 - 60\ 232$;

c) $5\ 274 + 100\ 009$;
 d) $6\ 104 - 3\ 990$.

12 La un meci de tenis au sosit mai mulți spectatori. Mai întâi, au ajuns 3 500 de spectatori, apoi au ajuns încă 5 000, iar cu jumătate de oră înainte de începerea meciului, au mai sosit încă 10 350. Câți spectatori au fost la acel meci?

13 Lotul echipei naționale de fotbal este format din 20 de jucători de câmp, trei portari, un antrenor, cinci doctori, 15 preparatori fizici și patru bucătari. Stabiliți dacă acest lot poate fi transportat cu un autocar cu capacitatea maximă de 49 de persoane.

14 Găsește cel mai mic și cel mai mare care se pot scrie cu cifrele 0, 1, 2, 3, 4, dacă cifrele nu se pot repeta. Diferența dintre ele e numărul de spectatori la un meci de fotbal.

15 Spune cum se modifică suma a două numere, dacă:

- a) primul termen se mărește cu 1 000;
 b) la ambii termeni se adaugă 5 000;
- c) ambii termeni se adună cu 0;
 d) ambii termeni se măresc cu 500.

16 **Lucrați în perechi.** Calculați după model:

Exemplu: $1 + 2 + 3 + \dots + 18 + 19 + 20 =$ (notația „...” arată că mai sunt și alte numere, în acest caz toate numerele naturale de la 4 până la 17).

S =	1 +	2 +	3 +	.	.	.	+	18 +	19 +	20	
S =	20 +	19 +	18 +	.	.	.	+	3 +	2 +	1	
S +	S =	21 +	21 +	21 +	.	.	.	+	21 +	21 +	21
2 ·	S =	21 ·	20 =	420							
S =	420 :	2 =	210								

- a) $1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100$;
 b) $1 + 2 + 3 + \dots + 998 + 999 + 1\ 000$;
- c) $101 + 102 + 103 + \dots + 998 + 999 + 1\ 000$.

17 Pentru a construi un pătrat magic, trebuie să respectăm următoarele condiții: pe fiecare coloană, pe fiecare linie și pe fiecare diagonală suma numerelor din pătrățele trebuie să fie aceeași.

a) Pentru pătratul magic următor, s-au folosit numerele de la 1 la 16. Înlocuiește semnele de întrebare cu numerele neutilizate.

16	9	2	7
6	?	?	13
?	?	5	4
1	8	?	10

b) Pentru următorul pătrat magic, s-au folosit numerele de la 1 la 25. Înlocuiește semnele de întrebare cu numerele neutilizate.

11	24	?	20	?
?	12	25	8	16
17	?	13	21	?
10	18	?	14	22
23	?	19	?	15

18 Construește un pătrat magic cu latura de trei pătrățele în care să folosești cifrele de la 1 la 9.

19 În următoarele sume, fiecare literă reprezintă o cifră de la 0 la 9.

a) Știind că literei E îi corespunde numărul 3, literei L cifra 5, iar literei A cifra 4, reconstruiește următoarea adunare, știind că nu există două litere diferite cărora să le corespundă același număr.

	B	A	S	E	+
	B	A	L	L	
<hr/>					
G	A	M	E	S	

b) Știind că literei P îi corespunde cifra 3, iar literei G cifra 4, reconstruiește următoarea adunare, știind că nu există două litere diferite cărora să le corespundă același număr.

P	I	N	G	+
P	O	N	G	
<hr/>				
L	O	G	O	

20 Pe planeta Filori, există mai multe tipuri de filorienii sportivi: filorienii maratonisti care au 50 de picioare și filorienii cicliști care au 64 de picioare. Când am vizitat ultima oară planeta Filori, îmi aduc aminte că am văzut 392 de picioare. Câți filorienii de fiecare tip am văzut?

21 Suma a treizeci de numere naturale distincte nenule este 465. Care sunt cele treizeci de numere?

22 Este posibil ca suma a patruzeci de numere naturale distincte nenule să fie 819? Justifică răspunsul dat.

23 Oferă un exemplu de zece numere pare care să aibă aceeași sumă cu suma a douăzeci de numere impare.

24 Dacă suma a două numere naturale este un număr natural par, ce putem spune despre cele două numere? Sunt ambele pare? Sunt ambele impare? Unul este impar, iar celălalt par? Justifică răspunsul dat.

Înmulțirea numerelor naturale.

Proprietățile înmulțirii. Factor comun

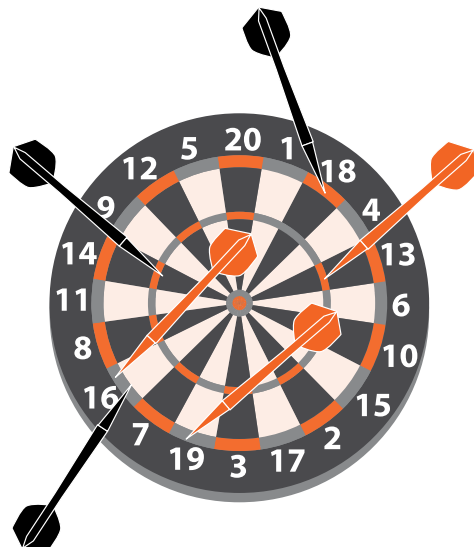
Amintește-ți!

1 La jocul de darts, Ana a aruncat cele trei săgeți astfel: pe prima la 18, pe linia cercului care dublează numărul de puncte, pe a doua la 14, pe linia cercului care triplează numărul de puncte și pe a treia la 16, pe linia cercului care dublează rezultatul. Mihai a aruncat cele trei săgeți astfel: pe prima la 13, pe linia cercului care triplează numărul de puncte, pe a doua la 16, pe linia cercului care dublează numărul de puncte și pe a treia la 19, pe linia cercului care dublează rezultatul.

a) Completează, pe caiet, tabelul de mai jos cu rezultatele obținute de Ana și Mihai la cele trei aruncări:

Ana			
Mihai			

- b) Calculează produsul numerelor de la primele două aruncări ale Anei pentru a afla numărul de participanți la crosul orașului.
 c) Calculează produsul numerelor de la ultimele două aruncări ale lui Mihai pentru a afla numărul de spectatori la un meci de baschet.
 d) Câți factori are produsul tuturor numerelor din tabel?

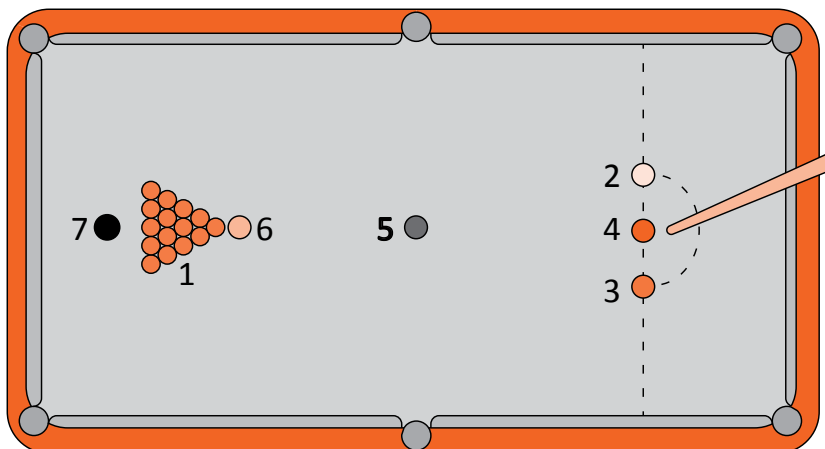


Observă și descoperă!

2 Pentru a calcula $39 \cdot 32 \cdot 38$, Ana înmulțește pe 39 cu 32, apoi rezultatul îl înmulțește cu 38. Mihai înmulțește 32 cu 38, apoi rezultatul îl înmulțește cu 39.

- a) Arată, în scris, procedeul folosit de Ana. Scrie, folosind paranteze, relația matematică prin care arăți cum a înmulțit Ana.
 b) Arată, în scris, procedeul folosit de Mihai, fără a schimba locul numerelor. Scrie, folosind paranteze, relația matematică prin care arăți cum a înmulțit Mihai.
 c) Care dintre ei a procedat corect?
 d) Dar dacă Ana ar efectua mai întâi $39 \cdot 38$, iar apoi ar înmulți rezultatul cu 32, ce rezultat ar obține?
 e) Dacă Mihai ar schimba locul numerelor și ar calcula $38 \cdot 32 \cdot 39$, ce rezultat ar obține?

3 Un jucător de snooker reușește scorul maxim posibil: introduce 15 bile roșii, de 15 ori bila neagră și câte o singură dată fiecare dintre bilele galbene, verzi, maro, albastre și roz. Știind că o bilă roșie valorează un punct, o bilă galbenă două, o bilă verde trei, una maro patru, una albastră cinci, una roz șase și o bilă neagră șapte, care este scorul obținut de acest jucător?





Important

- Rezultatul înmulțirii a două numere se numește **produs**, iar numerele care se înmulțesc se numesc **factorii produsului**.

$$\begin{array}{c}
 3 \cdot 4 = 12 \\
 \swarrow \quad \uparrow \quad \searrow \\
 \text{factor} \quad \text{factor} \quad \text{produs}
 \end{array}$$

- La efectuarea în scris a înmulțirii, numerele se așază unele sub altele, ordin sub ordin de la cel mai mic ordin către cel mai mare și se înmulțesc.

Exemplu:

				8	9	4	7	·			
					2	4	3				
				2	6	8	4	1	Se înmulțește 3 cu 8 947		
				3	5	7	8	8	Se înmulțește 4 cu 8 947		
				1	7	8	9	4	Se înmulțește 2 cu 8 947		
				2	1	7	4	1	2	1	Se adună rezultatele parțiale

Proprietățile înmulțirii. În cele ce urmează literele a , b și c reprezintă numere naturale.

- Înmulțirea este **comutativă**. Factorii pot fi înmulțiți în orice ordine și rezultatul nu se modifică.

$$a \cdot b = b \cdot a$$

- Înmulțirea este **asociativă**. Dacă într-o operație de înmulțire există trei sau mai mulți factori, aceștia pot fi grupați câte doi în moduri diferite, iar rezultatul nu se modifică.

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

- 1 este **element neutru** pentru înmulțire. Numărul 1 nu schimbă rezultatul înmulțirii.

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$$

- Înmulțirea este **distributivă față de adunare și de scădere**. La înmulțirea unui factor cu o sumă sau cu o diferență, putem să înmulțim fiecare termen al sumei sau al diferenței cu acel factor și apoi să adunăm sau să scădem rezultatele.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$$

Exersează!

- 4 Asociază, după model, fiecare literă mare din stânga cu litera mică din dreapta, pentru care rezultatele operațiilor din cele două casete sunt egale. Rezolvă cerința în cel mai scurt timp posibil.

A 879 · 459

B 304 · 567

C (304 · 267) · 532

D 34 · (467 · 332)

E 42 · (467 - 332)

F 134 · (46 + 37)

567 · 403 **a**

(34 · 332 · 467) **b**

467 · 42 - 42 · 332 **c**

134 · 46 + 134 · 37 **d**

567 · 304 **e**

304 · (267 · 532) **f**

459 · 879 **g**

A, **g**

- 10 Calculează, folosind factorul comun, după model.

Exemplu: $39 \cdot 27 + 39 \cdot 52 - 39 \cdot 79 = 39 \cdot (27 + 52 - 79) = 39 \cdot 0 = 0$

- a) $723 \cdot 4\,972 - 723 \cdot 4\,541 + 723 \cdot 569$;
 b) $2\,783 \cdot 5\,821 + 2\,783 \cdot 2\,057 - 2\,783 \cdot 7\,877$;
 c) $41\,783 \cdot 58\,912 - 41\,753 \cdot 58\,912 + 58\,912 \cdot 41 + 58\,912 \cdot 29$;
 d) $71\,496 \cdot 3\,189 - 71\,496 \cdot 3\,180 + 71\,496$.

Știați că...?

Recordul de viteză în alergare al omului este de aproximativ 45 km pe oră și a fost stabilit de alergătorul jamaican Usain Bolt la Campionatul Mondial de atletism din Berlin, în 2009.

- 11 Mihai vrea să practice tenis de câmp. Pentru aceasta, a cumpărat 8 mingi la prețul de 3 lei fiecare, alte 8 mingi la prețul de 4 lei fiecare și două rachete de tenis la prețul de 32 de lei fiecare.

- a) Determină, printr-un singur exercițiu, suma de bani pe care a plătit-o Mihai pentru mingile de tenis.
 b) Știind că Mihai avea inițial 30 de bancnote de 5 lei, câte bancnote i-au rămas după achiziționarea mingilor și a rachetelor?

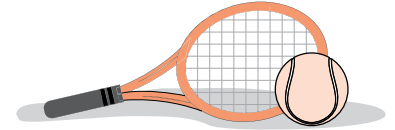
- 12 Echipele naționale de baschet a României a înscris într-un meci împotriva naționalei de baschet a Spaniei treizeci de coșuri de două puncte, zece coșuri de trei puncte și nouă aruncări libere, a câte un punct fiecare. Cine a câștigat acest meci dacă naționala Spaniei a înscris douăzeci și cinci de coșuri de două puncte, cincisprezece coșuri de trei puncte și două aruncări libere?

- 13 În turul de ciclism al Italiei, un participant parcurge, în medie, 160 de km pe zi. Care este distanța aproximativă pe care o parcurge câștigătorul turului, dacă acest tur durează treizeci de zile?



- 14 La un meci de fotbal, pe cel mai mare stadion din România, s-au vândut 15 345 de bilete la prețul de 9 lei, 8 655 de bilete la prețul de 32 lei și 2 301 de bilete la prețul de 50 de lei. Care este suma totală încasată?

- 15 Un jucător de tenis a câștigat 5 turnee importante: la două dintre ele a primit câte 25 000 de euro, iar la celelalte trei câte 35 000 de euro. Ce sumă de bani a adunat acest jucător?



- 16 Produsul a două numere naturale distincte este 25. Calculați suma lor.

- 17 Suma a două numere naturale este 10. Care este valoarea minimă și valoarea maximă pe care o pot obține înmulțind aceste două numere?

- 18 Care este numărul natural nenul care înmulțit cu triplul său este de nouă ori mai mare decât el însuși?

- 19 Produsul a trei numere naturale este 49. Care este cea mai mare valoare pe care o pot obține adunând cele trei numere? Dar cea mai mică?

- 20 Dacă a , b și c sunt trei numere naturale astfel încât $a + b = 23$ și $b + c = 31$, atunci determină valoarea expresiei $5 \cdot a + 7 \cdot b + 2 \cdot c$.

Joc **Lucrați în perechi.** Determinați cifrele lipsă! Câștigă perechea care rezolvă corect, în cel mai scurt timp.

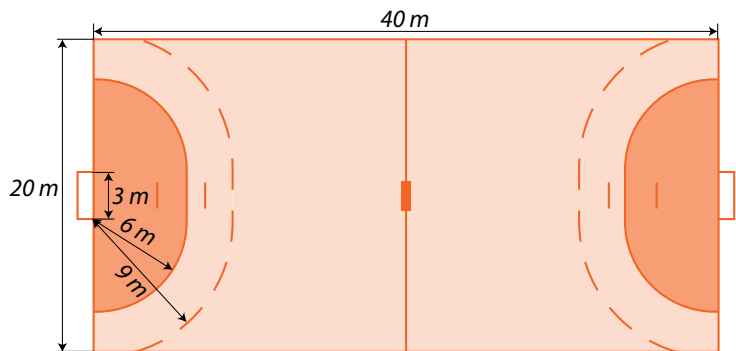
			7	9	4	7	.
			2	4			
		2	3	8	4	1	
1	9	3	1	1	2	1	

			4	2	4	3	0	0	.
						2		0	
		1	2	7	2	9			
		9	7	5	8	9			

Împărțirea cu rest zero a numerelor naturale

Amintește-ți!

1 Jocul de handbal este un sport de echipă. El se joacă între două echipe a câte 7 jucători, dintre care 6 jucători de câmp și un portar. Terenul de handbal are forma unui dreptunghi cu lungimea de 40 m și lățimea de 20 m. Pe laturile mici ale terenului se află cele două porți cu lățimea de 3 m și înălțimea de 2 m. La 6 m de fiecare poartă se află *semicercul de șase metri*, iar la 9 m de poartă se află *semicercul de nouă metri*, așa cum se observă și în figura alăturată.



- De câte ori este mai mare lungimea terenului de handbal decât lățimea?
- De câte ori este mai mică lățimea porții de handbal decât perimetrul terenului?
- Câți pași trebuie să facă un jucător pentru a ajunge de la un semicerc de nouă metri la celălalt semicerc de nouă metri, știind că un pas este de 55 cm?

Observă și descoperă!

2 La un meci de handbal s-au vândut 321 de bilete și s-au încasat 8 025 lei. Pentru a calcula prețul unui bilet împărțim 8 025 la 321. Iată cum procedăm:

8	0	2	5	3	2	1
6	4	2		2	5	
1	6	0	5			
1	6	0	5			
=	=	=	=			

- Calculează, după modelul de mai sus, $62\,832 : 462$.

- Spunem că 321 se cuprinde în 802 de 2 ori. Scriem 2 la cât. Înmulțim 2 cu 321 și obținem 642. Efectuăm scăderea $802 - 642$ și obținem 160.
- La restul obținut coborâm cifra următoare. Spunem că 321 se cuprinde în 1 605 de 5 ori. Scriem 5 la cât. Înmulțim 5 cu 321 și obținem 1 605. Efectuăm scăderea $1\,605 - 1\,605$ și observăm că restul este 0.
- Câtul împărțirii este 25.



Important

- Rezultatul împărțirii a două numere naturale se numește **cât**, iar numerele care se împart se numesc **factorii împărțirii**.
- Atenție!** Nu este posibilă împărțirea la zero.

$$12 : 3 = 4$$

deîmpărțit împărțitor cât

Exersează!

3 Calculează, după model.

8	4	3	6	:	1	2	=	7	0	3
8	4									
=	=	3								
		0								
		3	6							
		3	6							
		=	=							

- $6\,732 : 6$
- $58\,520 : 8$
- $14\,119 : 7$
- $6\,372 : 12$
- $3\,270 : 15$

- $39\,585 : 13$
- $46\,391 : 23$
- $96\,327 : 231$
- $62\,271 : 153$
- $345\,345 : 1\,001$

- 4 Determină:
- numărul de 24 de ori mai mic decât 2 472;
 - numărul mai mic de 29 ori decât 2 987;
 - de câte ori este mai mic numărul 325 decât numărul 69 550;
 - numărul de 547 de ori mai mic decât 164 647.

- 5 Calculează oral:

250 : 5;	630 : 9;	540 : 6;
2 500 : 50;	6 300 : 90;	5 400 : 60;
280 : 7;	450 : 5;	640 : 8;
2 800 : 70;	4 500 : 50;	6 400 : 80.

Calculează rapid!

Calculează, după model.

Exemplu: $370\ 000 : 100 = 3\ 700$

- $8\ 350 : 10$;
- $14\ 300\ 000 : 1\ 000$;
- $28\ 430\ 000 : 100$;
- $7\ 891\ 000\ 000 : 1\ 000\ 000$.

- 6 Compară numerele n și m , după model.

Exemplu: $n = 3\ 864 : 6 : 4 : 7$ și $m = 3\ 864 : 168$. Avem $n = 644 : 4 : 7 = 161 : 7 = 23$ și $m = 3\ 864 : 168 = 23$.

Rezultă $n = m$.

- $n = 420 : 2 : 3 : 5$ și $m = 420 : 30$;
 - $n = 4\ 326 : 3 : 2 : 7$ și $m = 4\ 326 : 42$;
 - $n = 16\ 870 : 5 : 2 : 7$ și $m = 16\ 870 : 70$.
- 7 Un sector al unui stadion de fotbal are 5 145 de locuri. Știind că în acest sector sunt 49 de rânduri și că pe fiecare rând există același număr de locuri, calculează câte locuri sunt pe un rând.
- 8 Știind că triplul dublului unui număr natural este de 45 de ori mai mic decât 8 370, determină acest număr.
- 9 Care este cel mai mare cât pe care îl putem obține atunci când împărțim un număr natural de trei cifre la un număr de două cifre? Dar cel mai mic?

- 10 Dacă x și y sunt cifre nenule, calculează rezultatul următoarelor împărțiri:

- $\overline{yyyy} : y$;
- $\overline{yyyy} : yy$;
- $\overline{xyxy} : xy$;
- $\overline{xyxyxy} : xy$.

Joc

Lucrați în echipă. Formați echipe de patru persoane. Numiți căpitan un membru al echipei, apoi respectați pașii de mai jos.



Dă foaia mai departe!



Dă foaia mai departe!



Dă foaia mai departe!



Căpitanul de echipă scrie pe o foaie de hârtie un număr de trei cifre, apoi îl mai scrie o dată, pentru a obține un număr de șase cifre.

Prima persoană împarte numărul primit la 11 și scrie rezultatul pe o altă foaie.

A doua persoană împarte numărul primit la 7 și scrie rezultatul pe o altă foaie.

A treia persoană împarte numărul primit la 13 și scrie rezultatul pe o altă foaie. Profesorul va citi numărul de trei cifre propus de căpitan, așa cum anunța la începutul jocului?

Exersează!

3 Determină câtul și restul următoarelor împărțiri, după model.

Exemplu:

2	7	8	3	5	1	2												
2	4				2	3	1	9										
=	3	8																
	3	6																
	=	2	3															
		1	2															
		1	1	5														
		1	0	8														
		=	=	7														

a) $78\,234 : 8;$

b) $289\,436 : 6;$

c) $632\,174 : 23;$

d) $834\,512 : 47;$

e) $142\,759 : 53;$

f) $289\,342 : 123;$

g) $48\,923\,514 : 245;$

h) $64\,528\,934 : 523;$

i) $12\,435\,687 : 312;$

j) $78\,125\,634 : 678.$

Obținem câtul 2 319 și restul 7. Scriem: $27\,835 = 2\,319 \cdot 12 + 7$ sau $27\,835 : 12 \rightarrow$ câtul 2 319, restul 7.

4 Determină numărul natural care împărțit la 243 dă câtul 59 și restul 104.

5 Câte numere naturale dau câtul 203 la împărțirea prin 35?

6 Ana are 2 457 de timbre cu gimnaști celebri și dorește să le așeze într-un clasor care are 48 de pagini.

a) Poate așeza pe fiecare pagină același număr de timbre? Justifică răspunsul.

b) Ana dorește să așeze câte 103 timbre pe fiecare pagină. Câte pagini vor avea exact 103 timbre și câte timbre vor fi pe ultima pagină ocupată?



7 Într-o enciclopedie sportivă, pe o pagină încap 31 de rânduri. Câte pagini are enciclopedia, dacă în total sunt 7 670 de rânduri? Câte rânduri sunt pe ultima pagină?

8 Un număr natural dă restul 2 la împărțirea prin 3. Ce rest va da dublul numărului la împărțirea prin 3? Dar triplul?

9 Două numere naturale distincte dau resturile 1 și 2 la împărțirea prin 3. Ce rest va da suma lor la împărțirea prin 3?

10 Care sunt resturile posibile la împărțirea prin 10 a sumei a cinci numere naturale consecutive?

11 Care este cel mai mare număr de trei cifre care dă restul 2 la împărțirea prin 3? Dar dacă cifrele numărului sunt distincte, ce număr natural vom obține?

12 Determină cel mai mic și cel mai mare număr natural de patru cifre care dă restul 23 la împărțirea prin 101.

13 Numărul natural a dă restul 1 la împărțirea prin 3. Ce rest dă numărul natural b la împărțirea prin 3 dacă numărul $a - b$ dă restul 2 la împărțirea prin 3?



14 Un număr natural dă restul 4 la împărțirea prin 8. Ce rest va da el la împărțirea prin 4?

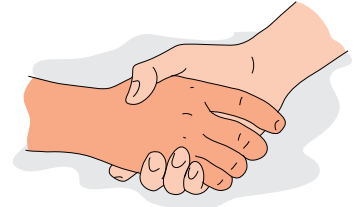
15 Un număr natural dă restul 2 la împărțirea prin 4. Care sunt resturile posibile pe care le putem obține atunci când împărțim acest număr la 8?

- 13 Calculează și compară numerele m și n , pentru fiecare din următoarele cazuri:
- $n = 18 - (8 - 5)$ și $m = (18 - 8) + 5$;
 - $n = 49 - (9 + 11)$ și $m = (49 - 9) - 11$;
 - $n = 80 - (30 - 25)$ și $m = (80 - 30) - 25$;
 - $n = 70 + (40 - 15)$ și $m = (70 + 40) - 15$;
 - $n = 10 - 9 + 8 - 7 + 6 - 5 + 4 - 3 + 2 - 1$ și $m = (10 - 9) + (8 - 7) + (6 - 5) + (4 - 3) + (2 - 1)$;
 - $n = 45 + 44 + 43 - 42 - 41 - 40$ și $m = (45 - 42) + (44 - 41) + (43 - 40)$.

14 Calculează: $100 - 99 + 98 - 97 + 96 - 95 + \dots + 4 - 3 + 2 - 1$.

- 15 Câte numere naturale de patru cifre sunt cel puțin egale cu 2 017?

- 16 La o întâlnire sportivă au participat 6 persoane. Fiecare dintre cele 6 persoane a dat mâna o singură dată cu fiecare dintre ceilalți participanți. Câte strângeri de mână au avut loc?



- 17 Scrie:

- numărul 6 ca produs de trei numere naturale diferite;
- numărul 9 ca produs de opt numere naturale;
- numărul 48 ca produs de trei numere naturale pare;
- numărul 16 ca produs de factori a căror sumă este 16.

- 18 Produsul numerelor naturale x și y este egal cu 77.

Calculează:

- $(x \cdot y) \cdot 4$;
- $x \cdot (9 \cdot y)$;
- $(3 \cdot x) \cdot (7 \cdot y)$;
- $x \cdot (10 \cdot y \cdot y) \cdot x$.

- 19 Calculează produsul dintre suma și diferența numerelor:

- 120 și 109;
- 2 734 și 1 546;
- 37 286 și 23 588;
- 15 498 și 12 267.

- 20 Determină numărul de șapte ori mai mare decât dublul triplului numărului 16.

- 21 Determină ultima cifră a numărului: $n = 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + \dots + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 20$

Exemplu: Pentru $n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 8 \cdot 9$, deoarece în produsul dat există factorul 2 și factorul 5, iar $2 \cdot 5 = 10$, rezultă că ultima cifră a numărului n este 0.

- 22 Se consideră numerele: $x = 1 + 2 + 3 + \dots + 20$, $y = 2 + 4 + 6 + \dots + 40$ și $z = 3 + 6 + 9 + \dots + 60$.

- Arată că $x = 210$;
- Calculează: $x + y + z$.

- 23 Calculează:

- $235 \cdot 47 + 165 \cdot 74 + 235 \cdot 53 + 165 \cdot 26$;
- $5\,376 \cdot 453 + 4\,624 \cdot 298 + 4\,624 \cdot 702 + 5\,376 \cdot 547$;
- $357 \cdot 459 + 459 \cdot 321 + 678 \cdot 541$.



- 24 Completează tabelul de mai jos, punând un punct (●) acolo unde împărțirea are restul diferit de zero.






a	196		28					129
b	14	98				56	42	
a : 7				13	10		0	
b : 14			15	31				
a : b		23			12	0		43

- 25 Care este cel mai mic număr natural care împărțit la 2, 3 și 4 dă, de fiecare dată, restul 1?

Evaluare

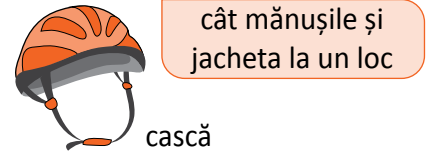
Timp de lucru: 50 de minute



10p	Din oficiu
10p	<p>1. Unește, prin săgeți, fiecare operație de pe prima linie, cu rezultatul corespunzător de pe a doua linie.</p> <p style="text-align: center;"> $72 + 38$ $72 - 38$ $72 \cdot 5$ $72 : 4$ $72 : 5$ </p> <p style="text-align: center;">  $C = 14$ $R = 2$     $C = 11$ $R = 7$ </p>
	2. Completează casetele cu răspunsul corect:
5p	a. Numărul cu 8 759 mai mare decât 27 345 egal cu <input type="text"/> .
5p	b. Numărul cu 4 768 mai mic decât 51 234 egal cu <input type="text"/> .
5p	c. Produsul numerelor 235 și 203 este egal cu <input type="text"/> .
5p	d. Numărul de 253 de ori mai mic decât 76 406 egal cu <input type="text"/> .
10p	3. Numărul care împărțit la 107 dă câtul 74 și restul 99 egal cu <input type="text"/> .
	4. Scrie în căsuța alăturată A , dacă afirmația este adevărată sau F , dacă afirmația este falsă.
5p	a. $237 \cdot 512 + 237 \cdot 418 = 237 \cdot 930$ <input type="text"/>
5p	b. Dacă $a + b = 2\,017$, atunci $5 \cdot a + 5 \cdot b = 10\,085$. <input type="text"/>
5p	5. Scrie în căsuța alăturată A , dacă afirmația este adevărată sau F , dacă afirmația este falsă. Aproximarea prin lipsă la zeci de mii a sumei numerelor 29 543 și 52 931 este 80 000. <input type="text"/>
10p	6. Calculează, folosind factorul comun $548 \cdot 372 + 548 \cdot 428 - 800 \cdot 448$.
10p	7. Pentru confecționarea unei figurine sportive origami se folosesc două coli de hârtie, iar pentru confecționarea unei sfere origami se folosesc trei coli de hârtie. Câte coli de hârtie sunt necesare pentru a confecționa 30 de figurine și 35 de sfere?
5p	8. Calculează suma tuturor numerelor de forma $\overline{a1b}$, știind că $a + b = 4$.
10p	9. La un turneu de șah participă 10 jucători. Fiecare participant joacă câte o singură partidă cu toți ceilalți jucători. Câte partide s-au jucat?

Exersezi și progresezi!

- 1 Scrie numărul:
 a) 11 ca o sumă de patru numere naturale diferite;
 b) 5 ca o sumă de opt numere naturale;
 c) 7 ca un produs de două numere naturale;
 d) 15 ca un produs de cinci numere naturale.
- 2 Efectuează următoarele calcule, estimând, mai întâi, rezultatul:
 a) $6\,273 + 10\,009$; c) $20\,416 - 7\,809$;
 b) $230\,562 + 43\,799$; d) $77\,971 - 40\,232$.
- 3 Calculează suma dintre cel mai mare număr natural de trei cifre diferite și predecesorul său.
- 4 Calculează suma dintre cel mai mic număr natural de patru cifre diferite și succesorul său.
- 5 Calculează suma dintre cel mai mare număr natural de trei cifre diferite și răsturnatul său.
- 6 Câte perechi (x, y) de numere naturale de două cifre au proprietatea că $x - y = 74$?
- 7 Calculează diferența dintre cel mai mare număr natural de patru cifre diferite și cel mai mare număr natural de patru cifre pare diferite.
- 8 Calculează suma dintre diferența a două numere naturale consecutive și diferența dintre succesorul și predecesorul unui număr natural n .
- 9 Calculează cea mai mică valoare a diferenței dintre 1 019 și un număr natural de trei cifre.
- 10 Calculează cea mai mare valoare a diferenței dintre cel mai mare număr natural de șase cifre diferite și un număr natural de cinci cifre diferite.
- 11 Determină numerele naturale de trei cifre în fiecare dintre cazurile de mai jos:
 a) cifra zecilor este cu 4 mai mică decât cifra sutelor și cu 4 mai mare decât cifra unităților;
 b) diferența dintre cifra sutelor și cifra zecilor este 3, iar diferența dintre cifra zecilor și cifra unităților este 5;
 c) suma dintre cifra zecilor și cifra unităților este egală cu 15, iar cifra zecilor este cu 3 mai mică decât cifra sutelor.
- 12 Paul și-a cumpărat câteva obiecte sportive pentru campionatul de ciclism. Observă imaginea cu informațiile despre prețurile obiectelor și determină cât a plătit Paul pentru cele trei articole cumpărate.



- 13 Mărește numărul 78 de:
 a) opt ori;
 b) optsprezece ori;
 c) douăzeci și opt de ori;
 d) șase sute șaptezeci și opt de ori.
- 14 Calculează rapid, grupând în mod convenabil factorii:
 a) $25 \cdot 57 \cdot 4$;
 b) $15 \cdot 45 \cdot 6 \cdot 2$;
 c) $80 \cdot 25 \cdot 5 \cdot 8$;
 d) $150 \cdot 50 \cdot 4 \cdot 6$.

- 15 Calculează în două moduri, după model.

Exemplu: $11 \cdot (15 + 65) = 11 \cdot 80 = 880$ și $11 \cdot (15 + 65) = 11 \cdot 15 + 11 \cdot 65 = 165 + 715 = 880$

- a) $17 \cdot (103 + 47)$; d) $(92 + 218) \cdot 8$; g) $(78 - 39) \cdot 14$;
 b) $28 \cdot (153 + 207)$; e) $35 \cdot (59 - 35)$; h) $(129 - 109) \cdot 456$.
 c) $(27 + 37) \cdot 18$; f) $43 \cdot (247 - 159)$;

16 Folosind factorul comun, calculează:

a) $15 \cdot 87 + 15 \cdot 13$;

b) $2\,456 \cdot 2\,017 + 2\,017 \cdot 2\,544$;

c) $197 \cdot 489 + 197 \cdot 112 - 301 \cdot 197$;

d) $78 \cdot 13 - 8 \cdot 78 + 26 \cdot 78 - 78$.

17 Copiază tabelul de mai jos și completează-l:

Deîmpărțit	Împărțitor	Cât	Rest
2 017	45		
3 750	75		
485 726	235		
	35	43	18
	712	43	129
795		17	30
674 378		2 094	110

18 Câte numere naturale de trei cifre împărțite la 34 dau restul 2?

19 Câte numere naturale mai mici decât 9 000 împărțite la 34 dau restul 17?

20 Determină cel mai mic număr natural de trei cifre care, prin împărțire la un număr de o cifră, dă restul 8.

21 Calculează $ac + bc + ad + bd$, știind că $a + b = 27$ și $c + d = 30$. (Prin ab înțelegem $a \cdot b$)

Problemă rezolvată

10 copii care cântăresc 36 kg, 37 kg, 38 kg, ..., 45 kg trebuie urcați la etajul 10 cu un lift. Masa maximă admisă în lift este de 145 kg. Pot fi urcați cei 10 copii în exact trei transporturi?

Rezolvare: Masa tuturor copiilor este $36 + 37 + 38 + \dots + 45 = 405$ (kg)

În 3 transporturi trebuie urcată masa de 405 kg, atunci într-un transport trebuie urcate $405 : 3 = 135$ kg. Cum masa maximă admisă a liftului este 145 kg, răspunsul este DA.

Și totuși, răspunsul corect este NU. Cum justifici?

Dacă trebuie să efectuăm exact 3 transporturi și sunt 10 copii, atunci într-un transport trebuie să avem 4 copii. Luăm copiii cu cea mai mică masă și avem $36 + 37 + 38 + 39 = 150$ kg, care depășește masa maximă admisă a liftului.

22 Dacă $a + b = 60$, $b + c = 78$ și $c + a = 306$, calculează $(a + b + c) : 3$.

23 Produsul a două numere naturale este 84. Cât devine produsul dacă ambele numere se măresc:

a) de două ori;

c) de cinci ori;

b) de zece ori;

d) de o sută de ori.

24 Micșorează numărul 1 690 de: a) două ori, b) cinci ori, c) treisprezece ori, d) o sută treizeci de ori.

25 Zgura roșie este folosită pentru amenajarea unui teren de tenis. Cantitatea de 2 352 kg de zgură a fost ambalată în saci, punându-se câte 12 kg de zgură în fiecare sac.

a) Câți saci s-au folosit?

b) Dacă s-ar fi pus câte 14 kg în fiecare sac, câți saci s-ar fi folosit?

c) Dacă s-au folosit 168 de saci, în fiecare punându-se aceeași cantitate de zgură, câte kilograme de zgură s-au pus într-un sac?

26 Determină numărul natural care împărțit la 14 dă câtul 13 și restul 11.

27 Determină toate numerele naturale care împărțite la 5 dau câtul 14.

28 Determină toate numerele naturale care prin împărțire la 8 dau câtul egal cu restul.

29 Se dă numărul $n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 49 \cdot 50 + 17$.

a) Determină restul împărțirii lui n la 18;

b) Determină restul împărțirii lui n la 12.

30 Estimează câți dintre cei 10 000 de elevi ai unui județ cântă la chitară, știind că 20 de elevi dintre cei 1 000 ai unei școli, cântă la acest instrument.



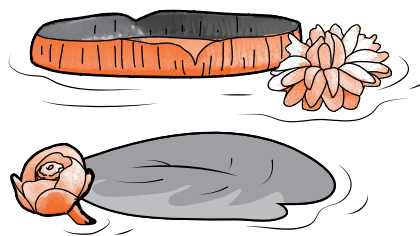
PUTERI CU EXPONENT NUMĂR NATURAL

4

MATEMATICA ÎN ȘTIINȚELE NATURII

Vei identifica numere naturale în contexte variate:

- vei identifica baza și exponentul unei puteri;
- vei scrie și vei citi numere naturale scrise ca puteri cu exponent număr natural;
- vei transforma puterile în numere naturale.



Vei efectua calcule cu numere naturale folosind operațiile aritmetice și proprietățile acestora:

- vei efectua înmulțiri sau împărțiri între puteri utilizând regulile de calcul specifice;
- vei ridica o putere la o altă putere.

Vei utiliza reguli de calcul pentru efectuarea operațiilor cu numere naturale și pentru divizibilitate:

- vei folosi reguli de calcul cu puteri pentru efectuarea calculelor cu numere naturale;
- vei calcula expresii numerice care conțin paranteze, cu respectarea ordinii efectuării operațiilor;
- vei aplica metode aritmetice pentru rezolvarea unor probleme cu numere naturale.

Vei exprima în limbaj matematic unele proprietăți referitoare la comparații, aproximări, estimări și la operații cu numere naturale:

- vei justifica scrierea unui număr natural dat sub formă de putere cu baza sau exponentul indicat.

Vei analiza unele situații date în care intervin numere naturale pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule:

- vei compara numere scrise sub formă de putere;
- vei analiza faptul că un număr este sau nu pătratul unui număr natural, utilizând estimări sau tabla înmulțirii;
- vei stabili că un număr nu este pătratul unui număr natural încadrându-l între pătratele a două numere naturale consecutive.

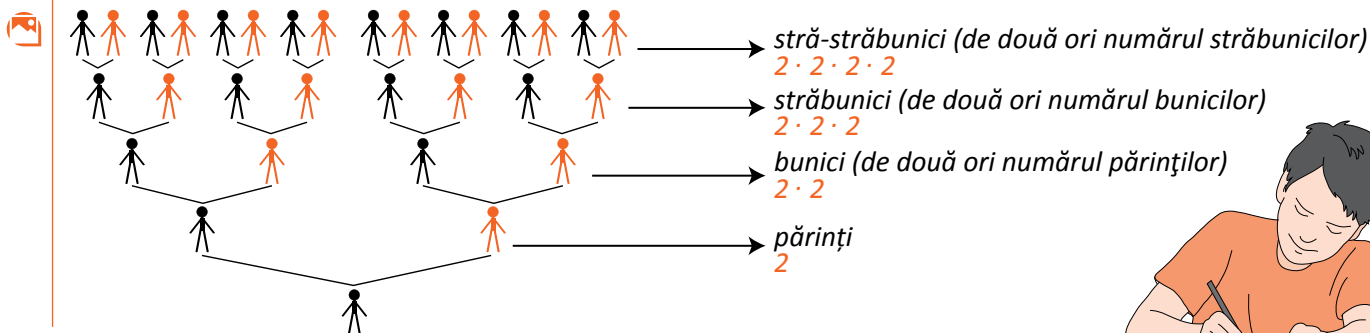
Vei modela matematic, folosind numere naturale, o situație dată, vei rezolva problema obținută prin metode aritmetice și vei interpreta rezultatul:

- vei compara puteri care nu pot fi aduse nici la aceeași bază, nici la același exponent;
- vei evidenția situații în care metoda de rezolvare propusă este aplicată corect/incorect.

Puterea cu exponent natural a unui număr natural. Pătratul unui număr natural

Observă și descoperă!

1 Observă arborele genealogic de mai jos. Care sunt generațiile familiei prezentate?



2 Scrie ca operație de înmulțire: $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$.

3 Cum sunt scrise numerele care reprezintă numărul bunicii, străbunicii și al stră-străbunicii?

4 Scrie numerele 9, 25, 49 și 81 ca produs de două numere naturale egale.



Important

- Dacă a este un număr natural, atunci produsul a doi factori egali, $a \cdot a$, este numărul natural a^2 care se numește **pătratul lui a sau a la puterea a doua** (a^2 se mai numește pătrat perfect).
- Dacă a și n sunt numere naturale diferite de zero, atunci $\underbrace{a \cdot a \cdot a \dots \cdot a}_{n \text{ factori}}$ se notează a^n .

- Scrierea a^n se numește **putere** și se citește „ a la puterea n ” sau mai simplu „ a la n ”.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \dots \cdot a}_{n \text{ ori}}$$

- *Exemplu:* $5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$

- Numărul a este **baza puterii**, iar numărul n este **exponentul puterii**.

$$a^n \begin{array}{l} \longrightarrow \text{exponent} \\ \longrightarrow \text{bază} \end{array}$$

- Prin convenție, pentru orice număr natural a , avem $a^1 = a$ și pentru orice număr natural diferit de zero avem $a^0 = 1$.
- Produsul a trei factori egali, $a \cdot a \cdot a$, este numărul natural a^3 care se numește **cubul lui a sau a la puterea a 3-a**.
- **Atenție!** Nu se definește 0^0 .

Exersează!

5 Orice număr poate fi scris ca produs de două numere naturale egale? Justifică răspunsul dat.

6 Scrie numerele 8, 27 și 64 ca produs de trei numere naturale egale.

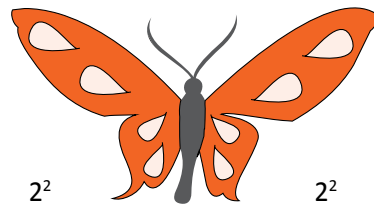
7 Scrie numărul 81 ca produs de patru numere naturale egale.

Reguli de calcul cu puteri

Observă și descoperă!

1 Observă numărul petelor de culoare de pe aripile fluturului.

- Ana calculează numărul petelor de culoare astfel:
 $2 + 2 + 2 + 2 = 8$
- Mihai calculează, folosind puteri, astfel:
 $2^2 + 2^2 = 2^2 \cdot 2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$



2 Descoperă cum se efectuează calculele cu puteri.

A. Înmulțirea a două puteri care au aceeași bază: $5^4 \cdot 5^6 = ?$

Scriu 5^4 și 5^6 ca produs.	$5^4 \cdot 5^6 = \underbrace{(5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5)}_{4 \text{ factori}} \cdot \underbrace{(5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5)}_{6 \text{ factori}} =$
Observ că am 4 + 6 factori și scriu rezultatul ca putere.	$= \underbrace{(5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5)}_{4 + 6 \text{ factori}} = 5^{4+6} = 5^{10}$

B. Puterea unei puteri: $(2^3)^2 = ?$

Scrie puterea $(2^3)^2$ care are exponentul 2 ca produs de factori egali.	$(2^3)^2 = 2^3 \cdot 2^3 = 2^{\square} = 2^{\square + \square} = 2^{\square \cdot 2} = 2^{\square}$
Ce legătură există între exponenții puterii din stânga și exponentul rezultatului?	$(2^3)^2 = 2^6$

C. Puterea unui produs: $(2 \cdot 3)^4 = ?$

Scrie puterea $(2 \cdot 3)^4$ care are exponentul 4 ca produs.	$(2 \cdot 3)^4 = (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3) \cdot (\square \cdot \square) \cdot (\square \cdot \square) =$
Grupează factorii egali cu 2 și factorii egali cu 3.	$= (2 \cdot \square \cdot \square \cdot \square) \cdot (\square \cdot \square \cdot \square \cdot \square) =$
Scrie rezultatul ca produs între o putere cu baza 2 și o putere cu baza 3.	$= 2^{\square} \cdot 3^{\square}$
Ce legătură există între $(2 \cdot 3)^4$ și rezultatul obținut?	$(2 \cdot 3)^4 = 2^4 \cdot 3^4$

D. Împărțirea a două puteri care au aceeași bază: $2^5 : 2^2 = ?$

Scrie 2^5 și 2^2 ca produs. Efectuează calculele și scrie rezultatul ca putere cu baza 2.	$2^5 : 2^2 = (2 \cdot \square \cdot \square \cdot \square \cdot \square) : (\square \cdot \square) =$ $= \square : \square = \square = 2^3$
Ce legătură există între exponenții puterilor care se împart și exponentul rezultatului obținut?	$2^5 : 2^2 = 2^3$



Important

- În cazul înmulțirii sau împărțirii puterilor care au aceeași bază, rezultatul poate fi scris tot ca putere, folosind regulile: $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$, unde a , n și m sunt numere naturale, $a \neq 0$. Exemplu: $3^6 \cdot 3^8 = 3^{6+8} = 3^{14}$
 $a^n : a^m = a^{n-m}$, unde a , n și m sunt numere naturale, $a \neq 0$ și $n \geq m$. Exemplu: $3^{10} : 3^8 = 3^{10-8} = 3^2$
- Ridicarea la putere a unei puteri se scrie tot ca putere, folosind regula:
 $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$, unde a , n și m sunt numere naturale, $a \neq 0$. Exemplu: $(3^5)^6 = 3^{5 \cdot 6} = 3^{30}$
- În cazul înmulțirii sau împărțirii puterilor care au același exponent, rezultatul poate fi scris tot ca putere, folosind regulile: $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$, unde a , b și n sunt numere naturale, $a \neq 0$, $b \neq 0$. Exemplu: $2^4 \cdot 3^4 = (2 \cdot 3)^4 = 6^4$
 $a^n : b^n = (a : b)^n$, unde a , b și n sunt numere naturale, $a \neq 0$, $b \neq 0$. Exemplu: $12^4 : 6^4 = (12 : 6)^4 = 2^4$
- În cazul în care avem o putere de forma a^{m^n} , vom efectua mai întâi puterea m^n , apoi vom calcula rezultatul final. Exemplu: $2^{3^2} = 2^9 = 512$

Exersează!

- 3 Completează casetele cu numere potrivite, după model. *Model: $2^5 \cdot 2^{12} = 2^{17}$*
- a) $3^2 \cdot 3^{\square} = 3^6$; e) $(2^4)^{\square} = 2^{16}$;
 b) $5^{\square} \cdot 5^{11} = 5^{15}$; f) $(7^{\square})^9 = 7^{27}$;
 c) $2^9 \cdot 2^{\square} = 2^4$; g) $6^4 = (2 \cdot 3)^{\square} = 2^{\square} \cdot 3^{\square}$;
 d) $3^{\square} \cdot 3^{11} = 3^6$; h) $15^7 = 5^{\square} \cdot 3^{\square}$.
- 4 Scrie ca putere:
- a) $2^9 \cdot 2^{11}$; f) $(5^3)^7$;
 b) $5^3 \cdot 5^{12}$; g) $2^9 \cdot 3^9$;
 c) $7^{19} : 7^{11}$; h) $7^{12} \cdot 2^{12}$;
 d) $3^{23} : 3^{12}$; i) $12^9 \cdot 4^9$;
 e) $(2^9)^{11}$; j) $24^{11} \cdot 8^{11}$.
- 5 Scrie ca putere, după model: *Model: $2^7 \cdot 4 = 2^7 \cdot 2^2 = 2^9$*
- a) $8 \cdot 2^6$; b) $3^{15} : 9$; c) $3^{12} \cdot 27$; d) $5^{15} : 25$; e) $2^{20} : 4^8$; f) $1\ 000^6 : 100^4$.
- 6 Unește fiecare etichetă de pe prima linie cu eticheta potrivită de pe a doua linie.
- | | | | |
|---------------------------|----------------------------|---|---|
| dublul numărului 2^{30} | triplul numărului 3^{11} | numărul de cinci ori mai mare decât 5^6 | numărul de zece ori mai mic decât 10^{10} |
| 3^{33} | 5^{30} | 10^{11} | 5^7 |
| 10^9 | 2^{60} | 3^{12} | 2^{31} |
- 7 a) Scrie numerele 1; 4; 16; 64; 256 ca puteri cu baza egală cu: 4; 2.
 b) Scrie numerele 1; 9; 81; 729 ca puteri cu baza egală cu 9.
 c) Scrie numerele 1; 100; 10 000; 1 000 000 ca puteri cu baza egală cu: 10; 100.
- 8 Calculează rapid. Scrie rezultatul obținut ca număr natural.
- a) $2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4 \cdot 5^2 \cdot 5^4$; d) $2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4 \cdot 5^1 \cdot 5^2 \cdot 5^3 \cdot 5^4 : 10^{10}$;
 b) $2^4 \cdot 4^4 \cdot 125 \cdot 25^3$; e) $64 \cdot 16 \cdot 32 \cdot 125 \cdot 125 \cdot 625 \cdot 625 \cdot 5 : 10^{13}$;
 c) $2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^6$; f) $8 \cdot 16 \cdot 128 : 4 : 32 : 64 \cdot 3\ 125 : 625$.
- 9 Scrie ca putere, folosind factorul comun, după model:
Model: $2^5 + 6 \cdot 2^4 = 2 \cdot 2^4 + 6 \cdot 2^4 = 2^4 \cdot (2 + 6) = 2^4 \cdot 8 = 2^4 \cdot 2^3 = 2^7$
- a) $7 + 6 \cdot 7$; c) $3 \cdot 5^{15} + 2 \cdot 5^{15}$; e) $3^{11} + 6 \cdot 3^{10}$;
 b) $2 \cdot 3^{14} + 25 \cdot 3^{14}$; d) $3^6 + 18 \cdot 3^4$; f) $5^{21} - 4 \cdot 5^{20}$.
- 10 Scrie ca puteri următoarele produse:
- a) $3^4 \cdot 2^4$; c) $2^{10} \cdot 7^{10}$; e) $10^{20} \cdot 13^{20}$; g) $2^7 \cdot 3^7 \cdot 5^7$;
 b) $5^5 \cdot 2^5$; d) $7^{10} \cdot 11^{10}$; f) $5^{15} \cdot 20^{15}$; h) $12^{12} \cdot 10^{12} \cdot 5^{12}$.
- 11 Folosind regula de înmulțire a puterilor cu aceeași bază, scrie fiecare din următoarele produse cu cel mai mic număr de factori:
- a) $3^{11} \cdot 5^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{17}$; c) $(3^4 \cdot 7^2) \cdot 3 \cdot (3^4 \cdot 7^2)^4$; e) $(3 \cdot x)^{11} \cdot (4 \cdot x)$; g) $(5 \cdot x^2)^3 \cdot 4 \cdot x$;
 b) $2^2 \cdot 3^3 \cdot 2^4 \cdot 3^5$; d) $(5^2 \cdot 7^2)^2 \cdot 5^7 \cdot 7^4$; f) $(2 \cdot x \cdot y^2)^3 \cdot y \cdot x$; h) $(x^6 \cdot y^2 \cdot z^8)^3 \cdot (x^9 \cdot y^3 \cdot z^{12})^2$.
- 12 Calculează:
- a) $5^{140} : 25^{70} + 8^{32} : 16^{24} + 100^{25} : 10^{48} - 2^2 \cdot 5^2$; b) $(7^{11})^{13} \cdot (7^{13})^7 : (7^{18})^{13} \cdot 7^2 + 1^{2\ 017} - 2^1 \cdot 5^2$.
- 13 Copiază și completează casetele:
- a) $(2^{10})^3 \cdot 4^9 = 2^{\square} \cdot 3$; b) $(3^{20})^4 \cdot (9^{10})^2 : 27^{40} = 3^{\square}$; c) $25^{10} \cdot 5^{14} : 125^{10} = 5^{\square}$; d) $2^5 \cdot 4^2 \cdot 32^3 = 2^{\square} \cdot 3$.
- 14 Calculează:
- a) $(2^{2017} - 2^{2016} - 2^{2015}) : 2^5 + 16^{502} + 16^0 \cdot 1^{16}$;
 b) $(2017^0 + 27^{27} : 9^{40})^{50} : 32^{20}$;
 c) $2^{2^3} : 4^3 + 3^{2^2} : (2^6 - 6^2 - 36^0)$.
- 15 Se dau numerele: $x = 6^2 : 3^2 - 3$ și $y = (4^3 - 2^3) : 2^3$.
- a) Precizează varianta corectă:
 • $x < y$; • $x = y$; • $x > y$.
 b) Calculează: $x^3 + y^2 + y - x^2$.

Compararea puterilor

Observă și descoperă!

- 1 Un exemplar de nufăr gigant, din zona Amazonului, are o suprafață de 3 metri pătrați. În fiecare lună el își triplează suprafața. Un exemplar de nufăr galben, din Delta Dunării, are o suprafață de 2 metri pătrați. El își dublează suprafața în fiecare lună. Ce suprafață va ocupa fiecare nufăr după 5 luni? Care dintre cei doi nuferi va ocupa o suprafață mai mare după cele 5 luni?

Scrie răspunsurile sub formă de putere.

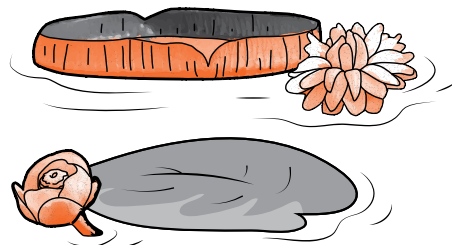
• Observă rezolvarea Anei!

După cinci luni, nufărul Amazonului va ocupa o suprafață egală cu 3^6 .

După cinci luni, nufărul galben va ocupa o suprafață egală cu 2^6 .

Nufărul Amazonului va ocupa o suprafață mai mare, $3^6 > 2^6$.

(Puterile au același exponent, iar baza 3 este mai mare decât baza 2.)



- 2 Completează și descoperă cum se compară puterile.

A.	Scrie semnul $<$, $=$, $>$ în casetă, astfel încât relația să fie adevărată. Scrie numărul mai mic dintre 2^6 și 2^4 .	$\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{6 \text{ factori}}$ <input type="checkbox"/> $\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{4 \text{ factori}}$
B.	Scrie semnul $<$, $=$, $>$ în casetă, astfel încât relația să fie adevărată. Scrie numărul mai mare dintre 2^6 și 3^6 .	$\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{6 \text{ factori}}$ <input type="checkbox"/> $\underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{6 \text{ factori}}$
C.	Scrie semnul $<$, $=$, $>$ în casetă, astfel încât relația să fie adevărată. Scrie numărul 4^{10} ca putere cu baza 2. Scrie semnul $<$, $=$, $>$ în casetă, astfel încât relația să fie adevărată.	$\underbrace{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 4}_{10 \text{ factori}}$ <input type="checkbox"/> $\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2}_{18 \text{ factori}}$ 2^{18} <input type="checkbox"/> 4^{10}
D.	Scrie numărul 2^9 ca putere cu exponentul 3. Scrie numărul 3^6 ca putere cu exponentul 3. Compară numerele 2^9 și 3^6 .	



Important

- În cele ce urmează, literele a și b reprezintă numere naturale mai mari decât 1, iar m și n reprezintă numere naturale diferite de zero.
- Dacă $n < m$, atunci $a^n < a^m$. *Exemplu:* $6 < 8 \rightarrow 3^6 < 3^8$
- Dacă $a^n < a^m$, atunci $n < m$. *Exemplu:* $3^6 < 3^8 \rightarrow 6 < 8$
- Dacă $a < b$, atunci $a^n < b^n$. *Exemplu:* $3 < 5 \rightarrow 3^2 < 5^2$
- Dacă $a^n < b^n$, atunci $a < b$. *Exemplu:* $3^2 < 5^2 \rightarrow 3 < 5$
- Dacă puterile nu au nici același exponent, nici aceeași bază, atunci avem următoarele variante:
 - aducerea la aceeași bază;
 - aducerea la același exponent;
 - introducerea unei puteri intermediare.

Exersează!

3 Completează cu unul dintre semnele $<$, $=$, $>$ după model, justificând răspunsul dat.

Model: $5^8 < 5^{12}$, pentru că $8 < 12$.

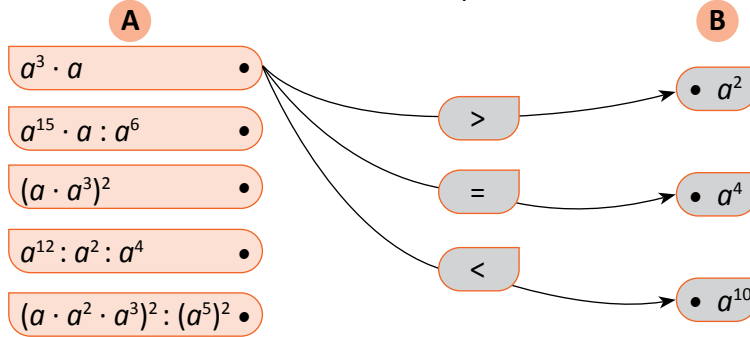
a) 10^5 10^8 ;

c) 15^5 15^3 ;

b) 7^5 7^8 ;

d) 8^5 6^5 .

4 În cele ce urmează, a este număr natural mai mare decât 1. Pentru a ajunge de la fiecare dintre expresiile din coloana **A** la numerele din coloana **B** trebuie să trecem prin unul dintre semnele $>$, $=$, $<$.



5 Determină:

a) cea mai mică putere a lui 2, mai mare decât 3^3 ;

c) cea mai mare putere a lui 5, mai mică decât 10^3 ;

b) cea mai mare putere a lui 5, mai mică decât 2^7 ;

d) cea mai mică putere a lui 2, mai mare decât 10^3 .

6 **Lucrați în perechi.** Ordonăți crescător numerele și apoi scrieți literele în ordinea obținută:

9^7
U

1^7
F

12^7
R

5^7
T

3^7
L

15^7
I

4^7
U

2^{40}
A

16^{12}
I

8^{14}
L

64^9
E

4^{22}
B

128^7
N

7 Completează tabelul de mai jos, după model.

Relația	$2^x < 2^5$	$3^x \leq 3$	$5^x \leq 5^5$	$3^{3x} < 3^9$	$x^x < 2^5, x \neq 0$
Valori posibile pentru x	0, 1, 2, 3, 4				

8 Determină numerele naturale n pentru care fiecare relație este adevărată:

a) $n^5 \leq 4^5$;

d) $3^n = 7^n$;

g) $n^2 \leq 81$;

b) $n^7 \leq 7^7$;

e) $6^{13} \geq n^{13}$;

h) $100 \geq 3^{n+1}$;

c) $n^{10} \leq 1$;

f) $3^n < 32$;

i) $100 < 5^n < 650$.

Problemă rezolvată

● Compară următoarele puteri: a) 8^9 și 16^6 ; b) 2^{120} și 3^{80} ; c) 2^{50} și 3^{34} .

• Rezolvare: a) $8^9 = (2^3)^9 = 2^{27}$; $16^6 = (2^4)^6 = 2^{24}$. Cum $2^{27} > 2^{24}$, rezultă că $8^9 > 16^6$.

b) $2^{120} = (2^3)^{40} = 8^{40}$; $3^{80} = (3^2)^{40} = 9^{40}$. Cum $8^{40} < 9^{40}$, rezultă că $2^{120} < 3^{80}$.

c) $2^{51} = (2^3)^{17} = 8^{17}$; $3^{34} = (3^2)^{17} = 9^{17}$. Cum $8^{17} < 9^{17}$, rezultă că $2^{51} < 3^{34}$.

Dar $2^{50} < 2^{51}$ atunci $2^{50} < 2^{51} < 3^{34}$, prin urmare $2^{50} < 3^{34}$.

9 Completează cu unul dintre semnele $<$, $=$, $>$ după model, justificând răspunsul dat.

Model: 100^5 10^9 . Avem $100^5 = (10^2)^5 = 10^{10}$. Cum $10^{10} > 10^9$, rezultă $100^5 > 10^9$.

a) 4^2 8;

d) 9^{75} 27^{50} ;

g) 3^{120} $1\,000^{20}$;

b) 10^3 1 000;

e) 125^5 25^8 ;

h) 2^{33} 3^{23} .

c) $(3^5)^4$ $(3^2)^8$;

f) 2^{30} 3^{20} ;

10 Compară următoarele puteri: a) 5^{18} și 3^{27} ; b) 9^{29} și 27^{19} .

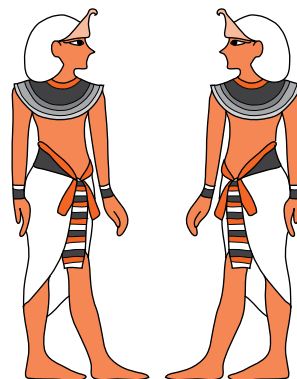
Scrierea în baza 10. Scrierea în baza 2

Observă și descoperă!

- 1 Egiptenii efectuau înmulțirea altfel! Ei știau numai să dubleze un număr prin adunare cu el însuși. Și atunci cum înmulțeau totuși egiptenii?

Observă procedeul folosit de egipteni pentru a calcula $13 \cdot 47$.

Scriu numărul 1 și pe același rând scriu 47:	1	47
Dublez și pe 1 și pe 47:	2	94
Dublez și pe 2 și pe 94:	4	188
Dublez și pe 4 și pe 188:	8	376
Mă opresc pentru că dublul lui 8 este mai mare decât 13.		
Care numere, de pe prima coloană, prin adunare dau 13 ? $1 + 4 + 8$.		
Pe coloana a doua, numărul scris pe linia lui 2 îl tai, iar pe celelalte le adun:		611
Rezultatul înmulțirii $13 \cdot 47 = 611$.		



- 2 Scrie numerele 1, 2, 4 și 8 ca puteri ale lui 2. 3 Scrie numerele 1, 10, 100, 1 000, 10 000 ca puteri ale lui 10.

- 4 Împarte-l pe 13 la 2 și subliniază restul. Împarte acum câtul obținut anterior la 2 și subliniază restul. Împarte noul cât la 2 și subliniază restul. În sfârșit, împarte ultimul cât obținut la 2 și subliniază restul. Acum scrie, în ordinea inversă aflării, numărul format din aceste resturi.

- 5 Calculează $a = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2 + 1$ și $b = 1 \cdot 10 + 3$.

- 6 Poți stabili o legătură între numărul găsit la punctul 4 și rezultatele obținute la punctul 5?



Important

- În scrierea numerelor naturale folosită de noi, trecerea de la un ordin la ordinul imediat superior se face din 10 în 10. Zece unități de un anumit ordin dau o unitate de ordin imediat superior. În acest caz, folosim zece cifre: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 și 9. Spunem astfel că avem un număr scris în baza 10.
- Trecerea de la un ordin la ordinul imediat superior se poate face și din 2 în 2. Două unități de un anumit ordin dau o unitate de ordin imediat superior. În acest caz, folosim numai două cifre: 0 și 1. Spunem astfel că avem un număr scris în baza 2.
- $\overline{abcd}_{(10)}$ – număr scris în baza 10. $\overline{xyzt}_{(2)}$ – număr scris în baza 2;
- $\overline{abcd}_{(10)} = a \cdot 10^3 + b \cdot 10^2 + c \cdot 10 + d$ reprezintă scrierea zecimală sau scrierea în baza 10;
- $\overline{xyzt}_{(2)} = x \cdot 2^3 + y \cdot 2^2 + z \cdot 2 + t$ reprezintă scrierea binară sau scrierea în baza 2;
- Trecerea de la baza 10 la baza 2 se face prin împărțiri succesive.

Exemplu: Să trecem numărul 43 din baza 10 în baza 2.

43	:	2	→	c = 21	r = 1	↑	Am împărțit 43 la 2.
21	:	2	→	c = 10	r = 1		Am împărțit câtul anterior la 2.
10	:	2	→	c = 5	r = 0		Am împărțit câtul anterior la 2.
5	:	2	→	c = 2	r = 1		Am împărțit câtul anterior la 2.
2	:	2	→	c = 1	r = 0		Am împărțit câtul anterior la 2.
1	:	2	→	c = 0	r = 1		Am împărțit câtul anterior la 2.
							Mă opresc atunci când obțin câtul 0.

Numărul obținut prin scrierea resturilor în ordine inversă (de jos în sus) reprezintă scrierea numărului 43 din baza 10, în baza 2:

$$43_{(10)} = 101\ 011_{(2)}$$

- Trecerea de la baza 2 la baza 10 se face folosind scrierea binară și efectuând calculele.

Exemplu: Să trecem numărul $101\ 011_{(2)}$ în baza 10.

$$\text{Avem: } 101\ 011_{(2)} = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 = 32 + 8 + 2 + 1 = 43_{(10)}.$$

Exersează!

- 7 Scrie în baza 10 următoarele numere, după modelul dat:

Model: $10\ 101_{(2)} = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 = 16 + 4 + 1 = 21_{(10)}$

a) $111\ 001_{(2)}$;

c) $1\ 010\ 010\ 001_{(2)}$;

b) $100\ 001_{(2)}$;

d) $1\ 101\ 110\ 111\ 001_{(2)}$.

- 8 Scrie în baza 2 următoarele numere, după modelul dat:

Model: $18_{(10)}$

$18 : 2 \rightarrow 9\ r\ 0$

$9 : 2 \rightarrow 4\ r\ 1$

$4 : 2 \rightarrow 2\ r\ 0$

$2 : 2 \rightarrow 1\ r\ 0$

$1 : 2 \rightarrow 0\ r\ 1$

$18_{(10)} = 10\ 010_{(2)}$

a) $36_{(10)}$;

b) $59_{(10)}$;

c) $124_{(10)}$;

d) $213_{(10)}$.

- 9 Scrie numerele naturale care au următoarele descompuneri:

a) $3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 5 \cdot 1$;

b) $7 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 6 \cdot 1$;

c) $4 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 7 \cdot 1$;

d) $a \cdot 10^5 + 0 \cdot 10^4 + 0 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + a \cdot 10^1 + a \cdot 1$.

- 10 Descompune următoarele numere, punând în evidență baza 10:

a) 56;

d) 835;

g) 2 001;

b) 83;

e) 470;

h) 101 010.

c) 138;

f) 507;



Problemă rezolvată

- Compară numerele $11\ 001_{(2)}$ și $1\ 011_{(2)}$, trecându-le în baza 10.

• *Rezolvare:* $11\ 001_{(2)} = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 = 16 + 8 + 1 = 25_{(10)}$

$1\ 011_{(2)} = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2 + 1 = 8 + 2 + 1 = 11_{(10)}$

Cum $25 > 21$ rezultă $11\ 001_{(2)} > 1\ 011_{(2)}$

Observând că $11\ 001_{(2)}$ are mai multe cifre decât $1\ 011_{(2)}$, putem afirma că regulile de comparare folosite în baza 10 se pot folosi în oricare altă bază.

- 11 Fără a calcula puterile, compară numerele: $2^7 + 2^2 + 2$ și $2^6 + 2^5 + 1$.

Indicație: Folosește scrierea în baza 2.

- 12 Compară numerele: $2^{100} + 2^{50}$ și $2^{99} + 2^{90}$.

Indicație: Gândește-te la scrierea în baza 2.

- 13 Determină numărul natural \overline{ab} , scris în baza 10, pentru care $\overline{ab} + \overline{ba} = 55$.

- 14 Determină numărul natural \overline{ab} , scris în baza 10, știind că diferența dintre el și răsturnatul său este 18. Câte soluții se obțin?

- 15 Determină numărul natural \overline{abc} , scris în baza 10, știind că este cu 495 mai mare decât răsturnatul său \overline{cba} .

Știați că...?

Produsul $a^3 \cdot n^2 \cdot s$ se scrie

$$a \cdot a \cdot a \cdot n \cdot n \cdot s$$

sau **aaanns**,

dar și sub forma **ananas**.

Recapitulare

1 Scrie sub formă de putere produsele:

a) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$;

b) $5 \cdot 5 \cdot 5$;

c) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$;

d) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$.

2 Calculează pătratele numerelor:

a) 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19;

b) 101, 202, 303, 404, 505, 606, 707, 808, 909.

3 Scrie numerele naturale ale căror pătrate sunt cuprinse între 5 și 70.

4 Pentru fiecare dintre puterile următoare, precizează baza și exponentul: 2^8 , 3^5 , 1^{10} , 0^2 , 11^{15} , 37 , a^{10} , b^7 , a^b , 9^x .

5 Scrie ca putere cu exponent mai mare decât 1 următoarele numere naturale: 4, 100, 64, 16, 900, 2 500, 10 000, 810 000, 6 400, 160 000.

6 Copiază și completează următorul tabel:

n	0	1	2	3
2^n	$2^0 = 1$	$2^1 = 2$	$2^2 = 4$	$2^3 = 8$
3^n				
4^n				
$(2^n)^n$				
$(2+n)^n$				

7 Copiază și completează egalitățile:

a) $10^3 \cdot (\square) = 4\ 000$;

b) $(\square) : 10^2 = 53$;

c) $10^2 \cdot (\square) = 70\ 000$;

d) $(\square) : 10 = 2^5$;

e) $100 : (\square) = 2^2$;

f) $(\square) : 10^3 = 9$.

8 Determină numărul natural nenul n , știind că:

a) $n^3 = 125$;

b) $n^4 = 1$;

c) $n^2 = 144$;

d) $n^6 = 1\ 000\ 000$;

e) $5^n = 1$;

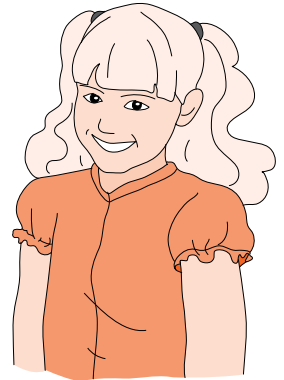
f) $n^{10} = 0$.

9 Calculează sumele următoare și scrie rezultatul ca pătratul unui număr natural:

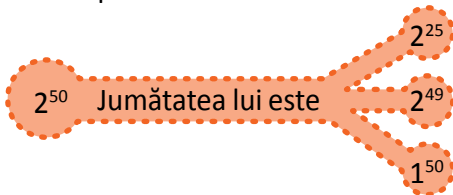
a) $1 + 3 + 5$;

b) $1 + 3 + 5 + 7 + 9$;

c) $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 99$.



10 Scrie răspunsul corect.



11 Care este numărul de cinci ori mai mic decât 5^{25} ?

12 Scrie ca putere:

a) $2 \cdot 2^5 \cdot 2^7$;

d) $2^0 \cdot 2^1 \cdot 2^2 \cdot \dots \cdot 2^9$;

g) $2^{135} : 2^{100}$;

b) $7^6 \cdot 7^3 \cdot 7$;

e) $(2^5)^{15}$;

h) $5^{32} : 5^{23}$;

c) $11^0 \cdot 11 \cdot 11^{11}$;

f) $(5^6)^7$;

13 Scrie ca putere:

a) $2^{53} : 2^{40}$;

f) $3^{60} : 81^{15}$;

b) $7^{11} : 7$;

g) $(2^7)^{10}$;

c) $9^{12} : 9^3$;

h) $(5^3)^4$;

d) $2^{83} : 2^{70}$;

i) $2^{20} \cdot 5^{20}$;

e) $2^{70} : 8^{23}$;

j) $12^{30} : 6^{30}$.

14 Scrie ca putere:

a) $2^{10} \cdot 32$;

d) $2^{11} + 2^{11}$;

b) $81 \cdot 3^7 \cdot 3^8$;

e) $3^7 + 3^7 + 3^7$;

c) $2^{17} \cdot 4^5$;

f) $5^{10} + 5^{10} + 5^{10} + 5^{10} + 5^{10}$.

15 Arată că numerele următoare pot fi scrise ca pătratul unui număr natural: 64 , 11^4 , 9^{11} , 16^{17} , $3^{13} \cdot 27^7$, $5^{13} \cdot 125^7$.

16 Stabilește dacă numerele următoare sunt pătrate ale unor numere naturale, justificând răspunsul dat:

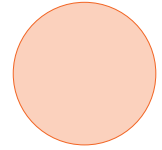
a) $2 \cdot 10^{2017} + 3$;

c) $2^{2017} + 3^{2016}$;

b) $5 \cdot n + 7$, unde n este număr natural;

d) $n \cdot (n + 1)$, unde n este număr natural nenul.

17 Se consideră numerele: 28 453, 324, 425, 856, 38 942, 2 468, 2 025, 41 417, 841. Desenează figurile geometrice și scrie în pătrat numerele care sunt pătrate ale unor numere naturale și în cerc numerele care nu sunt pătrate ale unor numere naturale.



18 Completează casetele cu unul dintre semnele $<$, $=$, $>$ astfel încât afirmațiile să fie adevărate:

a) 2^{89}



2^{98} ;

d) 8^{17}



32^{10} ;

g) 2^{300}



3^{200} ;

b) 2^{504}



3^{504} ;

e) 25^{17}



125^{12} ;

h) 3^{60}



5^{40} ;

c) 4^{50}



2^{100} ;

f) 27^8



9^{12} ;

i) 2^{41}



5^{21} .

19 Mihai citește o carte. Luni citește o pagină. Apoi, în fiecare zi citește dublul numărului de pagini citit în ziua anterioară. În acest fel, duminică termină de citit cartea. Câte pagini are cartea citită de Mihai?

20 Câte zerouri conține scrierea în baza 10 a numerelor următoare?

$(10^4)^2$; $10^4 \cdot 10^2$; 10^5 ; $(10^2)^3$; $10^8 \cdot 10^2$; $10^2 \cdot 10^3$.

21 Precizează în câte zerouri se termină produsele următoare:

a) $2^4 \cdot 5^4$; b) $3 \cdot 2^{13} \cdot 5^{13}$; c) $2^{15} \cdot 5^{12}$; d) $2^{10} \cdot 5^6 \cdot 7^{27}$.

22 Completează:

a) $4 \cdot 3^6 + 7 \cdot 3^7 = (\square)^2$; b) $4 \cdot 5^{20} + 9 \cdot 5^{21} = (\square)^2$; c) $2^{10} + 3 \cdot 2^{10} + 5 \cdot 4^5 = (\square)^2$.

23 În câte zerouri se termină numărul $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 24$? Dar $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 50$?

24 Stabilește dacă numărul $a = 2^{35} + 2^{32}$ este pătratul unui număr natural.

25 Stabilește dacă numărul $25 \cdot n^2 + 12$ este pătratul unui număr natural.

26 Este numărul 254 pătratul unui număr natural? Justifică răspunsul dat.

27 Considerăm numărul $A = 5 \cdot 10^n + 2 \cdot 10^{n-1} + 3$, unde n este număr natural nenul. Este A pătratul unui număr natural? Justifică răspunsul dat.

28 La jocul *Camera enigmelor*, Ana găsește o cutie cu cifru. Ea constată că cifrul este format din patru cifre, iar lângă cutie găsește un bilet pe care era scris numărul 11 111 100 010. O poți ajuta pe Ana să descopere cifrul?

Știați că...?

În corpul uman, numărul bacteriilor îl depășește pe cel al celulelor? Cercetătorii estimează că în medie corpul uman este format din 37 trilioane de celule, iar numărul bacteriilor din corp se ridică la 39 de trilioane.



Autoevaluare Completează în fișa ta enunțurile:

a) Prin rezolvarea exercițiilor cu puteri, am învățat

d) Mi-a fost dificil să

b) Cel mai mult mi-a plăcut

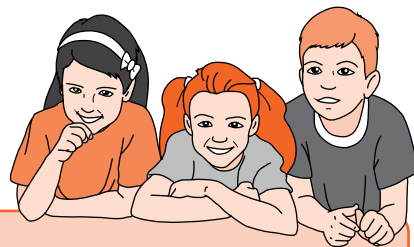
e) Domnul profesor/doamna profesoară mă

c) Mi-a fost ușor să

poate ajuta cu

Evaluare

Timp de lucru: 50 de minute



10p	Din oficiu	
5p	1.a.	Completează răspunsul corect: <ul style="list-style-type: none"> • baza puterii 5^{23} este <input type="text"/>. • exponentul puterii 5^{23} este <input type="text"/>.
5p	1.b.	Citește enunțul și completează caseta cu numărul corespunzător: Scrierea numărului 81 ca putere cu baza 3 este <input type="text"/> .
5p	1.c.	Citește enunțul și completează caseta cu numărul corespunzător: Calculând 4^3 obținem <input type="text"/> .
5p	1.d.	Încercuiește, din seria de mai jos, numerele naturale ale căror pătrate sunt mai mari decât 3 și mai mici decât 30: a) 1, 2, 3, 4; b) 2, 3, 4, 5; c) 3, 4, 5, 6; d) 4, 9, 16, 25.
	2.	Scrive rezultatul calculului sub formă de putere:
5p	a)	$2^{49} \cdot 2^{53}$
5p	b)	$3^{57} : 3^{27}$
5p	c)	$(5^4)^{24}$
5p	d)	$2^{29} \cdot 3^{29}$
5p	3.	Un nufăr are suprafața de 1 metru pătrat. În fiecare lună, el își dublează suprafața. Ce suprafață va ocupa nufărul după 10 luni? Scrive răspunsul sub formă de putere.
5p	4.	Ordonează descrescător numerele 5^{30} , 3^{27} și 5^{27} .
5p	5.	Compară numerele 4^{45} și 9^{30} .
5p	6.	Stabilește dacă numărul $15 \cdot n + 28$ este pătrat al unui număr, unde n este număr natural.
10p	7.	Scrive cel mai mare număr folosind de trei ori numărul 3.
10p	8.	Este numărul 139 pătratul unui număr natural? Justifică răspunsul dat.
10p	9.	Determină numerele naturale n pentru care numărul $10^n + 25 \cdot n + 3$ este pătratul unui număr natural.

Exersezi și progresezi!

1 Completează răspunsul corect:

- a) Exponentul puterii 5^{25} este ; b) Baza puterii 13^{14} este .

2 Unește fiecare etichetă cu cercul corespunzător:

Puterea cu baza 3
și exponentul 10

Puterea cu exponentul
5 și baza 4

Numărul trei la
puterea doi

10³

4⁵

2³

5⁴

3¹⁰

3²

3 Calculează: a) 3^6 ; b) 5^4 ; c) 2^7 ; d) 14^2 ; e) 2^{10} ; f) 11^3 ; g) 11^4 ; h) 11^5 .

4 Scrie ca putere:

- a) $3^9 \cdot 3^6$; d) $3^{23} : 3^{13}$; g) $(3^2)^4$; j) $2^9 \cdot 7^9$; m) $20^{15} : 4^{15}$;
 b) $7^3 \cdot 7^{12}$; e) $7^{20} : 7^{13}$; h) $(2^3)^4$; k) $5^{12} \cdot 3^{12}$; n) $35^{36} : 7^{36}$;
 c) $5^{19} \cdot 5$; f) $5^{19} : 5$; i) $(5^6)^7$; l) $7^{21} \cdot 5^{21}$; o) $21^{31} : 3^{31}$.

5 Scrie ca putere:

- a) $4^{12} \cdot 2^{13}$; b) $3^{13} \cdot 9^6$; c) $25^{10} : 5^{15}$; d) $8^{20} : 4^{30}$.

6 Copiază și completează:

- a) $3^{25} = 3^8 \cdot 3^{\square}$; c) $4^{\square} \cdot 4 = 4^2$;
 b) $25^{\square} \cdot 25^3 = 25^7$; d) $a \cdot a^n \cdot a^{\square} = a^{n+3}$.

7 Scrie cel mai mare număr pe care îl poți obține folosind de trei ori numărul 9.

8 Calculează după model ultima cifră a următoarelor numere: 3^{98} , 4^{52} , 6^{156} , 7^{2017} .

Model: Care este ultima cifră a lui 2^{89} ?

Puterea	Ultima cifră	Exponentul	Am calculat câteva puteri ale lui 2 și observ că cifrele 2, 4, 8 și 6 se repetă din 4 în 4, după următoarea regulă:	
			Puterea	Ultima cifră
$2^1 = 2$	2	$1 = 4 \cdot 0 + 1$	$2^{4 \cdot k + 1}$	2
$2^2 = 4$	4	$2 = 4 \cdot 0 + 2$	$2^{4 \cdot k + 2}$	4
$2^3 = 8$	8	$3 = 4 \cdot 0 + 3$	$2^{4 \cdot k + 3}$	8
$2^4 = 16$	6	$4 = 4 \cdot 1$	$2^{4 \cdot k}$	6
$2^5 = 32$	2	$5 = 4 \cdot 1 + 1$		
$2^6 = 64$	4	$6 = 4 \cdot 1 + 2$		
$2^7 = 128$	8	$7 = 4 \cdot 1 + 3$		
$2^8 = 256$	6	$8 = 4 \cdot 2$		
$2^9 = 512$	2	$9 = 4 \cdot 2 + 1$		
			<i>Dacă notăm $u(x)$ ultima cifră a numărului x, pentru a calcula $u(2^{89})$ trebuie să aflăm restul împărțirii lui 89 la 4. Cum acesta este 1, rezultă $u(2^{89}) = 2$</i>	

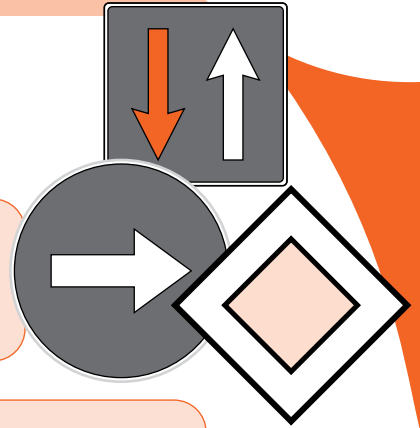
9 Determină ultima cifră a numărului:

- a) 2^{51} ; b) 3^{73} ; c) 4^{101} ; d) 127^{59} .

ORDINEA EFECTUĂRII OPERAȚIILOR

5

MATEMATICĂ... CU PRIORITATE



Vei identifica numere naturale în contexte variate:

- vei identifica numere naturale pe baza unor condiții;
- vei identifica numere naturale ținând cont de ordinea efectuării operațiilor.

Vei efectua calcule cu numere naturale folosind operațiile aritmetice și proprietățile acestora:

- vei efectua calcule cu numere naturale respectând ordinea efectuării operațiilor.

Vei utiliza reguli de calcul pentru efectuarea operațiilor cu numere naturale și pentru divizibilitate:

- vei calcula expresii numerice care conțin paranteze, cu respectarea ordinii efectuării operațiilor.

Vei exprima în limbaj matematic unele proprietăți referitoare la comparații, aproximări, estimări și la operații cu numere naturale:

- vei formula probleme folosind un calcul dat care conține paranteze;
- vei justifica scrierea unui număr natural dat sub formă de putere cu baza sau exponentul indicat.

Vei analiza situații date în care intervin numere naturale pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule:

- vei evidenția avantajele folosirii proprietăților operațiilor cu numere naturale în diferite contexte;
- vei stabili valoarea de adevăr a unui enunț matematic cu numere naturale, folosind ordinea efectuării operațiilor și utilizarea parantezelor;
- vei introduce operații aritmetice într-un enunț pentru a obține un rezultat dat;
- vei introduce paranteze într-un enunț matematic pentru a obține un anumit rezultat.

Vei modela matematic, folosind numere naturale, o situație dată și vei rezolva problema obținută prin metode aritmetice și vei interpreta rezultatul:

- vei formula probleme pe baza unei scheme sau reguli date și vei rezolva aceste probleme;
- vei rezolva probleme cu date insuficiente sau cu date contradictorii, folosind gândirea critică.

Ordinea efectuării operațiilor

Observă și descoperă!

1 Observă calculele efectuate de Mihai, apoi răspunde la întrebări.



$12 - 4 + 3 = 8 + 3 = 11$	A	Am efectuat calculele de la stânga la dreapta, în ordinea în care sunt scrise.
$12 - 4 + 3 = 12 - 7 = 5$	B	Am efectuat adunarea și apoi scăderea.
$12 : 4 \cdot 3 = 3 \cdot 3 = 9$	C	Am efectuat calculele de la stânga la dreapta, în ordinea în care sunt scrise.
$12 : 4 \cdot 3 = 12 : 12 = 1$	D	Am efectuat înmulțirea și apoi împărțirea.
$4 + 3 \cdot 5 = 4 + 5 + 5 + 5$		Am scris produsul $3 \cdot 5$ ca o sumă în care se repetă numărul 5.
$4 + 3 \cdot 5 = 4 + 5 + 5 + 5 = 19$	E	Am calculat suma celor patru numere.
$4 + 3 \cdot 5 = 7 \cdot 5 = 35$	F	Am calculat suma pentru că e prima din stânga și apoi am efectuat înmulțirea.
$4 + 3 \cdot 5 = 4 + 15 = 19$	G	Am calculat produsul și apoi am adunat.
$3 \cdot 2^3 = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$		Am scris puterea ca o înmulțire în care se repetă factorul 2.
$3 \cdot 2^3 = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 24$	H	Am calculat produsul celor patru numere.
$3 \cdot 2^3 = 6^3 = 216$	I	Am înmulțit 3 cu 2 și apoi am ridicat la puterea a treia.
$3 \cdot 2^3 = 3 \cdot 8 = 24$	J	Am calculat puterea și apoi am efectuat înmulțirea.

- Care dintre rezolvările A sau B consideri că este corectă?
- Care dintre rezolvările C sau D consideri că este corectă?
- Observă rândurile E, F și G și stabilește dacă afirmația „înmulțirea se efectuează înaintea adunării” este adevărată.
- Observă rândurile H, I și J și stabilește dacă afirmația „ridicarea la putere se efectuează înaintea înmulțirii” este adevărată.



Important

- Operațiile aritmetice cunoscute până acum sunt:
 - operații de **ordinul întâi**: adunarea și scăderea;
 - operații de **ordinul al doilea**: înmulțirea și împărțirea;
 - operații de **ordinul al treilea**: ridicarea la putere.
- Într-un exercițiu în care apar numai operații de același ordin, acestea se efectuează în ordinea în care sunt scrise, de la stânga spre dreapta.

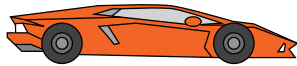
Exemplu: $12 - 5 + 3 = 7 + 3 = 10$; $12 : 6 \cdot 3 = 2 \cdot 3 = 6$
- Într-un exercițiu în care apar operații de mai multe ordine, le vom efectua astfel:
 - Pasul 1**: operațiile de **ordinul al treilea** (dacă este posibil);
 - Pasul 2**: operațiile de **ordinul al doilea**;
 - Pasul 3**: operațiile de **ordinul întâi**.

Exemplu: $12 - 15 : 5 + 3^2 = 12 - 15 : 5 + 9 = 12 - 3 + 9 = 9 + 9 = 18$
- Dacă operațiile de ordin diferit nu se influențează una pe cealaltă, atunci le putem efectua în același timp.

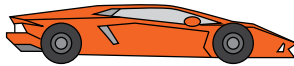
Exemplu: $3^2 + 15 : 3 - 2 \cdot 6 = 9 + 5 - 12 = 14 - 12 = 2$

Exersează!

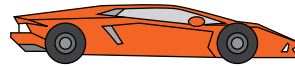
2 Rezolvă operațiile scrise sub mașini. Asociază rezultatul fiecărei operații cu numărul corespunzător al pilotului.



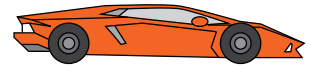
$$9 - 5 + 3$$



$$15 : 5 \cdot 3$$



$$5 + 2 \cdot 3$$



$$1 + 3 \cdot 2^2$$



3 Calculează:

a) $29 - 5 + 6$;

b) $42 : 6 \cdot 7$;

c) $5 \cdot 2^4$;

d) $7 + 5 \cdot 2 - 2 \cdot 4 - 1$;

e) $35 - 3 \cdot 8 + 11$;

f) $9 \cdot 4 - 3 + 10 \cdot 4 + 5^0$.

4 Se consideră numerele: $x = 12 \cdot 8 + 8 \cdot 3 + 6 \cdot 5 + 6 \cdot 12^0$ și $y = 12 \cdot 8 - 8 \cdot 3 - 6 \cdot 5 - 6$. Calculează suma dintre diferența și produsul numerelor x și y .

5 Se consideră numerele $x = 15 \cdot 10 + 8 \cdot 5 + 10$, $y = 10 : 2 + 3^2 - 12 : 3$ și $z = 11^2 - 5 \cdot 2^2 - 13^0$.

Calculează x , y și z , apoi efectuează:

a) $x - 10 \cdot y - z$;

b) $3 \cdot x - 2 \cdot y + 5 \cdot z$;

c) $x + y + z + 10 \cdot x \cdot y \cdot z$;

d) $10 \cdot x - y \cdot z + x \cdot y$.

6 Calculează:

a) $80 + 80 : 80 - 80$;

b) $605 \cdot 5 - 605 : 5$;

c) $400 : 5 + 5 : 5$;

d) $25 - 4^2 - 81 : 3^2$;

e) $2^5 + 8$;

f) $36 + 10^2$;

g) $12 - 12 : 2^2$;

h) $1^{30} + 10 \cdot 3^2$;

i) $1 - 7 \cdot 7^7 \cdot 0^7$;

j) $5^3 + 2^3 \cdot 5^2 - 3^2 \cdot 5$;

k) $5 \cdot 23^{23} : 23^{21} - 23^2 \cdot 4$;

l) $1^{2017} + 2017^1 \cdot 0^{2017} + 2017^0 \cdot 32$.

7 În tabelul alăturat sunt răspunsurile mai multor elevi la cerința: *Calculează: $3 \cdot 5 + 3 - 2 \cdot 7 + 1$.*

- Știind că numai unul dintre răspunsuri este corect, precizează numele elevului care a rezolvat corect acest exercițiu și precizează greșelile făcute de fiecare dintre ceilalți elevi.

Ana	$3 \cdot 5 + 3 - 2 \cdot 7 + 1 = 3 \cdot 8 - 14 + 1 = 24 - 14 + 1 = 10 + 1 = 11$
Crina	$3 \cdot 5 + 3 - 2 \cdot 7 + 1 = 3 \cdot 8 - 2 \cdot 8 = 24 - 16 = 8$
Barbu	$3 \cdot 5 + 3 - 2 \cdot 7 + 1 = 3 \cdot 8 - 14 + 1 = 24 - 14 + 1 = 24 - 15 = 9$
Florin	$3 \cdot 5 + 3 - 2 \cdot 7 + 1 = 15 + 3 - 14 + 1 = 18 - 14 + 1 = 4 + 1 = 5$
Ema	$3 \cdot 5 + 3 - 2 \cdot 7 + 1 = 15 + 1 \cdot 7 + 1 = 15 + 7 + 1 = 23$
Dan	$3 \cdot 5 + 3 - 2 \cdot 7 + 1 = 15 + 3 - 14 + 1 = 18 - 14 + 1 = 18 - 15 = 3$

8 Completează cu numere naturale căsuțele libere pentru a obține egalități adevărate, atât pe linii, cât și pe coloane.

2	+	3	·		=	17
·	—	+	↑	+	◇	·
	·		—	201	⊘	150
=	⊘	=	⊘	=	STOP	=
	+	12	·		=	2550

9 Completează schema de mai jos cu unul dintre semnele +, −, ·, : pentru a obține rezultatul 10:

$$2 \bigcirc 2 \bigcirc 2 \bigcirc 2 \bigcirc 2 \bigcirc 2 \bigcirc 2 = 10$$

- Compune o problemă care să se rezolve pe baza schemei.

10 Calculează $x \cdot x^2 + x : 3 + 3 \cdot x^3 - 5 \cdot x^2$, știind că x este cel mai mic număr natural nenul, care înmulțit cu 12 are ca rezultat pătratul unui număr natural.

11 Ana citește o carte în șase zile. În primele două zile citește câte 25 de pagini pe zi. În următoarele trei zile, Ana citește câte 75 de pagini pe zi, iar în ultima zi citește ultimele 20 de pagini. Câte pagini are cartea? Rezolvă într-un singur exercițiu!

12 Se dă numărul $A = 5 \square 4 \square 3 \square 2 \square 1$. În fiecare căsuță poți scrie semnul + sau −. Arată că oricum ai alege semnele + sau −, nu poți obține rezultatul 10.

Utilizarea parantezelor rotunde, pătrate, acolade

Observă și descoperă!

1 Observă calculele efectuate de Ana.



$$25 + 15 : 5 - 3 = 25 + 3 - 3 = 28 - 3 = 25$$

Am respectat ordinea efectuării operațiilor.

$$(25 + 15) : 5 - 3 = 40 : 5 - 3 = 8 - 3 = 5$$

Am efectuat întâi adunarea din paranteză, apoi am respectat ordinea efectuării operațiilor.

$$2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 2 = 4 + 4 + 4 + 2 = 14$$

Am respectat ordinea efectuării operațiilor.

$$2 \cdot \{2 + 2 \cdot [2 + 2 \cdot (2 + 2)]\} = 2 \cdot \{2 + 2 \cdot [2 + 2 \cdot 4]\} = \\ = 2 \cdot \{2 + 2 \cdot 10\} = 2 \cdot 22 = 44$$

Parantezele au schimbat ordinea efectuării operațiilor.

2 Folosește paranteze pentru a obține rezultatul 5 în exercițiul $25 + 15 : 5 - 3$.

3 Folosește paranteze pentru a obține rezultatul 20 în exercițiul $25 + 15 : 5 - 3$.

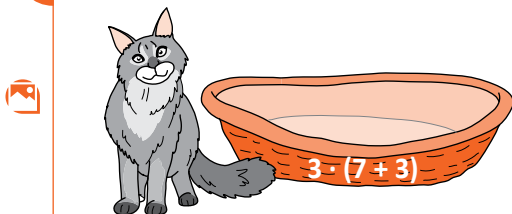
4 Folosește paranteze pentru a obține rezultatul 8^2 în exercițiul $8 \cdot 8 + 8 \cdot 8 - 8 - 8 : 8 - 8$.

Important

- Pentru a efectua operațiile într-o anumită ordine, se folosesc trei tipuri de paranteze:
 - paranteze rotunde sau paranteze mici (...);
 - paranteze pătrate sau paranteze mari [...];
 - acolade {...};
- Efectuarea operațiilor se face în următoarea ordine:
 - **Pasul 1:** operațiile din parantezele rotunde;
 - **Pasul 2:** operațiile din parantezele pătrate;
 - **Pasul 3:** operațiile din acolade.
- În interiorul fiecărei paranteze se respectă ordinea efectuării operațiilor.

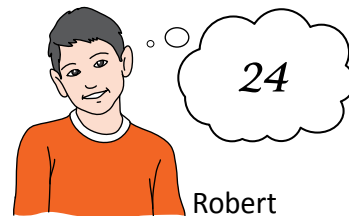
Exersează!

5 A cui este pisica? Rezolvă operația scrisă pe coșul pisicii.



30

Diana



Robert

- Compune o problemă care să se rezolve prin exercițiul de pe coșul pisicii.

6 Calculează:

a) $5 \cdot (2 \cdot 5 + 1) - 4 \cdot 5 + 1$;

c) $(7 \cdot 2 + 4) \cdot 15 - 11 \cdot 14$;

e) $(2 + 2 \cdot 3)^2 : 2^4$;

b) $5 + 5 \cdot (9 + 3 \cdot 4)$;

d) $7 \cdot [5 \cdot 3 - (4 \cdot 3 - 5)] + 3 \cdot 4$;

f) $(5^2 + 10 \cdot 5^2) : 11$.

7 Calculează:

a) $195 - 6 \cdot [(4 + 2 \cdot 13) - 3 \cdot 9 + 17]$;

c) $\{30 + 10 \cdot [207 - 6 \cdot (28 + 28 : 7)]\} : 10 - 1$;

b) $5 \cdot (4 + 3 \cdot 7) - 2 \cdot \{5 + 2 \cdot [10 - 3 \cdot (14 - 3 \cdot 4)]\}$;

d) $300 - 6 \cdot [(2^2 + 2 \cdot 13) - 3 \cdot 3^2 + 17]$.

8 Calculează:

a) $3^{45} : (3^{44} + 3^{44} + 3^{44}) + 2^{30} \cdot (2^{29} + 2^{29})$;

b) $(2^{38} : 2^{10} + 6^{23} : 6^{13}) : [2^{10} \cdot 3^{10} + (2^{14})^2]$;

c) $5^7 : (5^3)^2 + \{16 \cdot 4^{23} : (8^3)^5 + 20^6 : 10^6 \cdot [19 - 9 \cdot (5^7)^3 : (5^3)^7]\} : 112$;

d) $366 : \{24^5 : 2^{15} : 3^4 + 9^{17} : (3^2)^{16} \cdot [10^2 : 5 - (32^6 \cdot 2^8 - 4^{19}) \cdot 5]\}$.

Știați că...?

Recordul de viteză pentru un vehicul terestru este de aproximativ 1 228 km pe oră, o viteză mai mare decât cea a sunetului.

9 Folosește parantezele în exercițiile de mai jos, pentru a obține egalități adevărate:

a) $9 + 3 \cdot 15 = 180$;

c) $8 + 9 \cdot 6 + 4 = 106$;

b) $2 + 3 \cdot 5 + 3 = 40$;

d) $2 \cdot 3 + 5 \cdot 8 + 2 = 106$.

10 Scrie numele elevului în dreptul rezultatului corect.

Cătălina	Ciprian	Delia
$5 \cdot (9 + 5) \cdot 4 =$	$(5 \cdot 9 + 5) \cdot 4 =$	$5 \cdot (9 + 5 \cdot 4) =$
200	145	65
		280

11 Transformă următorul calcul, folosind o singură pereche de paranteze rotunde, pentru a obține rezultate diferite: $15 + 4 \cdot 8 - 5$. Poți avea trei rezultate diferite?

3 lei	3 lei	3 lei	3 lei	5 lei	+	3 lei	3 lei	3 lei	3 lei	5 lei
Ana					Dan					
suma cheltuită										

12 Compune o problemă după schema alăturată:

- Scrie rezolvarea problemei printr-un singur exercițiu.

13 Scrie numărul 33 folosind de exact 6 ori numărul 6 (pot fi folosite paranteze și semnele +, -, ·, :).

Problemă rezolvată

- Formulează o problemă care să conducă la următorul calcul:

$$[(2^2 + 3^2 + 5^2) : 19 \cdot 20 + 2^5] : 3^2$$

- Rezolvare:** Suma pătratelor numerelor 2, 3 și 5 se împarte la 19, iar rezultatul se înmulțește cu 20. Noului rezultat i se adaugă 2^5 și ce se obține se împarte la pătratul lui 3. Care este rezultatul final?

14 Suma dintre pătratul lui 2 și jumătatea lui 6 se dublează, iar la rezultatul obținut se adaugă 2. Noul rezultat se înmulțește cu 2 și ce se obține se adună cu 2.

- Scrie o relație care să illustreze enunțul acestei probleme și precizează rezultatul final.

15 Din pătratul sumei numerelor 3, 4 și 5, scădem suma pătratelor numerelor 3, 4 și 5. Este rezultatul egal cu 0?

- Poți găsi trei numere pentru care rezultatul ar fi 0?

Recapitulare

1 Încercuiește rezultatul fiecărui exercițiu.

- a) $34 - 14 + 10 = 10$; 20; 30.
b) $21 - 1 + 20 = 41$; 40; 0.

- c) $15 : 5 \cdot 3 = 9$; 15; 1.
d) $30 : 6 \cdot 5 = 30$; 1; 25.

2 Calculează:

- a) $30 + 5 \cdot 24$;
b) $9 \cdot 21 - 10$;
c) $5 \cdot 4 + 3 \cdot 9$;

- d) $9 : 3 \cdot 6 - 1$;
e) $5 \cdot 3^2 + 6 \cdot 2^2$;
f) $7 \cdot 6 + 2^4 : 2 + 5 \cdot 3 \cdot 1^4$.

3 Efectuează:

- a) $6 \cdot 14 - 2 \cdot (40 - 27 : 3)$;
b) $1\ 012 - 5 \cdot (9 : 3 \cdot 3 + 202 : 2)$;

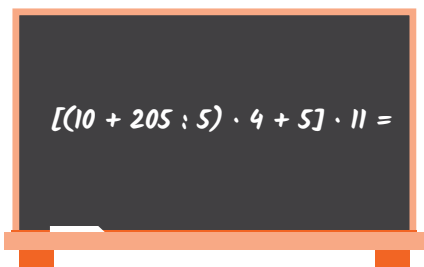
- c) $(6 \cdot 14 - 2) \cdot (40 - 27 : 3)$;
d) $[(2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 2^2) : 6 + 5^2] : 5 + 10^2$.

4 Folosește paranteze astfel încât fiecare egalitate să fie adevărată:

- a) $9 \cdot 5 + 17 = 198$;
b) $5 \cdot 9 + 5 \cdot 4 = 280$;

- c) $10 \cdot 3 + 5 \cdot 7 + 3 \cdot 8 + 9 = 431$;
d) $2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 5 \cdot 7 = 7\ 770$.

5 Efectuează calculele de pe tablă și decide care dintre cei trei copii au răspuns corect.



2 299
Mihai



5 049
Ana



1 947
Andrei

- Poți stabili ce a greșit fiecare dintre ceilalți doi?

6 Unește prin săgeți etichetele care au același rezultat:

$12^2 - 8^2$

$(12 - 8)^2$

$12^2 + 2 \cdot 12 \cdot 8 + 8^2$

$(12 + 8) \cdot (12 + 8)$

$12^2 - 2 \cdot 12 \cdot 8 + 8^2$

$(12 - 8) \cdot (12 + 8)$

$(12 + 8)^2$

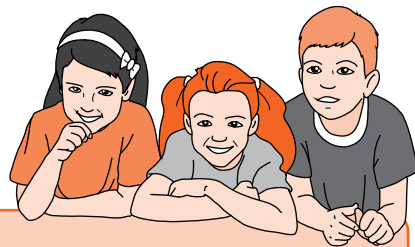
Observ!

Lista mea de verificare	Da	Nu
Am respectat regulile de calcul cu puteri?		
Am respectat ordinea efectuării operațiilor?		
Am eliminat corect parantezele?		
Am verificat rezultatul exercițiului?		
Mi s-a părut ușor să efectuez calculele?		
Am avut nevoie de ajutor?		

- Dacă în loc de 12 și 8 trecem 100 și 2, ar rămâne aceleași săgeți între etichete? Dar dacă am pune 30 și 15? Ce observi?

Evaluare

Timp de lucru: 50 de minute



10p	Din oficiu
5p	1.a. Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. Rezultatul calculului $12 - 8 + 4$ este: A. 0 B. 8 C. 16 D. 24
5p	1.b. Citește enunțul și completează caseta cu numărul corespunzător. Calculând $18 : 3 \cdot 6$ obținem rezultatul <input type="text"/> .
5p	1.c. Citește enunțul și completează caseta cu numărul corespunzător. Rezultatul calculului $18 : 3^2$ este egal cu <input type="text"/> .
5p	1.d. Rezultatul calculului $12 + 6 : 3$ este egal cu <input type="text"/> .
10p	2. Efectuează: $7 \cdot 8 : 2^2 + 18 : 3 \cdot 2 - 2^0$.
10p	3. Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. Rezultatul calculului $36 + 6 \cdot (8 - 3 \cdot 2)$ este: A. 420 B. 48 C. 96 D. 24
5p	4. Calculează: $\{8 + 2 \cdot [9 + 9 \cdot (7 + 2 \cdot 3)]\} \cdot 2 - 4 \cdot 23$.
10p	5. Se consideră numerele $a = 5 - 4 \cdot [5 - 4 \cdot (5 - 4)]$ și $b = 5 + 4 \cdot [5 + 4 \cdot (5 + 4)]$. Arată că produsul $a \cdot b$ este pătratul unui număr natural.
5p	6. Ana cumpără 5 creioane de 2 lei bucata și 4 pixuri de câte 3 lei fiecare. Ce rest primește Ana dacă dă vânzătorului 3 bancnote de câte 10 lei? Scrie rezolvarea într-un exercițiu.
	7. Dacă rezolvarea este corectă, scrie A în căsuța alăturată, iar dacă rezolvarea este greșită, scrie rezolvarea corectă.
5p	a) $18 : 6 - 3 = 18 : 3 = 6$. <input type="text"/>
5p	b) $(1 + 2^3) \cdot 3 + 1 = 3^3 \cdot 3 + 1 = 3^3 \cdot 4 = 108$. <input type="text"/>
10p	8. Determină numărul natural $x = (3 \cdot 5^2 + 1) - [(2 + 3 \cdot 5^2) : 11 + 1]$.
10p	9. Pune paranteze în exercițiul următor pentru a obține cel mai mare rezultat posibil: $25 + 250 : 5 - 4 \cdot 6$.

Exersezi și progresezi!

1 Unește eticheta cu cercul care conține răspunsul corect.

$$12 + 12 : 2 \cdot 2 - 3^0 \cdot 3^2$$

15

6

0

27

2 Calculează, respectând ordinea efectuării operațiilor.

a) $63 : 3 + 3 \cdot 4$;
b) $8 + 8 : 2$;

c) $36 - 36 : 4$;
d) $(12 - 8) : 4 + 5 \cdot (13 - 5 \cdot 2)$.

3 Folosește paranteze, astfel încât rezultatul exercițiilor de mai jos să fie cel indicat.

a) $10 + 10 + 10 : 3 = 10$;
b) $10 - 9 - 9 - 9 = 1$;

c) $48 : 3 + 6 \cdot 5 - 4 : 2 = 53$;
d) $5 \cdot 3 + 5 \cdot 4 - 2 + 3 = 110$.

4 Calculează:

a) $13 \cdot 2 + 22 : 2$;
b) $11 \cdot (2 + 66) : 4$;
c) $(13 + 7) \cdot 3 - 40 : 5$;

d) $[4 + 4 \cdot (7 + 2 - 4)] : 8 + 20 : 5$;
e) $114 + 36 : 2 + 2 + 24 : (17 - 9)$;
f) $144 : \{40 - 96 : (35 - 33 : 3)\}$;

g) $16 : \{7 \cdot [41 - (16 \cdot 8 - 119) : 3] - 258\}$;
h) $[(3^2 + 2^3) : 17]^2 \cdot 0^{17} - 0^{2 \cdot 0^{17}}$;
i) $\{1 + [2 + (3 + 4^5) : 79] : 5\}^5 : 512 - 2$.

5 Calculează:

a) $5 \cdot 3^2 - 2^{10} : 2^5$;
b) $2 \cdot 2^2 \cdot 2^3 + 3^{17} : 3^{15} - 1$;

c) $3^{21} - 3 \cdot (3^2 \cdot 3^3)^4 + 7^0$;
d) $[(3^4)^6 - (3^2)^{11}]^3 : (2^4 \cdot 3^{33})^2$.

6 Calculează:

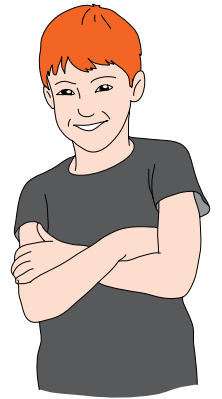
a) $5^{140} : 25^{70} + 8^{32} : 16^{24} + 100^{26} : 10^{48} - 2^5 \cdot 5^2$;
b) $[3^{100} : 3^{10} + (9^5 \cdot 3^{14})^5 : 27^{10} + (4^{30} : 4^{29} - 1^{70})^{102} : 81^3] : (2^{10} : 2^9 + 2^0)^{90}$.

7 Calculează:

a) $[(2^2 - 3) \cdot 7 + 7^2] : 2^3$;
b) $[2 \cdot 017^0 + (3^2)^{20} : (3^{13})^{31}]^{30} : 8^{20}$;
c) $5 \cdot \{5 \cdot [5 \cdot (5^2 - 3^2) - 4^2] - 15^2\} : 19 - 5^2$.

8 Calculează:

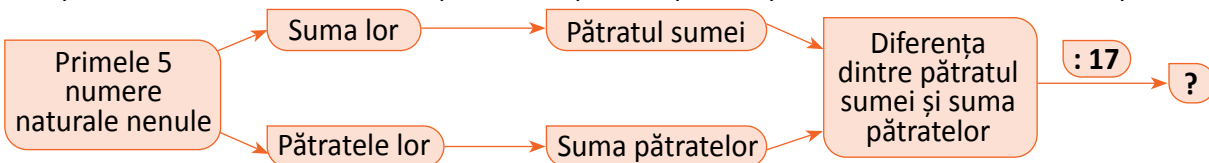
a) $18 - (20 - 6) : 7 - 4 - 4 \cdot 2$;
b) $[(2 + 2 \cdot 3) \cdot 2 - 12] : 4 + 1$;
c) $10 \cdot \{81^2 : (3^2)^4 + 2 \cdot [(2^2 \cdot 3)^{15} : (2^{29} \cdot 3^{15}) + 1]\}$.



9 Calculează:

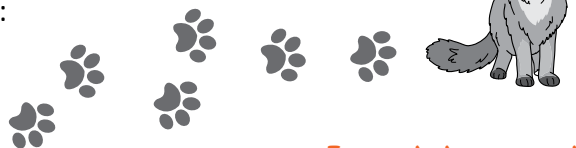
a) $2 + 2 \cdot \{[62 \cdot 712 : 78 + 2 \cdot (13 - 13 : 13)] : 18 - 5^0\}$; b) $9 \cdot 500 - \{15 - 15 : [1 + 2^3 : (710 - 12 \cdot 744 : 18)] + 38^2\} - 114$.

10 Completează schema cu numerele potrivite, apoi compune o problemă care să se rezolve pe baza acesteia.



11 Determină numărul acoperit de pata din calculul de mai jos:

$\{5 \cdot [(2^9 \cdot 30^{101})^3 : (2^{303} \cdot 15^{303}) + \text{pata} - (2^3)^9]\} : 2 = 25$



- 12 Formulează o problemă care să se rezolve prin următorul calcul: $[(30 - 27 : 3) \cdot 2 + 5 \cdot 12] \cdot 2$.
- 13 Formulează o problemă care să se rezolve prin următorul calcul: $[(3 \cdot 4 + 4) \cdot 8 + 40] : 8$.
- 14 Alege rezultatul corect: $3^2 \cdot 129 : [(9 \cdot 2^{15})^2 : 2^{30} + 9^3 : 3^5 \cdot (18^2 + 6^2)]$. a) 3; b) 9; c) 1; d) 6.
- 15 Determină numărul natural n care verifică egalitatea: $1^n + n \cdot [(3^5)^2 - 3^{12} : 3^9 \cdot 3^7] = 2^0$.
- 16 Demonstrează că produsul câturilor împărțirilor numărului 12 la numerele 1, 2, 3, 4, 6 și 12 este dublul produsului dintre dublul lui 12 și triplul lui 12.
- 17 Oferă un exemplu de trei numere naturale al căror produs este egal cu produsul dintre primul număr mărit cu 5, al doilea număr mărit cu 1 și ultimul număr micșorat cu 5.
- 18 Spunem că un număr natural devine *gigant* dacă el se transformă în numărul cu 10 mai mare decât dublul său și că devine *colosal* dacă se transformă în numărul cu 6 mai mare decât ridicarea lui la puterea a treia.
- a) În ce număr se transformă 2 după ce devine *gigant*? Dar după ce devine *colosal*?
- b) Oferă un exemplu de număr care dacă devine *colosal* ar fi mai mare decât dacă ar fi devenit *gigant*.
- c) Oferă un exemplu de număr care dacă devine *gigant* ar fi mai mare decât dacă ar fi devenit *colosal*.

Problemă rezolvată

● $(2^7 + 2^8 + 2^9) : 2^5 = ?$

- Rezolvare: $(2^7 + 2^8 + 2^9) : 2^5 = 2^7 : 2^5 + 2^8 : 2^5 + 2^9 : 2^5 = 2^2 + 2^3 + 2^4 = 4 + 8 + 16 = 28$.

- 19 Calculează, după modelul de mai sus:

a) $(2^{10} + 2^{11} + 2^{12}) : 2^8$;

b) $(3^4 + 3^5 + 3^7) : 3^3$;

c) $(6^{13} + 6^{14} + 6^{15}) : 6^{12}$;

d) $(7^2 + 7^3 + 7^4) : 7^2$;

e) $(2^{2010} + 2^{2011} + 2^{2012} + 2^{2013} + 2^{2014}) : 2^{2008}$;

f) $(3^{195} + 3^{197}) : (3^{64})^3$.

- 20 Ioana și Răzvan au câte o bancnotă de 1 leu. Ei își imaginează că au puteri magice, astfel încât fiecare dintre ei poate să realizeze următoarele magii: Ioana își poate dubla numărul de bancnote, iar de fiecare dată când realizează acest lucru, ea mai creează încă 5 bancnote; în schimb, Răzvan își poate tripla numărul de bancnote, dar de fiecare dată când face această operație, pierde 2 bancnote. Cine va ajunge primul la 1 000 de lei după mai multe aplicări succesive ale trucurilor magice? Ce ai observat la magia lui Răzvan?



- 21 Unui număr natural i se pot aplica următoarele transformări: dacă el este par, atunci îl împărțim la 2, iar dacă el este impar, atunci îl mărim de 5 ori, după care îi mai adăugăm 13.
- a) Demonstrează că numărului 23 i se poate aplica un șir de transformări succesive astfel încât să obținem rezultatul final egal cu 1.
- b) Demonstrează că după un șir de transformări succesive, numărul 3 poate deveni din nou 3. Putem spune același lucru și despre numărul 7? Dar despre numărul 13?
- c) Putem ajunge printr-un șir de transformări de la numărul 65 536 la numărul 1?

METODE ARITMETICE DE REZOLVARE A PROBLEMELOR

6

MATEMATICA DE ZI CU ZI



Vei identifica numere naturale în contexte variate:

- vei identifica numere naturale într-o diagramă, într-un grafic sau într-un tabel care conține date referitoare la o situație practică;
- vei identifica o metodă aritmetică adecvată pentru rezolvarea unei probleme date.

Vei efectua calcule cu numere naturale folosind operațiile aritmetice și proprietățile acestora:

- vei efectua operații aritmetice cu numere naturale;
- vei reprezenta datele dintr-o problemă, în vederea aplicării unei metode aritmetice adecvate.

Vei utiliza reguli de calcul pentru efectuarea operațiilor cu numere naturale și pentru divizibilitate:

- vei modela probleme practice utilizând metode aritmetice.

Vei exprima în limbaj matematic unele proprietăți referitoare la comparații, aproximări, estimări și la operații cu numere naturale:

- vei exprima în limbaj matematic informații conținute în enunțul unor probleme;
- vei justifica estimarea rezultatelor unor calcule cu numere naturale.

Vei analiza situații date în care intervin numere naturale pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule:

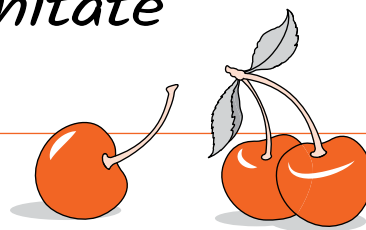
- vei stabili valoarea de adevăr a unui enunț matematic cu numere naturale, folosind metode aritmetice.

Vei modela matematic, folosind numere naturale, o situație dată, și vei rezolva problema obținută prin metode aritmetice și vei interpreta rezultatul:

- vei modela probleme practice utilizând metode aritmetice;
- vei formula probleme pe baza unei scheme sau reguli date și le vei rezolva prin metode aritmetice.

Metoda reducerii la unitate

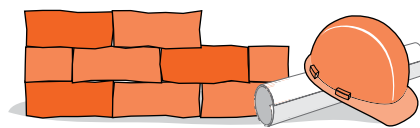
Observă și descoperă!



- 1 Ana a cumpărat 5 kg de cireșe, plătind 15 lei. Dacă Mihai dorește să cumpere 3 kg de cireșe de același fel, câți lei va trebui să plătească?

Cum gândesc?	Ce fac?	Cum scriu?
Citesc, cu atenție, enunțul problemei.	Identific și scriu matematic ceea ce cunosc.	5 kg15 lei
Dacă pentru 5 kg plătește 15 lei, atunci pentru 1 kg plătește de cinci ori mai puțin.	Calculez prețul unui kilogram de cireșe.	1 kg $15 : 5 = 3$ lei
Dacă pentru 1 kg plătește 3 lei, atunci pentru 3 kg plătește de trei ori mai mult.	Calculez câți lei va trebui să plătească Mihai.	3 kg $3 \cdot 3 = 9$ lei

- 2 24 de muncitori pot termina o lucrare în 6 zile. Câți muncitori ar fi necesari pentru a termina aceeași lucrare în 4 zile?



Cum gândesc?	Ce fac?	Cum scriu?
Citesc, cu atenție, enunțul problemei.	Identific și scriu matematic ceea ce cunosc.	6 zile24 de muncitori
Dacă lucrarea poate fi terminată în 6 zile de 24 de muncitori, atunci pentru ca lucrarea să fie terminată într-o singură zi este nevoie de un număr de muncitori de 6 ori mai mare.	Calculez numărul muncitorilor care pot termina lucrarea într-o zi.	1 zi $24 \cdot 6 = 144$ (muncitori)
Dacă lucrarea poate fi terminată într-o zi de 144 de muncitori, atunci pentru ca lucrarea să fie terminată în 4 zile ar fi necesari de patru ori mai puțini muncitori.	Determin câți muncitori ar fi necesari pentru a termina lucrarea în 4 zile.	4 zile $144 : 4 = 36$ (muncitori)

- 3 O cadă are capacitatea de 120 litri și este alimentată de două robinete. Funcționând separat, primul robinet poate umple cada în 20 de minute, iar al doilea robinet în 30 de minute. În cât timp se va umple cada, dacă vor funcționa în același timp, ambele robinete?

Cum gândesc?	Ce fac?	Cum scriu?
Dacă primul robinet are nevoie de 20 de minute pentru a umple 120 litri, atunci într-un minut umple de 20 de ori mai puțin.	Calculez câți litri de apă sunt în cadă, după ce primul robinet funcționează 1 minut.	$120 : 20 = 6$ (litri)
Dacă al doilea robinet are nevoie de 30 de minute pentru a umple 120 litri, atunci într-un minut umple de 30 de ori mai puțin.	Calculez câți litri de apă sunt în cadă, după ce al doilea robinet funcționează 1 minut.	$120 : 30 = 4$ (litri)
Dacă funcționează ambele robinete timp de 1 minut pot afla câți litri de apă sunt în cadă.	Calculez câți litri de apă sunt în cadă, după ce ambele robinete funcționează 1 minut.	$6 + 4 = 10$ (litri)
Dacă într-un minut în care funcționează ambele robinete am în cadă 10 litri, atunci, pentru a obține 120 litri, trebuie să determin de câte ori se cuprinde 10 în 120.	Calculez în cât timp se umple cada, dacă funcționează ambele robinete.	$120 : 10 = 12$ (minute)

Exersează!

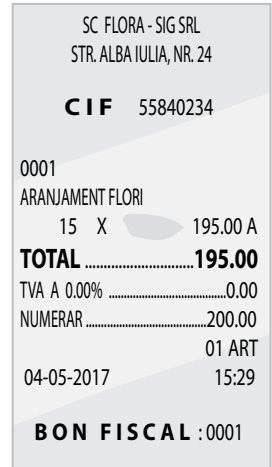
- 4 Observă imaginea și alege răspunsul corect.
Un litru de ulei costă: a) 4 lei; b) 5 lei; c) 6 lei; d) 8 lei.



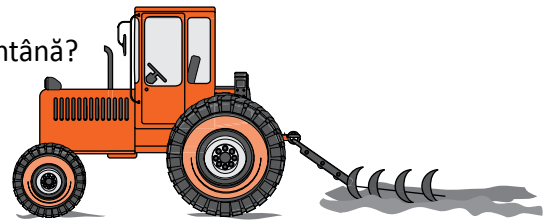
- 5 Citește afirmațiile de mai jos și scrie în căsuța alăturată **A**, dacă aceasta este adevărată sau **F**, dacă aceasta este falsă.

Dacă 3 kg de zahăr costă 9 lei, atunci 1 kg de zahăr costă 3 lei.	
Cu 10 lei cumpăr două înghețate la fel, fără să mai primesc rest. Atunci pentru o înghețată am plătit 4 lei.	
4 ciocolate cu lapte, de același fel, cântăresc 800 de grame. O singură ciocolată cântărește 150 de grame.	

- 6 În figura alăturată este prezentat un bon fiscal de pe care s-a șters prețul unui fir de floare. Determină prețul unui fir de floare.
- 7 Toți cei 24 de elevi ai clasei a V-a vor să meargă într-o excursie. Prețul total al excursiei este 1 080 lei. Câți lei plătește fiecare elev?
- 8 Dacă 24 caiete costă 48 de lei, cât costă 9 caiete de același fel? Dar 8 caiete?
- 9 Dacă 15 cărți costă 360 de lei, cât costă 8 cărți? Dar 30 de cărți?
- 10 Pentru confecționarea a 8 bluze sunt necesari 16 metri de pânză.
a) Câți metri de pânză sunt necesari pentru confecționarea a 14 bluze?
b) Câte bluze se pot confecționa cu 54 m de pânză?



- 11 Din 40 l de lapte se obțin 8 kg de smântână.
a) Câte kg de smântână se obțin din 60 l de lapte?
b) Câți litri de lapte sunt necesari pentru a obține 7 kg de smântână?
- 12 Dacă 20 de muncitori au executat 340 de piese, atunci:
a) câte piese vor executa 24 de muncitori?
b) câți muncitori sunt necesari pentru a executa 306 piese?



- 13 Cinci robinete cu același debit, care curg simultan, umplu un bazin de apă în 12 ore.
a) În cât timp vor umple bazinul de apă 12 robinete cu același debit?
b) Câte robinete cu același debit vor umple bazinul în 6 ore?
- 14 Știind că 30 de tractoare ară o suprafață de teren în 60 de ore, determină:
a) În cât timp ară aceeași suprafață 18 tractoare?
b) Câte tractoare vor ara aceeași suprafață în 90 de ore?

- 15 Un profesor de matematică compune 10 probleme în două ore. Cât îi va lua acestui profesor să compună 35 de probleme?

- 16 La o firmă de curierat, 27 de mașini consumă zilnic 675 l de motorină. În luna septembrie a anului trecut, 5 dintre cele 27 de mașini s-au stricat după ce au funcționat perfect 10 zile. Câți litri de motorină s-au consumat în acea lună?

- 17 Cei 300 de studenți ai unei facultăți consumă zilnic pe telefon 123 000 de MB de date mobile. Dacă 23 dintre ei își pierd telefonul, care va fi noul consum zilnic?

Metoda comparației



Observă și descoperă!

- 1 Cinci penare și trei caiete costă 64 de lei, iar două penare și trei caiete, de același fel, costă 31 de lei. Cât costă un penar și cât costă un caiet?

Cum gândesc?	Ce fac?	Cum scriu?
Citesc, cu atenție, enunțul problemei.	Identific și scriu pe două linii datele problemei.	$\begin{array}{r} 5 \text{ penare} \dots\dots 3 \text{ caiete} \dots\dots 64 \text{ lei} \\ 2 \text{ penare} \dots\dots 3 \text{ caiete} \dots\dots 31 \text{ lei} \end{array}$
Cum în ambele relații ne apar trei caiete, atunci înseamnă că diferența de bani a apărut pentru că există o diferență a numărului de penare.	Compar și calculez: <ul style="list-style-type: none"> diferența numărului de penare; diferența numărului de bani. 	$\begin{array}{r} 5 \text{ penare} \dots\dots 3 \text{ caiete} \dots\dots 64 \text{ lei} \\ 2 \text{ penare} \dots\dots 3 \text{ caiete} \dots\dots 31 \text{ lei} \\ \hline 3 \text{ penare} \dots\dots\dots\dots\dots\dots 33 \text{ lei} \\ \downarrow \qquad \qquad \qquad \qquad \downarrow \\ 5 - 2 = 3 \qquad \qquad \qquad 64 - 31 = 33 \end{array}$
Dacă 3 penare costă 33 de lei, atunci un penar costă de trei ori mai puțin.	Calculez prețul unui penar.	1 penar $33 : 3 = 11$ (lei)
Știu cât costă un penar, atunci două penare costă de două ori mai mult. Revin la a doua informație din textul problemei și calculez cât costă 3 caiete. Știu cât costă 3 caiete, atunci un caiet costă de trei ori mai puțin.	Determin prețul unui caiet.	$\begin{array}{r} 1 \text{ penar} \dots\dots\dots\dots\dots\dots 11 \text{ lei} \\ 2 \text{ penare} \dots\dots\dots\dots\dots\dots 11 \cdot 2 = 22 \text{ (lei)} \\ 2 \text{ penare} \dots\dots 3 \text{ caiete} \dots\dots\dots 31 \text{ (lei)} \\ \qquad \qquad \qquad 3 \text{ caiete} \dots\dots 31 - 22 = 9 \text{ (lei)} \\ \qquad \qquad \qquad 1 \text{ caiet} \dots\dots 9 : 3 = 3 \text{ (lei)} \end{array}$



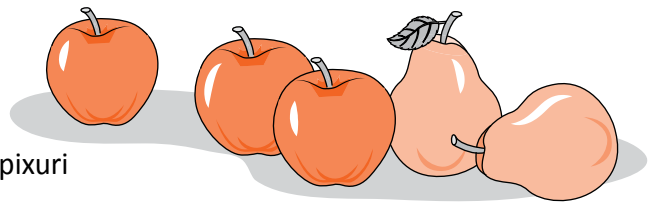
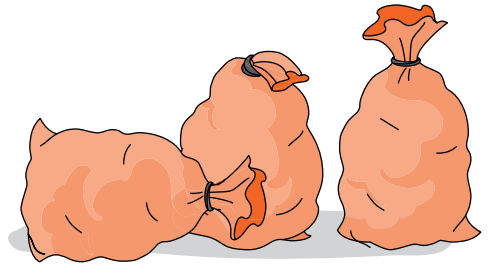
- 2 Patru kilograme de mere și trei kilograme de căpșune costă 30 de lei. Două kilograme de mere și 5 kilograme de căpșune costă 36 de lei. Cât costă un kilogram de mere și cât costă un kilogram de căpșune?

Cum gândesc?	Ce fac?	Cum scriu?
Citesc, cu atenție, enunțul problemei.	Identific și scriu pe două linii datele problemei.	$\begin{array}{r} 4 \text{ kg mere} \dots\dots 3 \text{ kg căpșune} \dots\dots 30 \text{ lei} \\ 2 \text{ kg mere} \dots\dots 5 \text{ kg căpșune} \dots\dots 36 \text{ lei} \end{array}$
De această dată trebuie să egalez kilogramele de mere sau de căpșune. Aleg merele deoarece pe al doilea rând sunt de două ori mai puțin.	Înmulțesc toate valorile numerice din al doilea rând cu 2.	$\begin{array}{r} 4 \text{ kg mere} \dots\dots 3 \text{ kg căpșune} \dots\dots 30 \text{ lei} \\ 4 \text{ kg mere} \dots\dots 10 \text{ kg căpșune} \dots\dots 72 \text{ lei} \end{array}$
Diferența de bani a apărut pentru că există o diferență a numărului de kilograme de căpșune.	Compar și calculez: <ul style="list-style-type: none"> diferența numărului de kilograme de căpșune; diferența numărului de bani. 	$\begin{array}{r} 4 \text{ kg mere} \dots\dots 3 \text{ kg căpșune} \dots\dots 30 \text{ lei} \\ 4 \text{ kg mere} \dots\dots 10 \text{ kg căpșune} \dots\dots 72 \text{ lei} \\ \hline \qquad \qquad \qquad 7 \text{ kg căpșune} \dots\dots 42 \text{ lei} \\ \qquad \qquad \qquad \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \\ 10 - 3 = 7 \qquad \qquad 72 - 30 = 42 \end{array}$
Dacă 7 kg căpșune costă 42 de lei, atunci un kilogram de căpșune costă de șapte ori mai puțin.	Calculez prețul unui kilogram de căpșune.	1 kg căpșune $42 : 7 = 6$ (lei)
Știu cât costă un kilogram de căpșune, atunci 5 kg căpșune costă de cinci ori mai mult. Revin la a doua informație din textul problemei și calculez cât costă 2 kg mere. Știu cât costă 2 kg mere, atunci un kilogram de mere costă de două ori mai puțin.	Calculez prețul unui kilogram de mere.	$\begin{array}{r} 1 \text{ kg căpșune} \dots\dots 6 \text{ (lei)} \\ 5 \text{ kg căpșune} \dots\dots 6 \cdot 5 = 30 \text{ (lei)} \\ 2 \text{ kg mere} \dots\dots 5 \text{ kg căpșune} \dots\dots 36 \text{ (lei)} \\ 2 \text{ kg mere} \dots\dots\dots 36 - 30 = 6 \text{ (lei)} \\ 1 \text{ kg mere} \dots\dots\dots 6 : 2 = 3 \text{ (lei)} \end{array}$



Exersează!

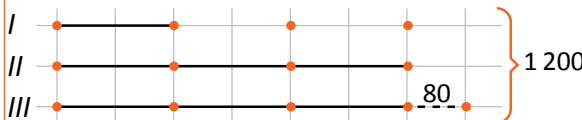
- 3 Încercuiește răspunsul corect.
O carte și un caiet costă 10 lei, iar o carte și două caiete costă 12 lei. Un caiet costă: a) 3 lei; b) 2 lei; c) 1 leu; d) 5 lei.
- 4 Două caiete de matematică și două caiete de desen costă 12 lei, iar două caiete de matematică și trei caiete de desen costă cu doi lei mai mult.
a) Câți lei costă un caiet de desen?
b) Câți lei costă un caiet de matematică?
c) Care este numărul maxim de caiete care se pot cumpăra cu 9 lei?
- 5 18 saci cu grâu și 20 de saci cu porumb cântăresc 1 440 kg, iar 24 de saci cu grâu și 20 de saci cu porumb cântăresc 1 620 kg.
a) Cât cântărește un sac cu grâu?
b) Cât cântărește un sac cu porumb?
- 6 Pentru 6 m de pânză și 15 m de stofă s-au plătit 570 de lei, iar pentru 7 m de pânză și 10 m de stofă s-au plătit 440 de lei.
a) Cât costă un metru de pânză?
b) Cât costă un metru de stofă?
- 7 Într-o zi, 8 băieți și 4 fete au cules 100 kg de cireșe. A doua zi, 18 băieți și 11 fete au cules 235 kg de cireșe.
a) Câte kilograme de cireșe culege o fată într-o zi?
b) Câte kilograme de cireșe culege un băiat într-o zi?
- 8 Pentru o bibliotecă s-au cumpărat 8 dulapuri, 16 mese și 64 de scaune și s-au plătit în total 39 744 de lei. Apoi s-au cumpărat 6 dulapuri, 12 mese și 18 scaune de același tip și s-au plătit în total 23 328 de lei.
a) Cât costă un scaun?
b) Cât costă împreună un dulap și două mese?
c) Cât costă împreună 5 dulapuri, 10 mese și 64 de scaune?
- 9 10 saci de cartofi, 15 saci de făină și 20 de saci de orez cântăresc 700 de kg, iar 8 saci de cartofi, 12 saci de făină și 24 de saci de orez cântăresc 680 kg.
a) Cât cântărește un sac de orez?
b) Cât cântăresc împreună 13 saci de cartofi, 17 saci de făină și 19 saci de orez, dacă un sac de cartofi împreună cu un sac de orez cântăresc 40 kg?
- 10 5 kg de mere și 4 kg de pere costă 39 de lei, iar 7 kg de mere și 8 kg de pere costă 69 de lei.
a) Cât costă 1 kg de mere?
b) Cât costă 1 kg de pere?
c) Cât costă 11 kg de mere și 13 kg de pere?
- 11 7 caiete și 11 pixuri costă 186 de lei, iar 11 caiete și 19 pixuri costă 318 de lei. Cât costă un caiet și cât costă un pix?
- 12 Pentru 2 kg de mere, 3 kg de pere și 5 kg de gutui s-a plătit 43 de lei. Pentru 3 kg de mere, 5 kg de pere și 2 kg de gutui, de aceeași calitate, s-a plătit 39 de lei. Cât costă un kilogram de mere, unul de pere și unul de gutui, dacă pentru 5 kg de mere, 2 kg de pere și 3 kg de gutui s-a plătit 38 de lei?




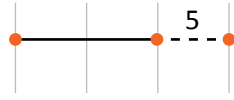
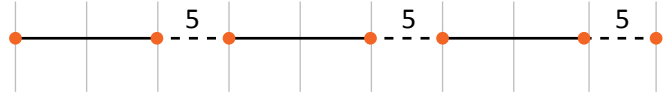
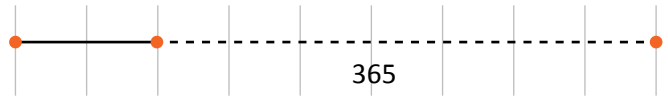
Metoda figurativă

Observă și descoperă!

- 1 Suma a trei numere naturale este 1 200. Determină numerele știind că al doilea număr este de trei ori mai mare decât primul și cu 80 mai mic decât al treilea.

Cum gândesc?	Ce fac?	Cum scriu?
Reprezint primul număr pentru că „al doilea număr este de trei ori mai mare decât primul”, iar al treilea este cu 80 mai mare decât al doilea.	Identific și reprezint numerele prin segmente.	
7 părți egale și încă 80 reprezintă împreună numărul 1 200.	Identific datele de pe figură, determin numărul părților egale și care este suma lor.	$7p = 1\,200 - 80$ $7p = 1\,120$
Dacă 7 părți de aceeași mărime reprezintă numărul 1 120, atunci o parte este de șapte ori mai mică.	Calculez cât înseamnă o parte.	$p = 1\,120 : 7$ $p = 160$
„O parte” reprezintă primul număr. Al doilea număr este de trei ori mai mare decât primul. Al treilea număr e cu 80 mai mare decât al doilea.	Interpretez rezultatul și determin numerele.	Primul număr este 160. Al doilea număr este $160 \cdot 3 = 480$. Al treilea număr este $480 + 80 = 560$.

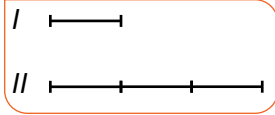
- 2 Diferența a două numere naturale este egală cu 365, iar primul număr adunat cu 5 este de trei ori mai mic decât al doilea număr. Determină cele două numere.

Cum gândesc?	Ce fac?	Cum scriu?
Reprezint primul număr deoarece al doilea este exprimat cu ajutorul său.	Reprezint primul număr.	
Știu că primul număr adunat cu 5 este de trei ori mai mic decât al doilea număr.	Reprezint primul număr adunat cu 5.	
Al doilea număr este de trei ori mai mare decât primul număr adunat cu 5.	Reprezint al doilea număr.	
Știu că diferența celor două numere naturale este egală cu 365.	Reprezint informația referitoare la diferența celor două numere.	
Observând ultimele două reprezentări constat că 365 este de două ori primul număr la care se adaugă 15.	Determin primul număr.	$(365 - 15) : 2 = 175$
Observ ultima reprezentare.	Determin al doilea număr.	$175 + 365 = 540$

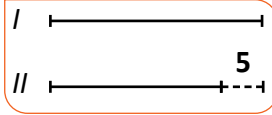
Exersează!

3 Asociază fiecărui enunț desenul corespunzător:

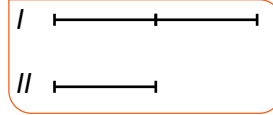
Al doilea număr este cu 7 mai mare decât primul



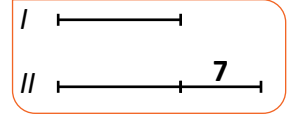
Al doilea număr este cu 5 mai mic decât primul



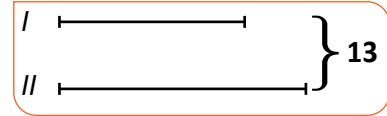
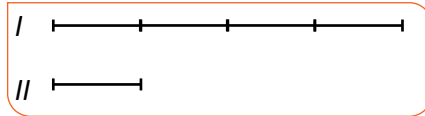
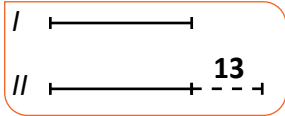
Al doilea număr este de trei ori mai mare decât primul



Al doilea număr este de două ori mai mic decât primul



4 Asociază fiecare desen cu enunțul corespunzător:



Primul număr este de patru ori mai mare decât al doilea

Suma a două numere naturale este 13

Diferența a două numere naturale este 13

Al doilea număr este de 13 ori mai mare decât primul

5 Determină două numere naturale, știind că al doilea este de 6 ori mai mare decât primul, iar suma dintre dublul primului număr și triplul celui de-al doilea este egală cu 1 220.

6 Suma a trei numere naturale este 570. Dacă din fiecare se scade același număr, se obțin numerele 24, 63 și 156. Determină cele trei numere.

Problemă rezolvată

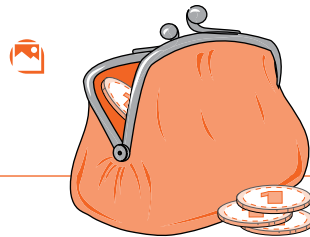
• Dacă într-o sală de clasă se așază câte doi elevi într-o bancă, rămân 5 elevi în picioare, iar dacă se așază câte trei rămân 5 bănci libere. Câți elevi și câte bănci sunt în sală?

• Rezolvare:

Cum gândesc și ce fac	Cum desenez și cum scriu
Desenez situația „câte doi elevi într-o bancă, rămân 5 elevi în picioare”.	<p>Am pus puncte de suspensie între reprezentarea băncilor pentru că nu știu câte sunt.</p>
Desenez situația „câte trei rămân 5 bănci libere”.	
Câți elevi stau în picioare în a doua situație?	Cei 5 de la prima situație și cei 10 pe care i-am ridicat din cele 5 bănci libere, în total 15 elevi.
Observ prima situație. Am deja în fiecare bancă 2 elevi. Mai trebuie să adaug câte un elev în fiecare bancă.	Cei 15 elevi se vor distribui în 15 bănci. Am 15 bănci ocupate cu câte 3 elevi și niciun elev în picioare. În concluzie am $15 \cdot 3 = 45$ (elevi). Am 15 bănci ocupate și 5 libere, în total $15 + 5 = 20$ (bănci).

7 Dacă așez pe fiecare pagină a unui clasor câte 6 timbre rămân cu 6 timbre neașezate în clasor. Dacă pun câte 8 timbre pe o pagină rămân cu o pagină goală. Câte timbre am și câte pagini are clasorul?

Metoda mersului invers



Observă și descoperă!

1 Completează, oral, spațiile punctate folosind cuvintele potrivite:

Mihai are cu 20 de lei mai mult decât Ana.	Ana are cu 20 de lei mai decât Mihai.
Mihai are cu 15 lei mai puțin decât Ana.	Ana are cu 15 lei mai decât Mihai.
Mihai are de cinci ori mai multe creioane decât Ana.	Ana are de cinci ori mai creioane decât Mihai.
Mihai are de trei ori mai puține creioane decât Ana.	Ana are de trei ori mai creioane decât Mihai.

2 Barbu are o sumă de bani de două ori mai mare decât Ana. Carmen are cu 70 de lei mai puțin decât Barbu, iar Dinu are o sumă de bani de treizeci și șapte de ori mai mică decât Carmen. Ce sumă de bani are fiecare, dacă Dinu are 16 lei? Problema se poate așeza astfel:

Barbu are o sumă de bani de două ori mai mare decât Ana.

Carmen are cu 70 de lei mai puțin decât Barbu.

Dinu are o sumă de bani de treizeci și șapte de ori mai mică decât Carmen.

Dinu are 16 lei.

Ana → Barbu → Carmen → Dinu

Așa cum spune și numele metodei (mersul invers) putem inversa sensul săgeților. În această situație se modifică și afirmațiile. Figura următoare arată cum se modifică aceste afirmații și cum se află suma de bani a fiecărui copil.

Ana ← Barbu ← Carmen ← Dinu

$$662 : 2 = 331 \text{ (lei)}$$

$$592 + 70 = 662 \text{ (lei)}$$

$$16 \cdot 37 = 592 \text{ (lei)}$$

Dinu are 16 lei

Ana are o sumă de două ori mai mică decât Barbu.

Barbu are cu 70 de lei mai mult decât Carmen.

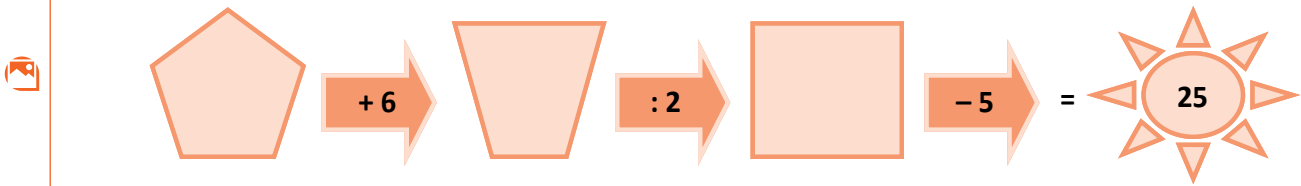
Carmen are o sumă de bani de treizeci și șapte de ori mai mare decât Dinu.

3 Determină numărul x din egalitatea: $[(3 \cdot x - 17) : 5 + 10] \cdot 7 = 777$.

Cum gândesc?	Ce fac?	Cum scriu?
Ultima operație care trebuie efectuată este înmulțirea cu 7. Folosind mersul invers, valoarea parantezei pătrate este de șapte ori mai mică decât 777.	Determin valoarea parantezei pătrate.	$[(3 \cdot x - 17) : 5 + 10] \cdot 7 = 777$ $[(3 \cdot x - 17) : 5 + 10] = 777 : 7$
Ultima operație care trebuie efectuată este adunarea cu 10. Folosind mersul invers, paranteza rotundă împărțită la 5 este cu 10 mai mică decât 111.	Determin valoarea parantezei rotunde împărțită la 5.	$(3 \cdot x - 17) : 5 + 10 = 111$ $(3 \cdot x - 17) : 5 = 111 - 10$
Ultima operație care trebuie efectuată este împărțirea la 5. Folosind mersul invers, paranteza rotundă este de cinci ori mai mare decât 101.	Determin valoarea parantezei rotunde.	$(3 \cdot x - 17) : 5 = 101$ $(3 \cdot x - 17) = 101 \cdot 5$
Ultima operație care trebuie efectuată este scăderea lui 17. Folosind mersul invers, triplul lui x este cu 17 mai mare decât 505.	Determin valoarea lui $3 \cdot x$.	$3 \cdot x - 17 = 505$ $3 \cdot x = 505 + 17$
Ultima operație care trebuie efectuată este înmulțirea lui 3 cu x . Folosind mersul invers, numărul x este de trei ori mai mic decât 522.	Determin valoarea lui x .	$3 \cdot x = 522$ $x = 522 : 3$ $x = 174$

Exersează!

- 4 Scrie în interiorul fiecăreia dintre figurile de mai jos numărul potrivit astfel încât, efectuând calculele indicate de săgeți, să obții 25:







- Compune o problemă care să se rezolve pe baza schemei de mai sus.
- 5 Un turist parcurge un traseu în trei zile. În a doua zi a parcurs o distanță de cinci ori mai mare decât în prima zi. În a treia zi a parcurs cu 5 km mai mult decât în ziua a doua, adică 30 km. Ce lungime a avut traseul?
- 6 Cât este numărul natural x din relația: $(2 \cdot x - 30) : 15 + 15 = 315$?
- 7 Andrei are o sumă de bani cu 387 de lei mai mare decât dublul sumei de bani pe care o are Ana. Ce sumă de bani are Ana, dacă Andrei are 579 de lei?
- 8 Triplul numărului de pokemoni pe care i-a prins Mihai este cu 165 mai mic decât numărul pokemonilor vânați de Dan. Câți pokemoni a vânat Mihai, dacă Dan a vânat 297 de pokemoni?
- 9 Determină numărul natural x din relația următoare:
 $[(x : 4 + 5) : 6 + 10] : 10 + 3 = 13$
- 10 Radu se gândește la un număr. Îl împarte la 3, din rezultat scade 1, apoi împarte noul rezultat la 3. La ultimul rezultat adună 5 și obține 61. La ce număr s-a gândit Radu?
- 11 Mihai a primit o sumă de bani de la bunicii săi. El și-a cumpărat o chitară de 1 200 de lei, apoi a mai completat contul cu suma de 300 de lei, după care banca i-a oprit 5 lei taxă pentru administrarea contului. Dacă el mai are acum în cont 1 995 de lei, ce sumă de bani a primit de la bunicii săi, având în vedere că nu avea niciun ban în cont până la primirea acestei sume de bani.
- 12 Numărul de angajați ai unei firme se dublează o dată la cinci ani. Știind că această firmă are o vechime de 25 de ani, iar acum sunt angajați 3 520 de angajați, câți angajați erau la început?
- 13 Dumitru a împrumutat de la o bancă o sumă de bani pentru a-și cumpăra un apartament. El va fi nevoit să plătească 216 000 de lei pe o durată de 30 de ani. Știind că în fiecare lună el va plăti 100 de lei dobânda la bancă, află care va fi rata lunară și care a fost suma împrumutată.
- 14 Ana parcurge un traseu în trei etape. În prima etapă parcurge jumătate din traseu și încă 1 km. În a doua etapă parcurge jumătate din ce i-a rămas și încă 1 km. În etapa a treia parcurge jumătate din cât i-a mai rămas și ultimul kilometru. Ce lungime are traseul?
- 15 Mihai are de parcurs un traseu în patru zile. În prima zi merge cu 1 km mai puțin decât jumătate din traseu. A doua zi parcurge cu 1 km mai puțin decât jumătate din traseul rămas. A treia zi merge cu 1 km mai puțin decât jumătate din ce i-a rămas, iar în ziua a patra parcurge ultimii 6 km. Ce lungime are traseul?



Metoda falsei ipoteze

Observă și descoperă!

- 1 Mihai are 80 de lei în bancnote de 5 lei și bancnote de 10 lei, în total 12 bancnote. Câte bancnote sunt de 5 lei și câte bancnote sunt de 10 lei?

<p>Presupunem (pornim de la ipoteza falsă) că suma respectivă este formată numai cu bancnote de 5 lei.</p>		$5 \cdot 12 = 60 \text{ (lei)}$
<p>Mihai are și bancnote de 10 lei.</p>	<p>Suma obținută dacă toate bancnotele ar fi de 5 lei este diferită de suma dată în problemă.</p>	$80 - 60 = 20 \text{ (lei)}$
<p>Cu cât valorează mai mult o bancnotă de 10 lei decât una de 5 lei?</p>		$10 - 5 = 5 \text{ (lei)}$
<p>Câte bancnote de 5 lei trebuie înlocuite cu bancnote de 10 lei?</p>		$20 : 5 = 4$ (bancnote de 10 lei)
<p>Câte bancnote de 5 lei are Mihai?</p>		$12 - 4 = 8$ (bancnote de 5 lei)

În concluzie, Mihai are 4 bancnote de 10 lei și 8 bancnote de 5 lei.

- 2 Suma a cinci numere naturale nenule este 14. Arată că cel puțin două dintre numere sunt egale.

Presupun (falsa ipoteză) că toate numerele sunt distincte și calculez suma celor mai mici numere posibile. Deoarece numerele sunt nenule, vom începe de la 1.	$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$
Suma obținută (cea mai mică posibilă în condițiile ipotezei false că numerele sunt distincte și nenule) este mai mare decât suma dată în problemă.	$15 - 14 = 1$
Unul dintre numere trebuie micșorat cu 1. Pe 1 nu îl pot micșora; obțin 0 și numerele nu mai sunt nenule. Micșorând oricare dintre celelalte numere obțin două numere egale.	Cel puțin două numere sunt egale.

Exersează!

- 3 Ana are 25 de euro în monede de 2 euro și bancnote de 5 euro. Câte monede are Ana, dacă în total are 8 bancnote și monede?
- 4 Într-un bloc de locuințe sunt 20 de apartamente cu două sau cu patru camere, în total 64 de camere. Câte apartamente au două camere și câte apartamente au patru camere?
- 5 Suma a 6 numere naturale nenule diferite este 30. Arată că cel puțin unul dintre numere este 1 sau 4.

Problemă rezolvată

- Ana participă la un concurs de tras cu arcul. Pentru fiecare săgeată care lovește ținta primește 3 puncte, iar pentru fiecare săgeată care nu lovește ținta i se scad 2 puncte. Câte săgeți au lovit ținta dacă Ana a tras 10 săgeți și a obținut 20 de puncte?

- **Rezolvare:** Presupunem că toate săgețile au lovit ținta.

$$10 \cdot 3 = 30 \text{ (puncte)}$$

Avem o diferență între punctajul obținut de Ana și presupunerea făcută.

$$30 - 20 = 10 \text{ (puncte)}$$

De unde vine diferența? La fiecare săgeată care nu atinge ținta, Ana pierde cele 3 puncte care i s-ar fi acordat dacă lovea ținta și încă 2 puncte, cele care se scad.

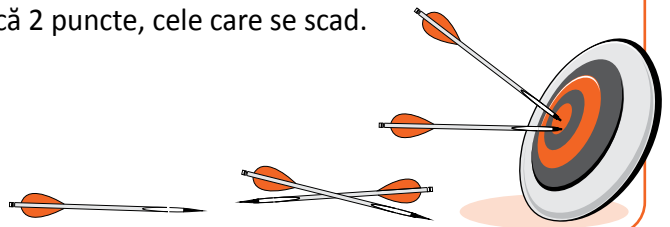
$$3 + 2 = 5 \text{ (puncte)}$$

Câte săgeți nu au lovit ținta?

$$10 : 5 = 2 \text{ (săgeți)}$$

Câte săgeți au lovit ținta?

$$10 - 2 = 8 \text{ (săgeți)}$$



- 6 Mihai rezolvă toate cele 10 probleme ale unui test. Pentru fiecare problemă rezolvată corect primește 5 puncte, iar pentru fiecare problemă rezolvată greșit i se scad 3 puncte. Câte probleme a rezolvat corect Mihai, dacă a obținut 26 de puncte?

- 7 Se consideră la întâmplare trei numere naturale a , b , c și se calculează $a + b$, $b + c$, $c + a$. Arată că cel puțin unul dintre numerele $a + b$, $b + c$, $c + a$ este număr par.

- 8 În șapte cutii am 48 de bile albe, roșii, galbene și verzi. Știind că în fiecare cutie am bile de toate culorile, arată că există două cutii cu același număr de bile.

Autoevaluare Completează în fișa ta enunțurile:

- a) Metoda de rezolvare preferată a fost b) La metoda reducerii la unitate, mi s-a părut interesant să
— c) La metoda falsei ipoteze, mi s-a părut interesant să c) Mi-a fost ușor să
— d) Mi-a fost dificil să e) Domnul profesor/doamna profesoară mă poate ajuta cu

Recapitulare

- 1 Știind că 18 kg de mere costă 54 de lei, cât costă 5 kg de mere, de același fel?
- 2 Știind că 12 mingi costă 180 de lei, câte mingi, de același fel, pot cumpăra cu 105 lei?
- 3 Două robinete identice care curg simultan umplu un bazin în 9 ore. În cât timp pot umple același bazin 6 robinete identice cu primele, care curg simultan?
- 4 Completează un tabel asemănător celui de mai jos:

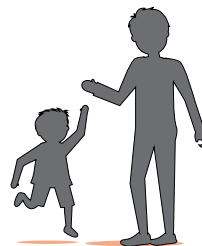
Număr de caiete	Prețul (exprimat în lei)
32	128
24	
	436
50	
	56

- 5 Știind că 32 de muncitori pot termina o lucrare în 50 de zile, completează un tabel asemănător celui de mai jos:

Număr de muncitori	Numărul de zile
20	
	40
8	
	64

- 6 Tatăl și fiul său au împreună 56 de ani. Tatăl este de trei ori mai în vârstă decât fiul.

- a) Care este vârsta fiului?
- b) Peste câți ani tatăl va fi de două ori mai în vârstă decât fiul?



- 7 Diferența a două numere naturale este egală cu 305. Determină cele două numere știind că împărțind pe cel mai mare la cel mai mic obținem câtul 7 și restul 5.

- 8 Ana și Mihai au împreună 2 017 lei. Dacă Ana ar cheltui 7 lei, atunci suma de bani cu care rămâne este de patru ori mai mare decât suma de bani pe care o are Mihai. Câți lei are fiecare?

- 9 Mihai și Andrei au împreună 2 000 de lei. După ce Mihai a cheltuit 293 de lei și Andrei a cheltuit 431 de lei, ei constată că au rămas cu sume egale de bani. Ce sumă de bani a avut fiecare?

- 10 Ana și Maria au împreună 40 de troli de jucărie. Dacă Ana i-ar da Mariei 6 troli, atunci ar avea fiecare același număr de troli. Câți troli are fiecare?

- 11 Suma a două numere naturale este 630. Împărțind numărul mai mare la numărul mai mic se obține câtul 2 și restul 96. Determină numerele.

- 12 Radu are o pușculiță fermecată. De câte ori deschide capacul pușculiței, numărul talerilor din cutie se dublează. Radu deschide capacul o dată pe zi. Câți taleri au fost la început în cutie, dacă după o săptămână (7 zile), în pușculiță erau 1 536 de taleri?



- 13 Ana citește o carte. A doua zi a citit de șapte ori mai multe pagini decât în prima zi. În ziua a treia a citit cu 7 pagini mai puțin decât în ziua a doua. A patra zi a citit de șapte ori mai puține pagini decât în ziua a treia. În ziua a cincea a citit 20 de pagini, ceea ce înseamnă cu 7 pagini mai mult decât în ziua a patra. Câte pagini a citit Ana din carte în cele cinci zile?



- 14 O cetate are patru turnuri. Comandantul gărzii merge cu un grup de străjeri să instaleze gărzile în fiecare turn. La primul turn a lăsat jumătate din străjeri. La al doilea turn a lăsat jumătate din străjerii pe care îi mai avea cu el. La fel a procedat la turnurile al treilea și al patrulea. Cu câți străjeri a plecat comandantul dacă s-a întors la camera gărzilor cu un străjer? Câți străjeri a lăsat la fiecare turn?

- 15 Determină numărul natural x din egalitatea: $\{(x - 8) \cdot 7 + 6 - 5\} - 4 \cdot 3 - 2 = 10$.

- 16 Un număr natural se mărește cu 5, apoi rezultatul se mărește de cinci ori. Noul rezultat se micșorează cu 5, apoi se micșorează de cinci ori. În final se obține numărul 5. Determină numărul de la care am pornit.

- 17 Într-o poieniță erau 17 viețuitoare ale pădurii: urși, lupi și cocoși de munte. Numărul lupilor era de trei ori mai mare decât numărul urșilor. Câți cocoși de munte, câți lupi și câți urși erau în poieniță, dacă am numărat 58 de picioare?

- 18 La o serbare școlară s-au vândut bilete la prețul de 4 lei și de 6 lei. În total, pentru 400 de bilete s-au încasat 1 950 de lei. Câte bilete din fiecare categorie au fost vândute?

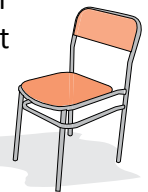
- 19 În 10 cutii sunt 94 de bile. Știind că în fiecare cutie sunt cel puțin 5 bile, arată că există cel puțin două cutii cu același număr de bile.

- 20 Suma vârstelor celor 101 dalmațieni este 1 002 luni. Arată că cel puțin un dalmațian are vârsta exprimată printr-un număr par de luni.



- 21 Ionuț dorește să își achiziționeze 50 de pixuri. Prietenii săi, Alex și Dragoș, și-au cumpărat deja pixuri din magazine diferite, dar de același tip, iar Ionuț nu știe de unde ar fi mai avantajos să cumpere. Dacă Alex a cumpărat 12 pixuri și a plătit 144 de lei, iar dacă Dragoș a cumpărat 27 de pixuri și a plătit 351 de lei, ce sfat îi poți oferi lui Ionuț? Câți bani va cheltui Ionuț?

- 22 Andrei, Radu și Sorin joacă același joc, fiecare pe telefonul său. Știind că Radu a obținut un scor de două ori mai mare decât scorul lui Andrei, iar Andrei a obținut un scor cu 16 mai mic decât cel al lui Sorin, cine a obținut cel mai mare scor, dacă Sorin a obținut scorul de 23?



- 23 12 mese, 18 scaune și 21 de dulapuri costă 39 603 lei, iar 20 de mese, 31 de scaune și 35 de dulapuri costă 66 055 lei. Care este prețul unui scaun?

- 24 Spunem că un număr natural este *minunat* dacă restul împărțirii la 3 a diferenței dintre acel număr și 3 este 0. Spunem că un număr natural este *extraordinar* dacă restul împărțirii la 15 a diferenței dintre acel număr și 15 este 0.


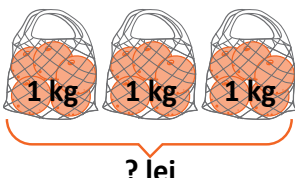
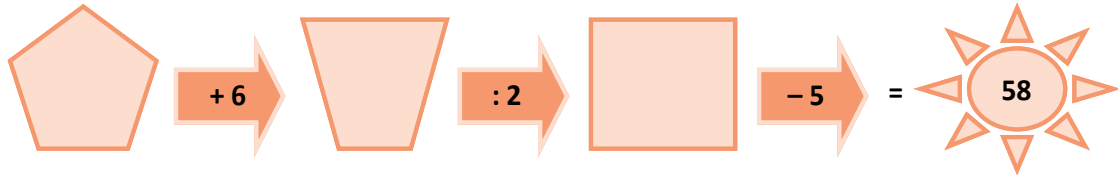
- Care este cel mai mare număr minunat de două cifre?
- Care este cel mai mare număr extraordinar de trei cifre?
- Care este cel mai mic număr minunat de patru cifre?
- Oferă un exemplu de număr minunat, care nu este extraordinar.

- 25 Spunem că un număr natural a este de b ori *magic* dacă restul împărțirii la produsul tuturor numerelor naturale nenule mai mici sau egale cu b a sumei dintre a și suma tuturor numerelor naturale nenule mai mici sau egale cu b este 0. Care este cel mai mic număr de 3 ori magic? Dar de 5 ori magic? Dar de 6 ori magic?

Evaluare

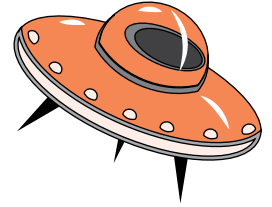
Timp de lucru: 50 de minute



10p	Din oficiu
10p	<p>1. Observă imaginea de mai jos și încercuiește răspunsul corect.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>20 lei</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>? lei</p> </div> </div> <p>Pentru 3 kg de portocale se plătesc: a) 15 lei; b) 10 lei; c) 12 lei; d) 11 lei.</p>
10p	<p>2. Citește problema și încercuiește răspunsul corect: Pentru 2 bilete la film și 3 bilete la teatru plătesc 90 de lei, iar pentru 4 bilete la film și 3 bilete la teatru plătesc 120 de lei. Care este prețul unui bilet la film? a) 30 lei b) 15 lei c) 10 lei</p>
10p	<p>3. Citește problema și încercuiește răspunsul corect: Dacă vârsta tatălui este de trei ori mai mare decât vârsta copilului, iar împreună au 48 de ani, află vârsta copilului. a) 24 ani b) 16 ani c) 12 ani</p>
10p	<p>4. Scrie în interiorul fiecărui poligon numărul potrivit astfel încât, efectuând calculele indicate de săgeți, să obții 58.</p> <div style="text-align: center;">  </div>
10p	<p>5. Într-o curte sunt găini și porci. Dacă numărul capetelor este 6, iar numărul picioarelor este 16, află numărul găinilor din curte.</p>
10p	<p>6. Observă bonurile de mai jos.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; width: 150px;"> <p style="text-align: center; margin: 0;">BON FISCAL</p> <p>MERE 2 kg x _____</p> <p>PERE 4 kg x _____</p> <p>TOTAL 28 lei</p> </div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; width: 150px;"> <p style="text-align: center; margin: 0;">BON FISCAL</p> <p>MERE 5 kg x _____</p> <p>PERE 3 kg x _____</p> <p>TOTAL 35 lei</p> </div> </div> <p>Determină prețul unui kilogram de mere și al unui kilogram de pere.</p>
10p	<p>7. Ana și Mihai au împreună 1 000 de lei. Dacă Ana primește încă 40 de lei, iar Mihai cheltuiește 20 de lei, atunci cei doi vor avea sume egale de bani. Câți lei a avut fiecare?</p>
10p	<p>8. Determină numărul natural x din egalitatea: $[(x \cdot 2 + 3) \cdot 4 : 5 + 6] + 7 - 8 = 9$</p>
10p	<p>9. Suma a 10 numere naturale nenule diferite este 76. Arată că cel puțin unul dintre numere este pătratul unui număr natural.</p>

Exersezi și progresezi!

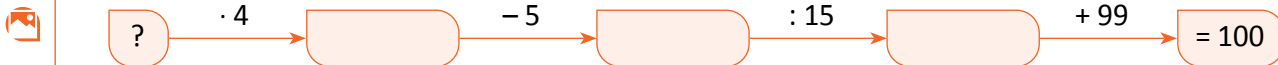
- Ana a cumpărat 15 caiete, unele cu 2 lei, altele cu 4 lei bucata. Câte caiete, de fiecare fel a cumpărat Ana, dacă pentru toate caietele a plătit 44 de lei?
- Marțienii au 4 sau 6 antene. Într-o navetă spațială am numărat 23 de marțieni cu 100 de antene. Câți marțieni cu 4 antene sunt în navetă?
- Suma a cinci numere naturale este 1 016. Arată că cel puțin unul dintre numere este mai mare decât 203.
- Determină numărul natural a din egalitatea $(78 \cdot 10 + a) : 750 - 318 = 457$
- Suma de 165 de lei a fost plătită cu 23 de bancnote de 5 lei sau 10 lei. Câte bancnote de 5 lei și câte bancnote de 10 lei au fost folosite?



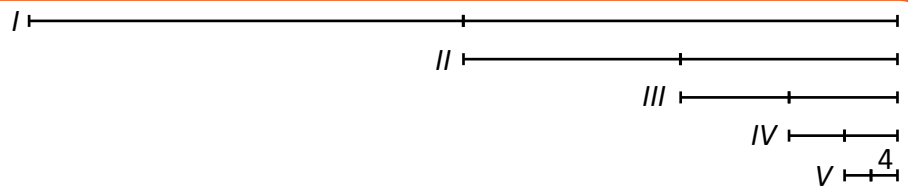
- Radu a cumpărat cu 40 de lei, în total, 12 caiete și pixuri. Câte caiete și câte pixuri a cumpărat Radu, dacă un caiet costă 3 lei, iar un pix 5 lei?
- Pentru 3 mingi și 2 mașinuțe s-ar plăti 65 de lei. Pentru 4 mingi și o mașinuță s-ar plăti 70 de lei. Câți lei s-ar plăti pentru 2 mingi și 3 mașinuțe?
- Pentru 5 câni și 7 farfurii se plătește 117 lei. Pentru 3 câni și 5 farfurii se plătește 79 de lei. Cât se plătește pentru o cană? Dar pentru o farfurie?



- Calculează valoarea lui x din egalitatea $3 + 2 \cdot (x : 4 - 12) = 9$. Formulează o problemă pe baza exercițiului dat.
- Formulează o problemă după schema de mai jos, apoi rezolvă problema, folosind metoda potrivită.



- Determină numărul natural x din egalitatea $24 + [29 - 2 \cdot (x + 1)] = 33$. Formulează o problemă pe baza exercițiului dat.
- Formulează o problemă pe baza reprezentării grafice alăturate.



- Determină numărul natural x din egalitatea $6 - 5 : [4 - 3 : (2 - 2 : x)] = 1$. Formulează o problemă pe baza exercițiului dat.
- Ieri am cheltuit o treime din suma de bani pe care o aveam și încă 60 de lei. Astăzi am cheltuit cu 20 de lei mai puțin decât jumătate din suma rămasă. Am numărat restul de bani și am constatat că mai am 80 de lei. Câți lei aveam ieri, înainte de a începe să cheltuiesc?
- Însumând jumătatea, sfertul și optimea unui număr obținem 224. Care este numărul?
- Ana, Radu, Mihai și Mara au împreună 1 210 de lei. Ana cheltuiește 10 lei. Radu își mărește suma de bani de 10 ori. Mihai mai primește 10 lei. Mara își micșorează suma de bani de 10 ori. În acest fel sumele lor de bani devin egale. Ce sumă de bani a avut fiecare?

- 17 Determină numărul a din egalitatea $1\ 625 : [(11 \cdot a - 4) : 13 - 5] = 13$. Formulează o problemă pe baza exercițiului dat.
- 18 Radu, Ana și Mara au împreună 100 de lei. Radu și Ana au cu 30 de lei mai mult decât diferența dintre sumele lor de bani. Ana și Mara au cu 20 de lei mai puțin decât Radu. Ce sumă de bani are fiecare?
- 19 Într-o clasă sunt 25 de elevi. Dacă pleacă doi băieți și vin 3 fete, atunci numărul băieților este egal cu numărul fetelor. Câți băieți și câte fete sunt în clasă?
- 20 Mara, Ana și Radu au citit împreună 1 320 de pagini din trei cărți. Ana a citit de două ori mai mult decât Mara, iar Mara a citit cât diferența dintre numărul de pagini citite de Radu și numărul de pagini citite de Ana. Câte pagini a citit fiecare?
- 21 Pe două rafturi sunt 100 de cărți în total. După ce de pe primul raft s-au vândut 21 de cărți, iar de pe al doilea raft s-au vândut 16 cărți, pe al doilea raft a rămas un număr dublu de cărți față de cele rămase pe primul raft. Câte cărți au fost la început pe fiecare raft?
- 22 Ana, Radu și Mihai au scris, fiecare câte un număr natural. Suma numerelor scrise de Ana și Radu este egală cu numărul scris de Mihai, iar diferența dintre numerele scrise de Ana și Radu este jumătate din numărul scris de Mihai. Ce număr a scris fiecare copil, dacă suma numerelor este 200?
- 23 Suma a două numere naturale este cu 600 mai mare decât diferența lor. Diferența celor două numere este cât jumătate din numărul mai mic. Determină cele două numere.
- 24 Pe o fructieră erau 30 de mere și caise. Ana a mâncat două caise și a mai adăugat patru mere. Acum, pe fructieră sunt de trei ori mai multe mere decât caise. Câte fructe de fiecare fel erau la început pe fructieră?
- 25 În cinci cutii sunt 869 de bile. În primele patru cutii sunt numere naturale consecutive de bile, iar în cea de a cincea cutie sunt de trei ori mai multe bile decât în a patra cutie. Câte bile sunt în fiecare cutie?
- 26 Radu are o sumă de bani. Mama îi triplează această sumă. Bunica dublează noua sumă de bani pe care o are Radu. În acest fel Radu va avea 564 de lei. Ce sumă de bani a avut Radu la început?
- 27 În 5 minute, inima unui om bate de 350 de ori. De câte ori bate inima unui om într-o zi?
- 28 Compune o problemă pe baza desenului de mai jos.
- 29 Estimează câți dintre cei 15 000 de elevi ai unui județ au obținut media generală peste 9, știind că 5 elevi dintre cei 25 ai unei clase au obținut media generală peste 9.



30 Pentru a termina o lucrare în 4 zile e nevoie de 21 de muncitori. De câți muncitori avem nevoie pentru a termina aceeași lucrare în 7 zile?

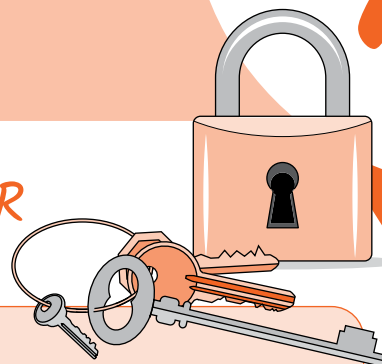
31 Putem așeza 26 de bile în 6 cutii astfel încât în fiecare cutie să avem cel puțin două bile și să nu avem două cutii cu același număr de bile? Justifică răspunsul dat.

32 Putem împărți 34 de bomboane la cinci copii astfel încât fiecare să primească cel puțin 5 bomboane și să nu avem doi copii care să primească același număr de bomboane? Justifică răspunsul dat.

DIVIZIBILITATEA NUMERELOR NATURALE

7

MATEMATICA ÎN CAMERA ENIGMELOR



Vei identifica numere naturale în contexte variate:

- vei identifica numere naturale într-o diagramă, într-un grafic sau într-un tabel care conțin date referitoare la o situație practică;
- vei identifica un număr natural pe baza unor condiții impuse cifrelor sale.

Vei efectua calcule cu numere naturale folosind operațiile aritmetice și proprietățile acestora:

- vei efectua operații aritmetice cu numere naturale.

Vei utiliza reguli de calcul pentru efectuarea operațiilor cu numere naturale și pentru divizibilitate:

- vei utiliza criteriile de divizibilitate cu 2, 5, 10^n , 3 sau 9 pentru a stabili validitatea unor afirmații;
- vei utiliza criteriile de divizibilitate cu 2, 5, 10^n , 3 sau 9 pentru a determina numere naturale;
- vei determina un număr natural pe baza unor condiții impuse cifrelor sale.

Vei exprima în limbaj matematic unele proprietăți referitoare la comparații, aproximări, estimări și la operații cu numere naturale:

- vei exprima numere naturale de două cifre ca produs de numere prime.

Vei analiza situații date în care intervin numere naturale pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule:

- vei determina numere naturale care respectă anumite condiții;
- vei aplica criteriile de divizibilitate a numerelor naturale pentru situații cotidiene.

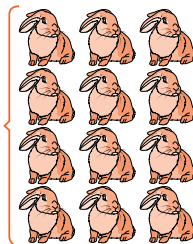
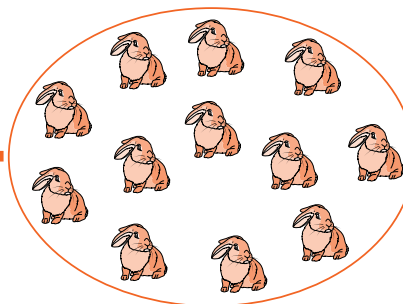
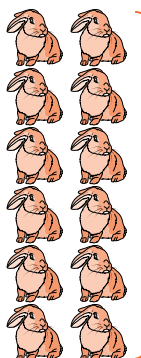
Vei modela matematic, folosind numere naturale, o situație dată, vei rezolva problema obținută prin metode aritmetice și vei interpreta rezultatul:

- vei modela probleme practice utilizând noțiunile de divizor și multiplu.

Divizor. Multiplu. Divizori comuni, multipli comuni

Observă și descoperă!

A În imaginea 1 sunt reprezentați 12 iepurași. Dacă privim imaginea 2, putem spune că iepurașii au fost grupați câte 2, pe șase rânduri sau iepurașii au fost grupați câte 6 pe două coloane.



1) Observă imaginea 3 și precizează pe câte rânduri au fost grupați iepurașii. Dar pe coloane?

2) Dacă erau 15 iepurași îi mai puteam grupa câte 2? Dar câte 3?

3) Cum am mai putea grupa cei 15 iepurași?

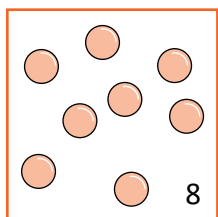
Imaginea 2

Imaginea 1

Imaginea 3

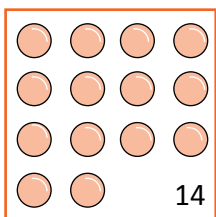
B Observă Figura 1. Am unit primul pătrat cu numărul 2 deoarece pot grupa cele 8 bile câte două.

Figura 1



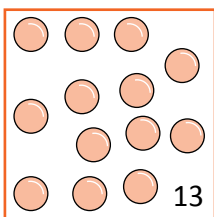
2

Figura 2



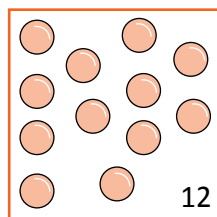
3

Figura 3



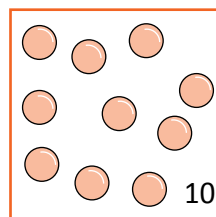
5

Figura 4



13

Figura 5



9

1) Unește pătratele care urmează cu numerele potrivite, după criteriul descris anterior.

2) Ce alte numere ar fi putut fi scrise pe rândul al doilea pentru a putea fi unite cu pătratul cu 12 bile?

3) Câte bile ar trebui adăugate în figura 2 pentru a putea fi unită cu numărul 9?



Important

- În cele ce urmează literele a , b și c reprezintă numere naturale. Un număr natural a este divizibil (se divide) cu un număr natural b dacă există un număr natural c , astfel încât $a = b \cdot c$.

Cum scriu	Cum citesc
$a : b$	<ul style="list-style-type: none"> „Numărul a este divizibil (se divide) cu numărul natural b”. Exemplu: $8 : 2$. 8 este divizibil cu 2, deoarece există numărul natural 4 astfel încât $8 = 2 \cdot 4$
$b a$	<ul style="list-style-type: none"> „Numărul b divide numărul a”. Exemplu: $3 15$. 3 divide pe 15, pentru că există numărul natural 5 astfel încât $15 = 3 \cdot 5$
$a \not\div b$	<ul style="list-style-type: none"> „Numărul a nu este divizibil (nu se divide) cu numărul natural b”. Exemplu: $8 \not\div 3$. 8 nu se divide cu 3, deoarece nu există niciun număr natural n astfel încât $8 = n \cdot 3$
$b \nmid a$	<ul style="list-style-type: none"> „Numărul b nu divide numărul a”. Exemplu: $3 \nmid 22$. 3 nu îl divide pe 22, deoarece nu există niciun număr natural n astfel încât $3 \cdot n = 22$

a este **multiplul** lui b

$$a : b$$

b este **divizorul** lui a

Exemplu: $8 : 2$

8 este multiplul lui **2**

2 este divizorul lui **8**

a este **multiplul** lui b

$$b | a$$

b este **divizorul** lui a

Exemplu: $3 | 15$

15 este multiplul lui **3**

3 este divizorul lui **15**

- În general, pentru a stabili dacă $a : b$, se împarte a la b , iar dacă restul este 0, avem $a : b$, iar dacă restul este nenul, avem $a \not: b$.

Exemplu:

$$144 : 12 = 12$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \underline{=24} \\ 24 \\ \underline{=} \\ = \end{array}$$

$$144 : 12? \text{ DA}$$

$$104 : 6 = 17$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \underline{=44} \\ 42 \\ \underline{=} \\ =2 \end{array}$$

$$104 : 6? \text{ NU}$$

- Orice număr natural a se divide cu 1. Scriem $a : 1$ (**sau** $1 | a$).
- Orice număr natural a se divide cu el însuși. Scriem $a : a$ (**sau** $a | a$).
- Numerele 1 și a sunt divizori improprii ai lui a . Toți ceilalți divizori, dacă există, sunt divizori proprii.
- Numărul 0 se divide cu orice număr natural. $0 : a$ (**sau** $a | 0$).

Exersează!

- 1 Unește, prin săgeți, fiecare număr de pe etichetă cu numerele care îl divid din cercuri. O etichetă poate fi unită cu mai multe cercuri.

11

13

16

18

20

21

24

30

35

1

2

3

4

5

6

7

8

9

11

13

16

- 2 Scrie în căsuța alăturată **A**, dacă afirmația este adevărată și **F**, dacă afirmația este falsă:

a) $12 : 2$

e) $14 : 4$

i) $10 \not: 2$

b) $3 | 21$

f) $38 : 2$

j) $27 \not: 3$

c) $15 : 5$

g) $9 | 45$

k) $3 \not: 51$

d) $3 | 13$

h) $3 | 19$

l) $5 \not: 20$

- 3 Scrie, după model, toți divizorii numărului precizat.

Exemplu: $35 \rightarrow 1, 5, 7, 35$ a) 25; b) 19; c) 42; d) 36; e) 23; f) 24; g) 56.

- 4 Scrie divizorii proprii ai următoarelor numere: 14, 32, 29, 44 și 45.

- 5 Scrie divizorii numerelor 45 și 36 și, apoi, identifică divizorii comuni ai celor două numere.

- 6 Scrie, după model, primii cinci multipli nenuli ai numărului precizat.

Exemplu: $3 \rightarrow 3, 6, 9, 12, 15$ a) 5; b) 9; c) 2; d) 7; e) 11; f) 4; g) 6.

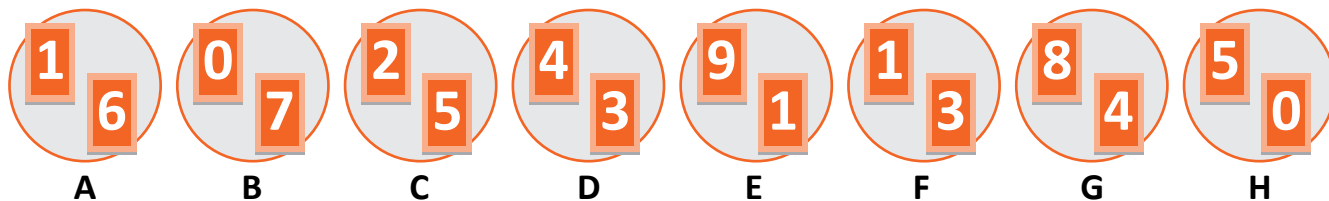
- 7 Scrie câte 6 multipli ai numerelor 6 și 8 și, apoi, identifică multiplii comuni ai celor două numere.



Criteriul de divizibilitate cu 2. Criteriul de divizibilitate cu 5. Criteriul de divizibilitate cu 10^n

Observă și descoperă!

1 Observă imaginea de mai jos și completează tabelul următor. Primul rând este completat ca model.



Cercul în care, din cifrele scrise în interior, se pot forma numere de două cifre divizibile cu 2	Numerele de două cifre care se formează și sunt divizibile cu 2	Numerele de două cifre care se formează și care nu se divid cu 2
A	16	61

2 Observă imaginea de mai sus și completează tabelul următor. Primul rând este completat ca model.

Cercul în care, din cifrele scrise în interior, se pot forma numere de două cifre divizibile cu 5	Numerele de două cifre care se formează și sunt divizibile cu 5	Numerele de două cifre care se formează și care nu se divid cu 5
B	70	

3 Care sunt cercurile de la exercițiul 1 din care putem obține numere de două cifre divizibile cu 10?

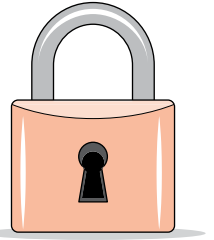
Important

- Dacă un număr natural are ultima cifră (cifra unităților) 0, 2, 4, 6 sau 8, atunci numărul este divizibil cu 2.
- Dacă un număr natural este divizibil cu 2, atunci ultima sa cifră (cifra unităților) este 0, 2, 4, 6 sau 8.
- Numerele naturale divizibile cu 2 se numesc **numere pare**.
- Numerele naturale care nu se divid cu 2 se numesc **numere impare**.
- Dacă un număr are ultima cifră (cifra unităților) 0 sau 5, atunci numărul este divizibil cu 5.
- Dacă un număr este divizibil cu 5, atunci ultima sa cifră (cifra unităților) este 0 sau 5.

- Dacă un număr are ultimele n cifre egale cu 0, atunci numărul este divizibil cu 10^n , unde $n \geq 1$.
- Dacă un număr este divizibil cu 10^n , atunci el are ultimele n cifre egale cu 0, unde $n \geq 1$.
- Pentru $n = 1$, obținem criteriul de divizibilitate cu 10.

Exersează!

- 4 Se consideră numerele: 60, 748, 902, 570, 83, 38, 6 000, 735, 634, 461, 527, 375 916.
- Dintre acestea, numerele divizibile cu 2 sunt: .
 - Dintre acestea, numerele divizibile cu 5 sunt: .
 - Dintre acestea, numerele divizibile cu 10 sunt: .
- 5 Pentru a deschide un lacăt din *Camera enigmatelor*, determină cifrele x pentru care numărul $\overline{135x}$ este divizibil cu 2. Câte variante trebuie să încerci pentru a ieși? Care sunt acestea?
- 6 Care sunt cifrele x pentru care numărul $\overline{135x}$ este divizibil cu 5?
- 7 Folosind cifrele 0, 2 și 5, scrie toate numerele naturale de trei cifre diferite care sunt:
- divizibile cu 2;
 - divizibile cu 5;
 - divizibile cu 10.
- 8 Pentru ce valori ale cifrei x numărul $\overline{x71x}$ este multiplu al lui 2?
- 9 Pentru ce valori ale cifrei x numărul $\overline{x71x}$ este multiplu al lui 5?
- 10 Determină cifra x pentru care numărul $\overline{473x}$ se divide și cu 2, și cu 5.
- 11 Pentru numerele naturale de trei cifre \overline{abc} , cu suma $a + b + c$ divizibilă cu 10 și $a = 3$, determină valorile posibile ale cifrelor b și c .



Problemă rezolvată

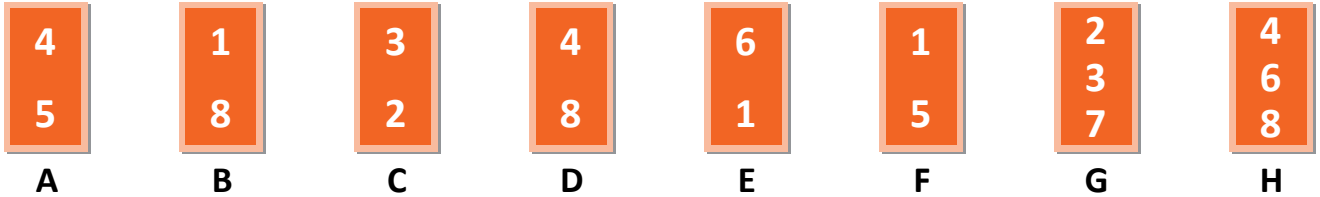
- Arată că produsul a două numere naturale consecutive este totdeauna divizibil cu 2.
 - **Rezolvare:** Considerăm n numărul mai mic. Dacă numerele sunt consecutive, atunci celălalt număr este $n + 1$.
 - Dacă n este număr par, atunci el este divizibil cu 2, prin urmare există numărul natural k astfel încât $n = 2 \cdot k$.
Atunci $n \cdot (n + 1) = 2 \cdot k \cdot (2 \cdot k + 1) = 2 \cdot [k \cdot (2 \cdot k + 1)]$, de unde deducem că $n \cdot (n + 1)$ este divizibil cu 2.
 - Dacă n este număr impar, atunci $n + 1$ este număr par și deci el este divizibil cu 2, prin urmare există numărul natural k astfel încât $n + 1 = 2 \cdot k$, de unde $n = 2 \cdot k - 1$.
Atunci $n \cdot (n + 1) = (2 \cdot k - 1) \cdot 2 \cdot k = 2 \cdot [k \cdot (2 \cdot k - 1)]$, de unde deducem că $n \cdot (n + 1)$ este divizibil cu 2.
- 12 Arată că nu există numere naturale n pentru care $n^2 - n = 103$.
- 13 a) Arată că numărul $2^{10} + 1$ este divizibil cu 5. b) Arată că numărul $6^{321} - 1$ este divizibil cu 5.
- 14 Demonstrează că numărul $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 10$ este divizibil cu 10^2 .
- 15 Care este valoarea maximă a lui n , astfel încât produsul tuturor numerelor naturale nenule mai mici sau egale cu 25 să fie divizibil cu 10^n ?

Criteriul de divizibilitate cu 3.

Criteriul de divizibilitate cu 9

Observă și descoperă!

1 Pe fiecare cartonaș sunt două sau trei cifre. Cu cifrele de pe cartonașele **A, B, C, D, E** și **F** formăm numere de două cifre diferite, iar cu cifrele de pe cartonașele **G** și **H** formăm numere de trei cifre diferite.



• Observă imaginea de mai sus și completează tabelul următor. Primul rând este completat ca model.

Cartonașele de pe care se pot forma numere divizibile cu 3	Numerele divizibile cu 3 care se formează	Suma cifrelor fiecărui număr format
A	54, 45	$5 + 4 = 9$

2 Completează următorul tabel, folosindu-te de cartoanele de la exercițiul 1.

Cartonașele de pe care se pot forma numere divizibile cu 9	Numerele divizibile cu 9 care se formează	Suma cifrelor fiecărui număr format
A	54, 45	$5 + 4 = 9$



Important

- Dacă un număr natural are suma cifrelor divizibilă cu 3 (sau cu 9), atunci numărul se divide cu 3 (sau cu 9).
- Dacă un număr natural se divide cu 3 (sau cu 9), atunci suma cifrelor sale se divide cu 3 (sau 9).

Exersează!

3 Se consideră numerele: 603, 738, 209, 570, 83, 138, 6 030, 735, 346, 261, 527, 375 915.

- Dintre acestea, numerele divizibile cu 3 sunt
- Dintre acestea, numerele divizibile cu 9 sunt

- 4 Determină cifra x pentru care numărul $\overline{2x5}$ este divizibil cu 3. Câte dintre numerele determinate anterior se divid cu 9?
- 5 Scrie numerele naturale de forma $\overline{7xx1}$ divizibile cu 3 și care nu se divid cu 9.
- 6 Se poate forma cu cifrele 3, 6, 2 și 5 un număr de patru cifre diferite, divizibil cu 9? Justifică răspunsul dat.
- 7 Scrie cel mai mic și apoi cel mai mare număr divizibil cu 3 știind că are:
a) o cifră; b) două cifre diferite; c) trei cifre diferite; d) patru cifre diferite.

Codul de acces
este unul dintre
aceste numere!

4 378 1 479

2 579 7 583

1 423

- 8 Arată că numărul $10^{20} - 1$ se divide cu 9. 9 Arată că numărul $2^5 \cdot 5^6 + 13$ se divide cu 3.

- 10 Arată că numărul $S = \overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$ este divizibil cu 3, oricare ar fi cifrele a, b și c .

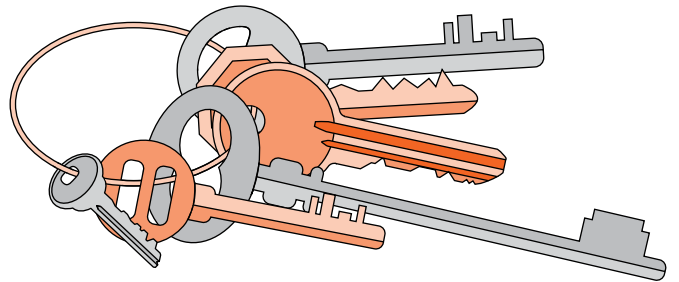
- 11 În *Camera enigmelor*, Ana și Radu au găsit o foaie de hârtie asemănătoare celei din figura alăturată. Pe spatele foii era scris următorul indiciu: *Câte culori distincte se află în drapelul României?*

Ajută-i să deschidă seiful cu ajutorul codului de acces de pe foaie.

- 12 După ce Ana și Radu au determinat codul de acces al seifului, ei au găsit în interiorul acestuia următoarea foaie cu indicații: *În această cameră se află mai multe chei care vă pot ajuta să evadați, doar că numai una dintre ele se va potrivi exact. Nu o să vă spunem unde se află fiecare, dar înainte de toate trebuie să aflați câte sunt. Numărul lor are următoarele proprietăți:*

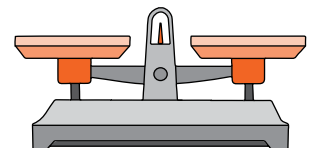
- este un număr divizibil cu 5;
- este un număr de două cifre diferite;
- suma cifrelor sale este 6;
- este mai mic decât 50.

Care este numărul de chei din acea încăpere?



- 13 După ce au răscolit întreaga încăpere, Ana și Radu au găsit toate cheile, moment în care un sertar secret s-a deschis automat, unde cei doi au găsit un cântar cu 2 talere și următoarea foaie cu indicații: *Cheia care vă va ajuta să evadați este mai grea cu 1 gram decât toate celelalte, care au aceeași masă. Cântarul va funcționa pentru maximum trei cântăriri. După ce găsiți cheia potrivită, pentru a putea evada, va trebui să mai introduceți un cod de acces. Acesta este cel mai mare număr de patru cifre care este divizibil cu 3, dar nu este divizibil cu 9.*

- Cum pot Ana și Radu să determine cheia potrivită cu ajutorul cântarului?
- Care este ultimul cod ce va trebui introdus? Justifică răspunsul dat.



- 14 Demonstrează că suma a trei numere naturale consecutive este divizibilă cu 3.

- 15 Oferă un exemplu de număr natural de patru cifre diferite, divizibil cu 3, care are suma cifrelor sale egală cu 15. Există numere de patru cifre divizibile cu 3 cu suma cifrelor egală cu 39? Dar cu 9? Care este cea mai mică sumă a cifrelor în cazul în care numărul are toate cifrele diferite și este divizibil cu 3? Rezolvă aceeași problemă și pentru divizibilitatea cu 9.

- 16 Câte numere naturale de două cifre diferite sunt divizibile cu 3, dar nu sunt divizibile cu 9?

- 17 Câte numere naturale \overline{abba} sunt divizibile cu 3, dar nu sunt divizibile cu 9? 18 Care este cel mai mare număr natural scris cu cifre diferite care este divizibil cu 9?

Numere prime. Numere compuse

Observă și descoperă!

1

Alăturat sunt scrise numerele naturale de la 1 la 100, pe șase coloane.

Am tăiat toate numerele scrise pe coloana pe care se află 2, în afară de 2. Ce observi? Ce au în comun numerele tăiate?

La fel am procedat cu numerele aflate pe coloana lui 3. Ce observi? Ce au în comun numerele tăiate?

La 5 am tăiat pe diagonală, de la dreapta la stânga, de sus în jos. Ce observi? Ce au în comun numerele tăiate?

La 7 am tăiat pe diagonală, de la stânga la dreapta, de sus în jos. Ce observi? Ce au în comun numerele tăiate?

a) Taie tu, toate numerele de pe coloanele pe care se află 4 și 6, tăind inclusiv pe 4 și pe 6.

b) Caută pe ultima coloană numerele divizibile cu 5 și procedează cum am procedat la 5, tăind, de fiecare dată, și multiplul respectiv.

c) Caută pe prima coloană numerele care sunt multiplii ai lui 7 și procedează cum am procedat eu la 7, tăind, de fiecare dată, și multiplul respectiv.

d) Ignoră-l pe 1. Alege trei numere la întâmplare dintre cele rămase netăiate și scrie divizorii lor.

e) Alege trei numere la întâmplare dintre cele tăiate și scrie divizorii lor.

f) Formulează o concluzie în legătură cu ceea ce observi după ce rezolvi cerințele d) și e).

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54
55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66
67	68	69	70	71	72
73	74	75	76	77	78
79	80	81	82	83	84
85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96
97	98	99	100		

**Important**

- Un număr natural mai mare sau egal cu 2 care se divide numai cu 1 și cu el însuși se numește **număr prim**.
- Un număr natural care are și alți divizori decât 1 și el însuși se numește **număr compus**.
- Numerele 0 și 1 nu sunt nici prime și nici compuse.
- Numărul 2 este singurul număr prim care este și par. Toate celelalte numere prime sunt impare.
- Nu există un cel mai mare număr prim sau un cel mai mare număr compus.

Exersează!

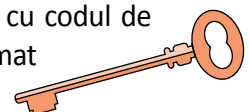
- 2 Scrie toate numerele prime mai mici decât 50 și mai mari decât 20.
- 3 Scrie ca produs de două numere prime următoarele numere: 6, 14, 15, 21, 55.
- 4 Scrie ca produs de trei numere prime următoarele numere: 30, 70, 42, 165.
- 5 Determină numerele prime a și b pentru care $a \cdot b = 38$.
- 6 Determină numerele prime a și b , știind că $a + b = 19$.
- 7 Arată că nu există numere prime a și b pentru care $a + b = 107$.
- 8 Arată că numărul $2^{10} \cdot 5^{11} + 1$ este număr compus.
- 9 Oferă un exemplu de cinci numere naturale consecutive compuse.

Știați că...?

Conceptul de cameră a enigmelor a început ca un joc pe calculator în care sarcinile erau virtuale. Japonia a fost prima țară care a făcut prima cameră reală a enigmelor. Ulterior, conceptul s-a răspândit pe toate țările de pe glob (*Escape room*).

Problemă rezolvată

- Determină numerele prime a și b pentru care $3 \cdot a + 8 \cdot b = 46$.
Rezolvare: Deoarece $8 \cdot b$ și 46 sunt numere pare, rezultă că $3 \cdot a$ este număr par. Dar 3 nu este număr par. Atunci a este număr par. Dar a este număr prim. Cum singurul număr par și prim este 2, rezultă $a = 2$. Atunci $6 + 8 \cdot b = 46$, de unde obținem $8 \cdot b = 40$, deci $b = 5$.
- 10 Determină numerele prime a și b pentru care $7 \cdot a + 3 \cdot b = 42$.
 - 11 Determină numărul prim p pentru care numerele $p + 3$, $p + 5$, $p + 9$ și $p + 11$ sunt simultan numere prime.
 - 12 Determină numerele prime a , b și c pentru care $3 \cdot a + 10 \cdot b + 14 \cdot c = 146$.
 - 13 Determină numerele prime a , b , c și d pentru care $5 \cdot a + 8 \cdot b + 30 \cdot c + 42 \cdot d = 454$.
 - 14 Se consideră p produsul primelor 100 de numere naturale nenule și n un număr natural nenul mai mare sau egal cu 2, dar mai mic sau egal cu 100. Este numărul $p + n$ compus?
 - 15 Folosind ideea de la exercițiul anterior, poți construi 999 de numere consecutive compuse?
 - 16 Observă enumerarea și barează numerele care nu se potrivesc: 31, 41, 51, 61, 71.
 - 17 Observă enumerarea și barează numerele care nu se potrivesc: 91, 14, 19, 48, 32.
 - 18 Pe peretele din *Camera enigmelor* există o serie de chei. Una dintre acestea, împreună cu codul de acces vor deschide poarta spre ieșire. Indiciul este că numărul cheii adunat cu numărul format de cod este 1 033 iar cele două numere sunt prime. Ce cheie și ce cod te vor ajuta să ieși?



Recapitulare

1 Completează casetele de mai jos cu **A**, dacă afirmația este adevărată și cu **F**, dacă afirmația este falsă.

- a) $42 : 7$; d) $132 : 11$; g) $73 \nmid 10$; j) $135 \nmid 27$;
 b) $255 : 17$; e) $0 : 0$; h) $0 : 7$; k) $48 \nmid 7$;
 c) $4 \mid 28$; f) $3 \mid 132$; i) $5 \nmid 135$; l) $9 \nmid 149$.

2 Completează casetele cu una dintre sintagmele „un multiplu al lui” sau „un divizor al lui” pentru a obține afirmații adevărate:

- a) 2 este 12; f) 48 este 8;
 b) 0 este 11; g) 75 este 5;
 c) 19 este 19; h) 6 este $6 \cdot 7$;
 d) 1 este 24; i) 36 este 18;
 e) $13 \cdot 5$ este 13; j) 2^3 este 2^2 .



3 Scrie divizorii proprii ai fiecăruia dintre numerele: a) 10; b) 14; c) 16; d) 28; e) 30; f) 36.

4 Scrie toți divizorii fiecăruia dintre numerele: a) 9; b) 13; c) 15; d) 18; e) 21; f) 27.

5 Scrie ca produse toți multiplii de două cifre ai fiecăruia dintre numerele: a) 17; b) 23; c) 35; d) 37; e) 48; f) 50.

Model: $17 \cdot 1, 17 \cdot 2, 17 \cdot 3, 17 \cdot 4$ și $17 \cdot 5$, deoarece $17 \cdot 6 = 102$, care este un număr natural de 3 cifre.

6 Se consideră numerele: 402, 301, 204, 105, 360, 170, 150, 207, 138, 234, 345, 456, 567, 678, 789.

Completează tabelul conform cerinței. Primul număr este completat ca model.

Numere divizibile cu 2	Numere divizibile cu 3	Numere divizibile cu 5	Numere divizibile cu 9	Numere divizibile cu 10
402	402			

7 Subliniază multiplii lui 3 dintre următoarele numere: 4, 6, 33, 35, 39, 45, 48, 65, 113, 111, \overline{xxx} , $3 \cdot 107$, $3 \cdot 49 + 3 \cdot 50$, $3 \cdot n$ și $3 \cdot n + 2$, știind că x este o cifră diferită de 0, iar n este un număr natural oarecare.

Problemă rezolvată

Arată că numărul $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8 + 2^9 + 2^{10} + 2^{11}$ este divizibil cu 3.

• **Rezolvare:** Observăm că $1 + 2 = 3$, adică un număr divizibil cu 3.

Scriem: $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8 + 2^9 + 2^{10} + 2^{11} = (1 + 2) + (2^2 + 2^3) + (2^4 + 2^5) + (2^6 + 2^7) + (2^8 + 2^9) + (2^{10} + 2^{11})$.

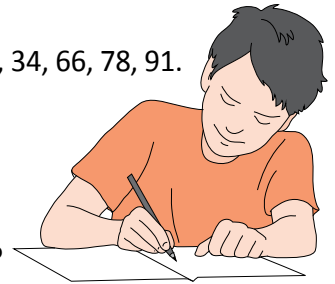
În fiecare paranteză, începând cu a doua, putem scoate factor comun 2 la o putere.

Obținem: $(1 + 2) + (2^2 + 2^3) + (2^4 + 2^5) + (2^6 + 2^7) + (2^8 + 2^9) + (2^{10} + 2^{11}) = (1 + 2) + 2^2(1 + 2) + 2^4(1 + 2) + 2^6(1 + 2) + 2^8(1 + 2) + 2^{10}(1 + 2) = 3 + 2^2 \cdot 3 + 2^4 \cdot 3 + 2^6 \cdot 3 + 2^8 \cdot 3 + 2^{10} \cdot 3 = 3 \cdot (1 + 2^2 + 2^4 + 2^6 + 2^8 + 2^{10})$, ceea ce arată că numărul dat se divide cu 3.

8 Arată că numărul $1 + 7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + 7^5 + 7^6 + 7^7 + 7^8 + 7^9 + 7^{10} + 7^{11}$ se divide cu 3.

9 Arată că numărul $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + \dots + 2^{96} + 2^{97} + 2^{98} + 2^{99}$ se divide cu 15.

- 10 Scrie multiplii fiecărui număr din pereche până obții un multiplu comun al lor:
a) 3 și 4; b) 6 și 8; c) 5 și 7; d) 12 și 6; e) 7 și 11; f) 143 și 1 001.
- 11 Scrie în căsuța alăturată **A**, dacă afirmația este adevărată și **F**, dacă afirmația este falsă:
a) $312 : 2$; e) $214 : 4$; i) $210 \not\div 2$;
b) $3 | 261$; f) $308 : 2$; j) $327 \not\div 3$;
c) $135 : 5$; g) $9 | 495$; k) $3 \nmid 531$;
d) $3 | 143$; h) $3 | 119$; l) $5 \nmid 205$.
- 12 Scrie numerele naturale de forma $\overline{3a}$, unde a este o cifră, astfel încât acestea să fie divizibile cu:
a) 2; b) 3; c) 4; d) 5; e) 6; f) 7.
- 13 Scrie numerele naturale de forma \overline{aa} , unde a este o cifră diferită de zero, astfel încât acestea să fie multipli de:
a) 2; b) 3; c) 4; d) 5.
- 14 Se consideră următoarele numere: 250, 3 324, 675, 9 460, 4 500 și 6 000.
Care dintre aceste numere este divizibil cu: a) 2; b) 3; c) 5; d) 9; e) 10.
- 15 Scrie toate numerele naturale de forma $\overline{57x}$, unde x este cifră, divizibile cu:
a) 2; b) 3; c) 5; d) 10; e) 9.
- 16 Scrie toți multiplii de trei cifre distincte ai numărului 2, care se pot forma cu cifrele: a) 3, 4 și 5; b) 7, 6 și 0.
- 17 Scrie toți multiplii de trei cifre distincte ai numărului 5, care se pot forma cu cifrele: a) 5, 7 și 8; b) 0, 3 și 5.
- 18 Care dintre numerele 80, 45, 0, 234, 8 950, 13 453, 645, 7 000 și 5 642 sunt divizibile cu 2 și nu sunt divizibile cu 5?
- 19 Scrie numerele prime de două cifre mai mici decât: a) 30; b) 39; c) 75; d) 64.
- 20 Scrie fiecare dintre numerele următoare ca produs de numere prime: 26, 35, 42, 51, 34, 66, 78, 91.
- 21 Dacă x este număr natural par, arată că $3 \cdot x + 10$ este număr natural par.
- 22 Arată că produsul a trei numere naturale consecutive este un număr divizibil cu 3.
- 23 Există numere naturale care împărțite la 8 dau restul 6 și împărțite la 4 dau restul 3?
- 24 **Lucrați în perechi.** Calculați cel mai mic număr de obiecte pe care trebuie să-l producă o fabrică într-o zi, pentru a le putea ambala în cutii de câte 6, 8 sau 10 bucăți.
- 25 Fabrica **A** produce 78 de boxe wireless pe zi, iar fabrica **B** produce 102 de boxe wireless pe zi, de aceeași dimensiuni precum cele produse de fabrica **A**. Pentru ambalare, comandă cutii de carton de la fabrica **C**. Care este cel mai mare număr de boxe pe care trebuie să le conțină o cutie plină, astfel încât atât fabrica **A**, cât și fabrica **B**, să poate utiliza același tip de cutie pentru a ambala toată producția unei zile?
- 26 Se consideră numărul natural \overline{abcdef} divizibil cu 9. Arată că numărul natural $\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{ef}$ este divizibil cu 9.
- 27 Determină cifra a , știind că numărul natural $A = \overline{1a2a3a4a5a6a7a8a9a}$ este divizibil cu 9.
- 28 Determină cifrele a și b , cu $a > b$, știind că numărul natural $\overline{b14a41}$ se divide cu 9 și $a + b$ este un număr prim.



Evaluare

Timp de lucru: 50 de minute



10p	Din oficiu										
5p	<p>1.a. Asociază fiecare număr de pe etichetă cu multiplul său, scris într-un cerc, unind prin săgeți.</p> <p style="text-align: center;"> 2 3 5 7 11 </p> <p style="text-align: center;"> 27 103 49 16 25 143 </p>										
5p	<p>1.b. Asociază fiecare număr din cerc cu divizorul său, scris pe etichetă, unind prin săgeți.</p> <p style="text-align: center;"> 14 33 30 26 54 </p> <p style="text-align: center;"> 4 5 7 9 11 13 </p>										
10p	<p>2. Scrie în căsuță A, dacă afirmația este adevărată sau F, dacă afirmația este falsă: $221 : 17$ <input type="checkbox"/> $11 \mid 132$ <input type="checkbox"/></p>										
20p	<p>3. Se consideră numerele: 405, 172, 140, 135, 201, 101, 531, 450, 207, 702. Completează tabelul conform cerinței.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>Numere divizibile cu 2</th> <th>Numere divizibile cu 3</th> <th>Numere divizibile cu 5</th> <th>Numere divizibile cu 9</th> <th>Numere divizibile cu 10</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="height: 20px;"></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Numere divizibile cu 2	Numere divizibile cu 3	Numere divizibile cu 5	Numere divizibile cu 9	Numere divizibile cu 10					
Numere divizibile cu 2	Numere divizibile cu 3	Numere divizibile cu 5	Numere divizibile cu 9	Numere divizibile cu 10							
10p	4. Scrie numerele prime de două cifre mai mari decât 80.										
10p	5. Scrie numărul 78 ca produs de numere prime.										
10p	6. Determină numerele naturale de forma $\overline{37a}$ care se divid cu 2 și nu se divid cu 3.										
5p	7. Justifică faptul că nu există numere naturale prime de forma \overline{aaa} , oricare ar fi cifra nenulă a .										
5p	8. Determină numerele prime x și y pentru care $5x + 2y = 35$.										
10p	9. Determină cel mai mic număr de copii din care să putem forma grupe de câte 4, 5 sau 6 persoane.										

Exersezi și progresezi!

1 Scrie în căsuța alăturată **A**, dacă afirmația este adevărată și **F**, dacă afirmația este falsă:

- a) $24 \div 6$; e) $237 \nmid 3$; i) $7 \mid 196$;
 b) $8 \mid 48$; f) $7 \mid 64$; j) $207 \nmid 5$;
 c) $4 \nmid 136$; g) $169 \div 13$;
 d) $28 \div 7$; h) $12 \nmid 134$

2 Completează casetele pentru a obține propoziții adevărate.

- a) Un divizor propriu al numărului 15 este .
 b) Un divizor de două cifre al numărului 44 este .
 c) Un multiplu mai mic decât 10 al numărului 4 este .
 d) Un multiplu de trei cifre al numărului 9 este .

3 Scrie divizorii proprii ai numărului:

- a) 42; b) 39; c) 68.

4 Scrie cinci multipli ai numărului: a) 8; b)

- 6; c) 11.

5 În *Camera enigmelor* copiii au găsit următorul indiciu: Ana a vizitat toate regiunile României care sunt numerotate cu divizori ai lui 54, iar Radu a vizitat toate regiunile României care sunt numerotate cu divizori ai lui 45. Ajută-i să rezolve enigma, răspunzând la întrebări.

- a) Ce regiuni a vizitat Ana? Dar Radu?
 b) Care sunt regiunile pe care le-au vizitat ambii copii?



6 Determină divizorii comuni ai numerelor 75 și 57.

7 Scrie multiplii numerelor 15 și 12 până obții un multiplu comun.

8 Se consideră numerele: 72, 357, 284, 405, 504, 1 428, 133, 321, 720, 3 114. Completează tabelul conform cerinței:

Numere divizibile cu 2	Numere divizibile cu 3	Numere divizibile cu 5	Numere divizibile cu 9	Numere divizibile cu 10

9 Care sunt cifrele x pentru care numărul $\overline{37x}$ este divizibil cu 2?

10 Scrie toate numerele naturale de forma $\overline{3x2x}$ divizibile cu 2.

11 Scrie toate numerele naturale de forma $\overline{25x4}$ divizibile cu 3.

12 Câte numere naturale de forma $\overline{4xy}$ sunt divizibile cu 5?

13 Determinați numerele naturale de forma $\overline{2x3y}$ divizibile cu 6.

14 Arată că orice număr natural de trei cifre format cu cifre consecutive este multiplu al lui 3.

15 Determină numerele naturale de forma $\overline{2x5}$ cu proprietatea că suma cifrelor sale este divizibilă cu 2.

16 Află două numere naturale prime știind că suma lor este: a) 39; b) 49; c) 63.

17 Arată că oricum am alege șase numere naturale, există cel puțin două numere a căror diferență se divide cu 5.

Problemă rezolvată

- Arată că dacă numărul natural n divide numerele naturale a și b , atunci n divide suma $a + b$.
Rezolvare: Dacă numărul n divide numărul a , atunci există un număr natural x cu proprietatea $a = n \cdot x$.
 Dacă numărul n divide numărul b , atunci există un număr natural y cu proprietatea $b = n \cdot y$.
 Atunci $a + b = n \cdot x + n \cdot y = n \cdot (x + y)$ ceea ce arată că n divide suma $a + b$.
- 18 Dacă 5 divide numărul $a + 2 \cdot b$ și 5 divide numărul $2a + b$, unde a și b sunt numere naturale nenule, atunci arată că 5 divide numărul $3a + 3b$.
- 19 Știind că 3 divide numărul $a + 2b$, arată că 3 divide numărul $7a + 8b$, unde a și b sunt numere naturale.
- 20 Arată că numărul $2^{341} + 3^{621}$ se divide cu 5.
- 21 Se consideră numerele $a = 2^n + 4$ și $b = 3^n + 9$, unde n este număr natural.
 a) Verifică dacă pentru $n = 4$ numerele a și b sunt simultan divizibile cu 10? Dar pentru $n = 5$? Dar pentru $n = 8$?
 b) Ce formă trebuie să aibă numerele naturale n pentru ca numerele a și b să fie simultan divizibile cu 10?
- 22 Ce formă trebuie să aibă numărul natural n , pentru ca numărul $7^n + 8^n$ să se dividă cu 5?
- 23 Determină cel mai mare număr natural n pentru care 10^n divide $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 35$.
- 24 Determină numerele naturale prime p , pentru care numerele $p + 3$, $p + 5$, $p + 11$ și $p + 17$ sunt simultan prime?
- 25 Determină numerele prime x și y pentru care $5 \cdot x + 3 \cdot y = 30$.
- 26 Determină numerele prime x și y pentru care $6 \cdot x + 9 \cdot y = 57$.
- 27 Demonstrează că nu există numere naturale prime a și b astfel încât $5 \cdot a + b = 2\,017$.
- 28 Se consideră n un număr natural nenul și x succesorul produsului tuturor numerelor nenule mai mici sau egale cu n . Oferă un exemplu de valori pentru numărul n astfel încât x :
 a) să fie număr prim;
 b) să fie un număr divizibil cu 5;
 c) să fie un pătrat perfect.
- 31 Oferă câte un exemplu de valoare pentru numărul natural nenul n astfel încât suma tuturor numerelor mai mici sau egale cu n să fie:
 a) un număr par;
 b) un număr divizibil cu 5;
 c) un număr divizibil cu 3, dar care nu este divizibil cu 9;
 d) un număr prim.
- 29 Scrie următoarele numere sub formă de puteri în care atât baza, cât și exponentul, sunt numere prime: 8, 9, 25, 27, 32, 49, 121 și 169.
- 30 Care este valoarea numărului p dacă numerele p , $p + 14$ și $p + 16$ sunt simultan prime? Justifică răspunsul dat.



Joc **Lucrați în perechi. Provocarea numerelor**

Scrieți pe bilețele enunțuri matematice prin care să aflați numere de una sau două cifre ce respectă condiții asemănătoare celor alăturate. Stabiliți codul precizând ordinea numerelor. Cereți colegului să le rezolve pentru a afla numerele și a descoperi codul. Colegul poate găsi alte numere decât cele la care te-ai gândit tu, astfel că e nevoie să verifici de fiecare dată codurile. Inversați rolurile și descoperă codul creat de coleg.

- a) un număr natural divizibil cu 5 → **25**
 b) un număr natural divizibil cu 3 → **6**
 c) un număr prim → **7**
 d) un număr natural compus divizibil cu 10 → **20**

CODUL ESTE:

numerele în ordinea: a), b), c), d)

CODUL
256720

FRAȚII ORDINARE

8



MATEMATICA DE ACASĂ LA ȘCOALĂ

Vei identifica fracții ordinare sau zecimale în contexte variate:

- vei utiliza reprezentări grafice pentru ilustrarea fracțiilor subunitare, echiunitare, supraunitare;
- vei verifica echivalența a două fracții prin reprezentări;
- vei scrie procente sub formă de fracție.

Vei efectua calcule cu fracții folosind proprietăți ale operațiilor aritmetice:

- vei introduce și vei scoate întregii dintr-o fracție ordinară;
- vei calcula fracții echivalente cu o fracție dată prin amplificare sau simplificare;
- vei simplifica fracții ordinare pentru a obține o fracție ireductibilă;
- vei aduce fracții la același numitor;
- vei compara fracții cu același numărător sau același numitor.

Vei utiliza algoritmi pentru efectuarea operațiilor cu fracții ordinare sau zecimale:

- vei verifica echivalența unor fracții.

Vei utiliza limbajul specific fracțiilor/procentelor în situații date:

- vei încadra o fracție între două numere naturale consecutive;
- vei scrie sub formă de procent fracții care au numitorul 2, 4, 5 sau 25.

Vei analiza situații date în care intervin fracții pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule:

- vei utiliza aproximări ale fracțiilor pentru a le reprezenta;
- vei utiliza reprezentări ale fracțiilor pentru a le compara.

Vei reprezenta matematic, folosind fracții, o situație dată, în context intra și interdisciplinar (geografie, fizică, economie etc.):

- vei argumenta demersul de rezolvare a unei probleme pornind de la un set de informații cu caracter cotidian sau științific.

Fracții ordinare. Frații subunitare, echiunitare, supraunitare. Procente. Frații echivalente

Amintește-ți!

1 **Lucrați în perechi.** Asociați fiecare imagine cu fracția corespunzătoare dintr-un disc (sau dintr-o oră):



$$\frac{1}{2}$$



$$\frac{1}{4}$$

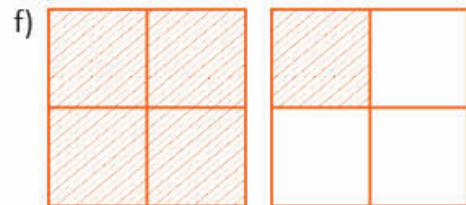
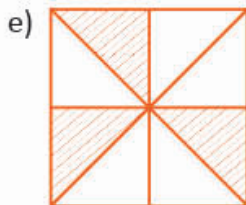
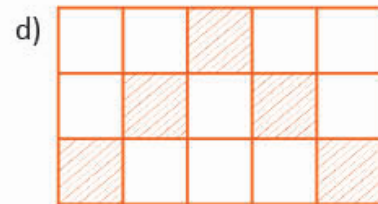
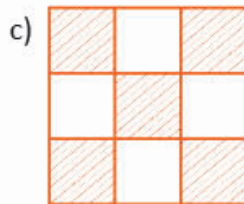
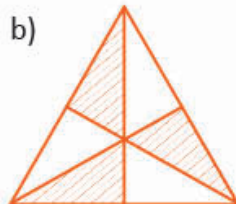
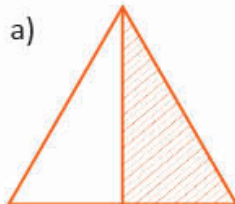


$$\frac{3}{4}$$

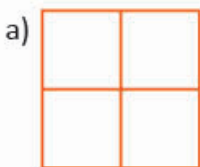
$$\frac{1}{9}$$



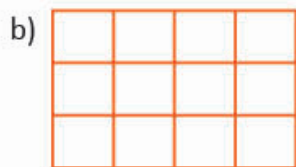
2 **Scie, pentru fiecare desen, ce fracție reprezintă partea hașurată din întreg.**



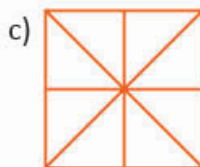
3 **Reprodu desenele pe caiet, apoi reprezintă, prin hașurare, fracțiile scrise în dreptul figurilor de mai jos:**



$$\frac{3}{4}$$



$$\frac{5}{12}$$



$$\frac{8}{8}$$



$$\frac{10}{2}$$

4 **Reprezintă, prin hașurare, folosind pătrate cu latura de 4 cm, fracțiile:**

a) $\frac{2}{4}$; b) $\frac{6}{8}$; c) $\frac{2}{2}$; d) $\frac{7}{16}$; e) $\frac{1}{1}$; f) $\frac{7}{4}$.

Important

- Orice obiect care urmează a fi împărțit în mai multe părți de mărimi egale se va numi **întreg** sau **unitate** și se va reprezenta prin segmente sau figuri geometrice (dreptunghi, pătrat, cerc etc.)
- O parte dintr-un întreg care a fost împărțit în părți de mărimi egale se numește **unitate fracționară**. Dacă luăm 0 părți egale dintr-un întreg, atunci nu luăm nimic, deci rezultatul va fi 0. În schimb, nu putem împărți niciodată un întreg în 0 părți egale. Cu alte cuvinte, numărătorul unei fracții poate fi 0, dar numitorul nu poate fi niciodată nul.

Unitate fracționară

- Una sau mai multe unități fracționare reprezintă o **fracție**.



→ **numărător**

→ **linie de fracție**

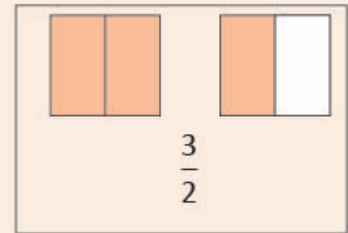
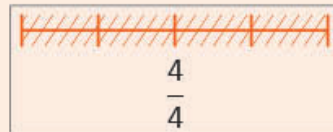
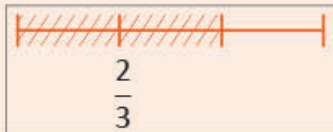
→ **numitor**

- Arată câte părți de mărimi egale am luat din întreg.
- Numără unitățile fracționare.

- Arată în câte părți de mărimi egale a fost împărțit întregul.
- Numește fracția.

- Fracțiile se pot reprezenta prin desene folosind segmente sau figuri geometrice (dreptunghi, pătrat, cerc etc.)

Exemple:



- Fracția $\frac{p}{100}$ unde p este un număr, se poate scrie $p\%$ și se numește **procent**.

Scriu	Citesc	Înțeleg
$p\%$	p la sută	$\frac{p}{100}$

- Clasificarea fracțiilor:

Denumire	Ce reprezintă?	Cum le recunosc?
Fracție subunitară	Este mai mică decât unitatea (un întreg)	numărător < numitor
Fracție echiunitară	Este egală cu unitatea (un întreg)	numărător = numitor
Fracție supraunitară	Este mai mare decât unitatea (un întreg)	numărător > numitor

Observă și descoperă!



- 5 Ana, Mihai, Radu și Ioana au de parcurs același drum de acasă până la școală. Ana a parcurs **jumătate** din drum. Mihai a mers **două pătrimi**. Radu a parcurs **trei șesimi**, iar Ioana **patru optimi**.

Reprodu tabelul de mai jos, apoi completează și hașurează partea corespunzătoare fracțiilor din enunțul problemei.

	Fracția	Reprezentarea fracției
Ana	$\frac{1}{2}$	
Mihai		
Radu		
Ioana		

- Care dintre cei patru copii a parcurs distanța cea mai mare?

6 Observă tabelul de mai jos:

$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	Reprezentarea grafică	$a \cdot d$	$b \cdot c$
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{2}$  $\frac{2}{4}$ 	$1 \cdot 4 = 4$	$2 \cdot 2 = 4$

- Completează un tabel asemănător pentru perechile următoare de fracții, folosind segmente cu lungimea de 12 cm (24 de pătrățele de caiet de matematică):

a) $\frac{3}{4}$ și $\frac{9}{12}$; b) $\frac{1}{3}$ și $\frac{2}{6}$; c) $\frac{3}{12}$ și $\frac{2}{8}$.



Important

- Fracțiile care reprezintă aceeași parte din întreg se numesc **fracții echivalente**.

Scriu	Citește	Cum recunosc?
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$	a supra b este egal cu c supra d	$a \cdot d = b \cdot c$

Exersează!

7 **Lucrați în grup.** Asociați litera corespunzătoare fracției scrise în interiorul cercului cu litera corespunzătoare explicației potrivite. *Exemplu: (a; F)*

a) $\frac{3}{7}$

b) $\frac{4}{13}$

c) $\frac{6}{5}$

d) $\frac{17}{17}$

e) $\frac{3}{4}$

fracție echiunitară

fracție cu numitorul 13

fracție supraunitară

fracție subunitară cu numitorul 4

fracție cu numărătorul 7

fracție cu numărătorul 3

A

B

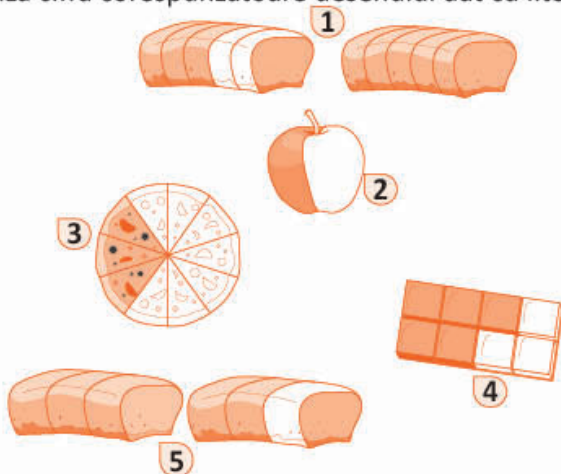
C

D

E

F

8 Asociază cifra corespunzătoare desenului dat cu litera corespunzătoare fracției potrivite.



a) $\frac{5}{8}$

$\frac{1}{2}$ e

b) $\frac{10}{3}$

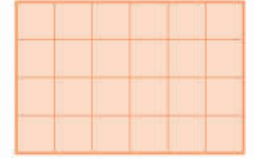
$\frac{3}{5}$ f

c) $\frac{8}{5}$

$\frac{3}{10}$ g

d) $\frac{5}{3}$

9 Reprezintă, prin hașurare, fracțiile, folosind un dreptunghi asemănător celui alăturat.



a) $\frac{1}{3}$; b) $\frac{6}{6}$; c) $\frac{5}{12}$; d) $\frac{11}{24}$; e) $\frac{7}{8}$; f) $\frac{5}{3}$.

10 Câte doimi (jumătăți) conțin:

a) 5 întregi; b) 11 întregi; c) 2 întregi?

11 Câte treimi conțin:

a) 4 întregi; b) 2 întregi; c) 3 întregi?

12 Câte pătrimi (sferturi) conțin:

a) 2 întregi; b) 7 întregi; c) 10 întregi?

13 Câți întregi sunt în 12 doimi? Dar în 32 de pătrimi?

14 Scrie toate fracțiile care au numitorul 6 și numărătorul:

a) cel mult egal cu 3; b) cel puțin egal cu 5 și cel mult egal cu 8; c) cifră pară.

15 a) Scrie toate fracțiile subunitare cu numitorul 7. b) Scrie toate fracțiile supraunitare cu numărătorul 5.

16 Câte fracții au:

a) numărătorul cifră pară și numitorul cifră impară? c) numărătorul scris cu o cifră și numitorul tot cu o cifră?
b) numărătorul cifră impară și numitorul cifră pară? d) numărătorul și numitorul numere naturale de două cifre?

17 Determină numerele naturale nenule x și y , astfel încât:

a) fracția $\frac{x+y}{4}$ să fie subunitară; b) fracția $\frac{x+y}{3}$ să fie echiunitară; c) fracția $\frac{13}{x^2+y^2}$ să fie supraunitară.

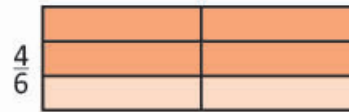
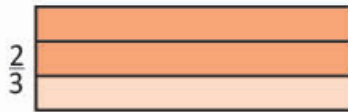
• Scrie, pentru fiecare caz, toate posibilitățile.

18 a) Scrie ca procent fracțiile: $\frac{17}{100}$; $\frac{23}{100}$; $\frac{51}{100}$; b) Scrie ca fracție procentele 13 %, 29 %, 137 %.

19 Folosind un dreptunghi, stabilește dacă fracțiile următoare sunt echivalente:

a) $\frac{3}{5}$ și $\frac{6}{10}$; b) $\frac{3}{4}$ și $\frac{15}{20}$; c) $\frac{5}{6}$ și $\frac{20}{30}$; d) $\frac{1}{6}$ și $\frac{2}{12}$.

Exemplu: $\frac{2}{3}$ și $\frac{4}{6}$



$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

20 **Lucrați în perechi.** Scrieți perechi de fracții echivalente, folosind câte o fracție din fiecare coloană, A și B.

A
$\frac{1}{3}$
$\frac{2}{5}$
$\frac{5}{20}$
$\frac{6}{9}$

B
$\frac{2}{3}$
$\frac{1}{4}$
$\frac{4}{12}$
$\frac{1}{5}$
$\frac{4}{10}$

21 Stabilește dacă fracțiile următoare sunt echivalente:

a) $\frac{6}{7}$ și $\frac{12}{14}$; b) $\frac{9}{10}$ și $\frac{27}{30}$; c) $\frac{5}{4}$ și $\frac{125}{100}$.

22 Determină fracția echivalentă cu $\frac{7}{5}$ care să aibă:

a) numitorul 20; b) numărătorul 35.

23 Determină toate fracțiile subunitare de forma $\frac{x\sqrt{5}}{3y}$, pentru care: $x\sqrt{5} : 3$ și $3y : 7$.

24 Determină toate fracțiile supraunitare de forma $\frac{x\sqrt{5}}{y^3}$, pentru care $x\sqrt{5}$ este pătratul unui număr natural și y^3 este număr prim.

Compararea fracțiilor cu același numitor sau numărător. Reprezentarea pe axa numerelor a unei fracții ordinare

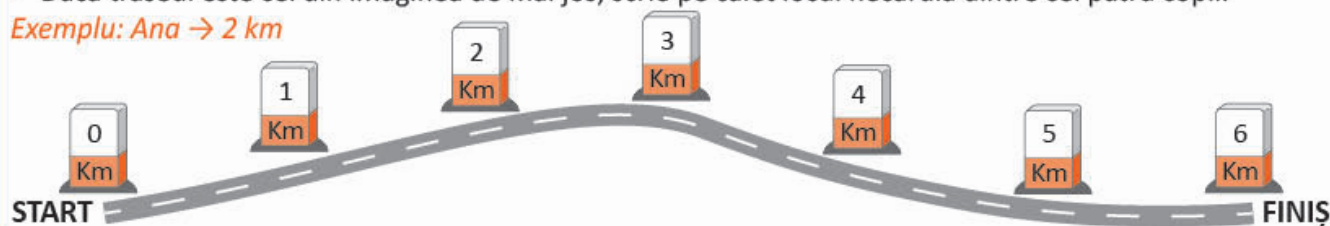
Observă și descoperă!

1 Ana, Mihai, Radu și Ioana participă la un concurs de cros școlar. După o oră de alergat, Ana a parcurs **două șesimi** din traseu, Mihai a mers **patru șesimi** din traseu, Radu a parcurs **jumătate** din traseu, iar Ioana **o treime** din traseu.

	Fracția	Reprezentarea fracției
Ana	$\frac{2}{6}$	
Mihai		
Radu		
Ioana		

- Dintre Ana și Mihai, care a parcurs o distanță mai mare?
- Dintre Radu și Ioana, care este mai aproape de linia de sosire?
- Dacă traseul este cel din imaginea de mai jos, scrie pe caiet locul fiecăruia dintre cei patru copii.

Exemplu: Ana → 2 km



Important

- Dintre două fracții care au același numitor, mai mare este fracția care are numărătorul mai mare.

Exemplu: $\frac{5}{7} > \frac{3}{7}$ pentru că $5 > 3$

- Dintre două fracții care au același numărător, mai mare este fracția care are numitorul mai mic.

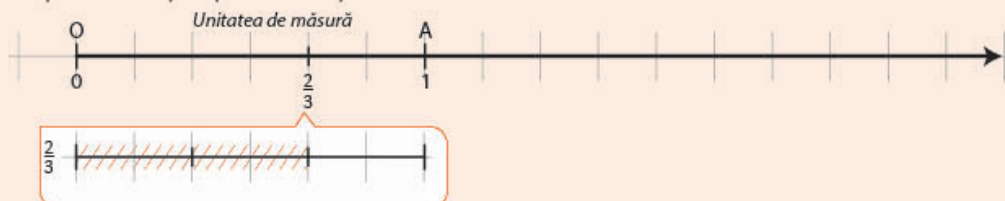
Exemplu: $\frac{2}{5} > \frac{2}{7}$ pentru că $5 < 7$

- Orice fracție subunitară este cuprinsă între numerele naturale consecutive 0 și 1.

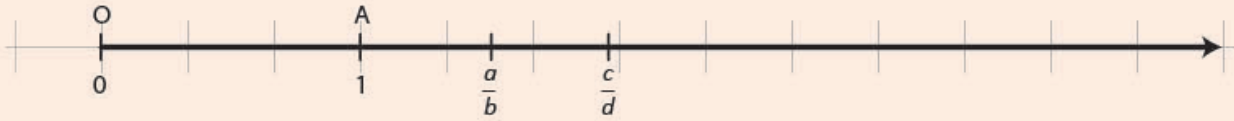
Exemplu: $0 < \frac{5}{9} < 1$

- Frațiile se pot reprezenta pe axa numerelor la fel ca numerele naturale. Pentru aceasta se ia mai întâi unitatea și se reprezintă apoi pe ea fracția.

Exemplu:



- Dintre două fracții reprezentate pe axa numerelor este mai mare fracția din dreapta.



$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$$

Exersează!

- 2 Copiază și completează casetele cu unul din semnele $<$, $>$, $=$, pentru a obține propoziții adevărate.

a) $\frac{2}{7} \square \frac{3}{7}$; b) $\frac{5}{11} \square \frac{4}{11}$; c) $\frac{1}{4} \square \frac{1}{5}$; d) $\frac{3}{5} \square \frac{3}{6}$; e) $\frac{3}{3} \square \frac{7}{7}$; f) $\frac{1}{6} \square \frac{1}{16}$; g) $\frac{4}{44} \square \frac{4}{444}$.

- 3 Scrie în ordine crescătoare fracțiile:

a) $\frac{3}{5}; \frac{2}{5}; \frac{4}{5}; \frac{7}{5}$; b) $\frac{3}{2}; \frac{3}{7}; \frac{3}{5}; \frac{3}{10}$; c) $\frac{1}{999}; \frac{1111}{999}; \frac{11111}{999}; \frac{11}{999}$; d) $\frac{1000}{7}; \frac{1000}{11}; \frac{1000}{5}; \frac{1000}{13}$.

- 4 Determină numerele naturale nenule n pentru care sunt adevărate inegalitățile:

a) $\frac{n}{6} < \frac{4}{6}$; b) $\frac{2}{n} \geq \frac{2}{4}$; c) $\frac{3}{14} < \frac{n}{14} < \frac{7}{14}$; d) $\frac{11}{4} > \frac{11}{n} \geq \frac{11}{8}$.

- 5 a) Folosind o axă a numerelor ca în figura de mai jos, reprezintă fracțiile: $\frac{1}{3}, \frac{4}{6}, \frac{5}{2}, \frac{4}{3}, \frac{7}{6}, \frac{10}{3}$.



- b) Folosind desenul, precizează între ce numere naturale consecutive se află fiecare fracție.

- 6 Care dintre următoarele fracții este mai mare?

a) $\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{4}$; b) $\frac{12}{15}; \frac{13}{15}; \frac{13}{14}$; c) $\frac{2}{3}; \frac{5}{6}; \frac{11}{10}$.

- 7 Dacă a, b și c sunt trei numere naturale nenule pentru care $\frac{a}{c} \leq \frac{b}{c} \leq \frac{b}{a}$, ce putem spune despre numerele a și c ? Putem preciza cum este b față de a sau c ?

- 8 Ordonează crescător fracțiile: a) $\frac{1}{2^2}; \frac{1}{3^2}$ și $\frac{1}{2 \cdot 3}$; b) $\frac{1}{3^2}; \frac{1}{4^2}$ și $\frac{1}{3 \cdot 4}$; c) $\frac{1}{2017^2}; \frac{1}{2018^2}$ și $\frac{1}{2017 \cdot 2018}$.

- 9 Care este cea mai mare fracție cu numitorul egal cu cel mai mic număr natural de trei cifre divizibil cu 3, iar numărătorul un număr prim de două cifre?

- 10 Care este cea mai mică fracție cu numărătorul egal cu cel mai mic număr natural de patru cifre divizibil cu 7, iar numitorul un număr impar de două cifre?

Introducerea și scoaterea întregilor dintr-o fracție

Observă și descoperă!

1 Reprodu tabelul de mai jos, apoi completează spațiile libere.

Fracția	Reprezentarea prin desen	Numărul întregilor folosiți integral	Fracția luată din ultimul întreg	Câtul împărțirii număratorului la numitor	Restul împărțirii număratorului la numitor
$\frac{5}{3}$		1	$\frac{2}{3}$	1	2
$\frac{8}{5}$					
$\frac{11}{3}$					
$\frac{7}{4}$					
$\frac{5}{2}$					



Important

- O fracție supraunitară se poate scrie punând în evidență numărul întregilor folosiți integral și fracția luată din ultimul întreg. Spunem că **am scos întregii din fracție**.

Exemplu:

$$\frac{5}{3} = 1 \frac{2}{3}$$

Restul împărțirii lui 5 la 3

Citesc: „Un întreg și două treimi”

Câtul împărțirii lui 5 la 3

- Se poate efectua și operația inversă. Spunem că **am introdus întregii în fracție**.

- Prin urmare, dacă a , b și c sunt numere naturale, cu $c \neq 0$, avem:

$$a \frac{b}{c} = \frac{a \cdot c + b}{c}$$

Exemplu:

Adun $1 \cdot 3 + 2$

Scriu

$$1 \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

Înmulțesc $1 \cdot 3$

Exersează!

2 Asociază fiecărei etichete discul corespunzător:



A $\frac{9}{4}$ B $\frac{15}{6}$ C $\frac{17}{3}$ D $4 \frac{3}{7}$ E $1 \frac{1}{9}$

a $2 \frac{3}{6}$ c $\frac{31}{7}$ e $\frac{25}{7}$
 b $\frac{10}{9}$ d $2 \frac{1}{4}$ f $5 \frac{2}{3}$

3 Copiază și completează casetele:

- a) Numărul $3\frac{2}{3}$ este format din 3 întregi și treimi.
 b) Numărul $7\frac{5}{7}$ este format din întregi și șeptimi.
 c) Numărul $13\frac{3}{8}$ este format din întregi și 3 .

4 Scoate întregii din următoarele fracții:

- a) $\frac{9}{5}$; b) $\frac{13}{3}$; c) $\frac{19}{4}$;
 d) $\frac{29}{15}$; e) $\frac{91}{5}$; f) $\frac{16}{13}$.

5 Introdu întregii în următoarele fracții:

- a) $2\frac{4}{5}$; b) $3\frac{1}{9}$; c) $6\frac{3}{4}$; d) $7\frac{2}{3}$; e) $5\frac{1}{4}$; f) $15\frac{1}{7}$; g) $1\frac{8}{15}$; h) $2\frac{9}{25}$; i) $4\frac{2}{15}$; j) $1\frac{1}{2018}$.

6 Folosind scoaterea întregilor din fracție, încadrează fiecare fracție între două numere naturale consecutive:

- a) $\frac{19}{4}$; b) $\frac{27}{5}$; c) $\frac{9}{5}$; d) $\frac{29}{2}$; e) $\frac{13}{6}$; f) $\frac{19}{7}$; g) 27%; h) 135%; i) 225%.

Exemplu: $\frac{14}{5} = 2\frac{4}{5}$, deci $2 < \frac{14}{5} < 3$.

7 Pentru o tabletă și rechizite școlare, Ionuț are suma de 1 223 de lei numai în bancnote de 1 leu. Care este numărul maxim de bancnote de 10 lei cu care poate forma Ionuț această sumă și câte bancnote de un leu mai sunt necesare? Reprezintă soluția ta cu ajutorul fracțiilor.

8 Între ce numere naturale consecutive se încadrează fracția care are numitorul egal cu cel mai mic număr natural de două cifre divizibil cu 7 și numărătorul egal cu cel mai mare număr natural de trei cifre divizibil cu 3?

9 Determină ce valori poate lua numărul natural nenul n în fiecare dintre următoarele situații:

- a) $1 < \frac{n}{5} < 2$; c) $7 < \frac{n}{13} < 8$; e) $2 < \frac{10}{n} < 3$; g) $5 < \frac{23}{n} < 6$;
 b) $1 < \frac{n}{23} < 2$; d) $12 < \frac{n}{12} < 13$; f) $2 < \frac{11}{n} < 3$; h) $10 < \frac{56}{n} < 12$.

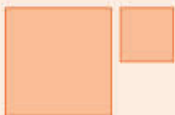
10 Determină valorile posibile ale unui număr natural x de trei cifre, astfel încât fracția $\frac{x}{231}$ să se încadreze între numerele naturale 2 și 3.

11 Oferă un exemplu de fracție ce poate fi încadrată între cel mai mare număr natural de două cifre divizibil cu 7 și cel mai mare număr natural de două cifre divizibil cu 3.

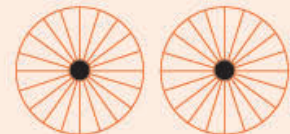
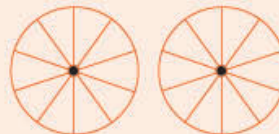
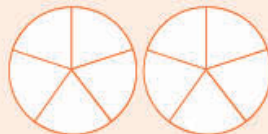
12 Dacă numitorul unei fracții este 25, iar numărătorul fracției un număr natural de două cifre, care este cel mai mic număr natural care este mai mare decât orice astfel de fracție?

Joc *Lucrați în perechi. Reproduceți pe caiet și colorați perechile echivalente!*

$1\frac{1}{4}$



$1\frac{1}{5}$



Cel mai mare divizor comun a două numere naturale. Amplificarea și simplificarea fracțiilor. Frații ireductibile

Observă și descoperă!

1 **Lucrați în perechi.** Reproduceți tabelul, apoi completați-l.

a	b	Divizorii lui a	Divizorii lui b	Divizorii care apar și la a și la b (divizorii comuni ai lui a și b)	Cel mai mare dintre divizorii comuni	Divizorii celui mai mare divizor comun
12	18	1, 2, 3, 4, 6, 12	1, 2, 3, 6, 9, 18	1, 2, 3, 6	6	1, 2, 3, 6
16	24					
20	30					
14	27					

- Ce observați la numerele din coloanele 5 și 6? Dar la numerele din coloanele 5 și 7?



Important

- Oricare două numere naturale nenule au cel puțin un divizor comun. Acesta este 1.
- Dintre toți divizorii comuni ai unor numere naturale nenule, există un divizor care se divide cu toți ceilalți divizori comuni. Acesta se numește **cel mai mare divizor comun**.
- Cel mai mare divizor comun al numerelor naturale nenule a și b se notează **c.m.m.d.c.** al numerelor a și b sau (a, b) .
- Două numere naturale nenule care au ca divizor comun numai pe 1 se numesc **numere prime între ele** sau **numere relativ prime**.

Exersează!

2 Determină cel mai mare divizor comun al numerelor: a) 4 și 6; b) 15 și 9; c) 8 și 20; d) 30 și 45; e) 18 și 27.

3 Stabilește dacă numerele următoare sunt prime între ele: a) 4 și 9; b) 15 și 28; c) 24 și 25; d) 14 și 15.

Observă și descoperă!

4 Pentru fracțiile $\frac{1}{8}$, $\frac{5}{4}$ și $\frac{2}{7}$, completează un tabel asemănător celui de mai jos.

$\frac{a}{b}$	$c = a \cdot 3$	$d = b \cdot 3$	$\frac{c}{d}$	Stabilește dacă fracțiile din coloanele 1 și 4 sunt echivalente
$\frac{2}{5}$	6	15	$\frac{6}{15}$	$\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$

5 a) Completează, pe caiet, casele cu numerele potrivite.

$$\frac{3}{5} \xrightarrow{\cdot 2} \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{3}{5} \xrightarrow{\cdot 4} \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{3}{5} \xrightarrow{\cdot 5} \frac{\square}{\square}$$

b) Stabilește care dintre fracțiile obținute mai sus sunt echivalente cu fracția $\frac{3}{5}$.

6 a) Completează, pe caiet, casele cu numerele potrivite.

$$\frac{2}{7} \xrightarrow{+ 3} \frac{\square}{\square}$$

b) Verifică dacă fracția obținută este echivalentă cu fracția $\frac{2}{7}$.

7 Completează, pe caiet, casele cu numerele potrivite.

$$\frac{10}{14} \begin{array}{l} \xrightarrow{:2} \square \\ \xrightarrow{:2} \square \end{array}$$

$$\frac{15}{25} \begin{array}{l} \xrightarrow{:5} \square \\ \xrightarrow{:5} \square \end{array}$$

$$\frac{9}{12} \begin{array}{l} \xrightarrow{:3} \square \\ \xrightarrow{:3} \square \end{array}$$

- Verifică dacă fracțiile obținute sunt echivalente cu fracțiile date.

Important

- **A amplifica** o fracție înseamnă să înmulțim atât numitorul, cât și numărătorul, cu același număr natural diferit de zero. Prin amplificarea se obține o fracție echivalentă cu fracția dată.

- Amplificarea se poate face cu orice număr natural nenul. *Exemplu:*
$$^4) \frac{3}{5} = \frac{4 \cdot 3}{4 \cdot 5} = \frac{12}{20}$$

Citește: „Fracția trei supra cinci se amplifică cu patru și se obține fracția doisprezece supra douăzeci”.

- **A simplifică** o fracție înseamnă să împărțim atât numitorul, cât și numărătorul, cu același număr natural diferit de zero. Prin simplificarea se obține o fracție echivalentă cu fracția dată.
- Simplificarea se face numai printr-un divizor comun al numărătorului și al numitorului, diferit de 1.

Exemplu:
$$\frac{8}{10} \stackrel{(2)}{=} \frac{8:2}{10:2} = \frac{4}{5}$$
. *Citește:* „Fracția opt supra zece se simplifică prin doi și se obține fracția patru supra cinci”.

- Frația care nu poate fi simplificată se numește **fracție ireductibilă**.

8 Unește prin săgeți fiecare fracție din coloana A cu fracția din coloana B obținută prin amplificarea cu 2.

A

$$\frac{3}{5} \bullet$$

$$\frac{4}{7} \bullet$$

$$\frac{2}{3} \bullet$$

$$\frac{9}{13} \bullet$$

B

$$\frac{18}{26} \bullet$$

$$\frac{4}{6} \bullet$$

$$\frac{6}{10} \bullet$$

$$\frac{18}{39} \bullet$$

$$\frac{8}{14} \bullet$$

9 Unește prin săgeți fiecare fracție din coloana A cu fracția din coloana B obținută prin simplificarea.

A

$$\frac{3}{9} \bullet$$

$$\frac{4}{10} \bullet$$

$$\frac{12}{16} \bullet$$

$$\frac{9}{81} \bullet$$

B

$$\frac{1}{9} \bullet$$

$$\frac{3}{4} \bullet$$

$$\frac{1}{3} \bullet$$

$$\frac{2}{5} \bullet$$

$$\frac{1}{2} \bullet$$

10 Simplifică fracțiile următoare pentru a obține fracții ireductibile: a) $\frac{15}{10}$; b) $\frac{3}{21}$; c) $\frac{4}{10}$; d) $\frac{42}{30}$; e) $\frac{105}{135}$; f) $\frac{90}{72}$.

Exemplu: Putem ajunge la fracții ireductibile fie prin simplificări succesive: $\frac{12}{18} \stackrel{(2)}{=} \frac{6}{9} \stackrel{(3)}{=} \frac{2}{3}$, fie prin simplificarea cu cel mai mare divizor comun al numerelor 12 și 18: cum acesta este 6, obținem simplificarea: $\frac{12}{18} \stackrel{(6)}{=} \frac{2}{3}$.

11 Amplifică fracțiile următoare pentru a obține numitorul 100, apoi transformă-le în procente:

Exemplu:
$$\frac{3}{5} \stackrel{(20)}{=} \frac{60}{100} = 60\%$$
 a) $\frac{3}{10}$; b) $\frac{1}{20}$; c) $\frac{2}{5}$; d) $\frac{3}{4}$; e) $\frac{3}{25}$; f) $\frac{3}{2}$.

Cel mai mare divizor comun a două numere naturale. Amplificarea și simplificarea fracțiilor. Frații ireductibile

Cel mai mic multiplu comun a două numere naturale. Aducerea fracțiilor la un numitor comun

Amintește-ți!

1 Completează tabelul. Primul rând este completat ca model.

a	b	Primii șase multiplii nenuli ai lui a	Primii șase multiplii nenuli ai lui b	Multiplii care apar și la a și la b (multipli comuni ai lui a și b)	Cel mai mic dintre multiplii comuni	Trei multipli ai celui mai mic multiplu comun
6	4	6, 12, 18, 24, 30, 36	4, 8, 12, 16, 20, 24	12, 24	12	12, 24, 36
2	3					
3	9					
5	10					
8	3					

- Ce observi la numerele din coloanele 5 și 6? Dar la numerele din coloanele 6 și 7?



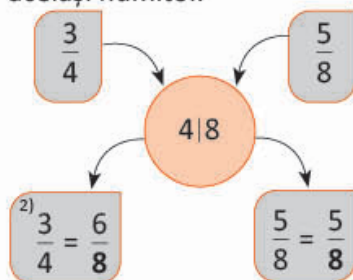
Important

- Oricare două numere naturale nenule au cel puțin un multiplu comun. Acesta este produsul numerelor.
- Dintre toți multiplii comuni, diferiți de 0, a două numere naturale nenule, există un multiplu care este divizor pentru toți ceilalți multipli comuni. Acesta se numește **cel mai mic multiplu comun**.
- Cel mai mic multiplu comun al numerelor naturale nenule a și b se notează **c.m.m.m.c.** al numerelor a și b sau $[a, b]$.

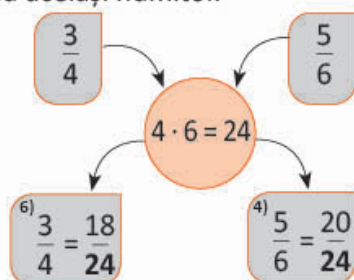
Observă și descoperă!



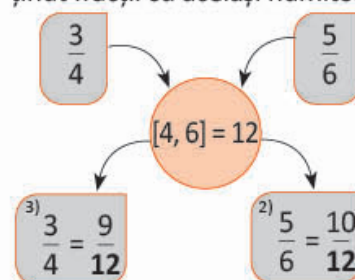
A. Frațiile $\frac{3}{4}$ și $\frac{5}{8}$ au fost înlocuite cu fracții echivalente. Am folosit faptul că 4 divide pe 8 și am obținut fracții cu același numitor.



B. Frațiile $\frac{3}{4}$ și $\frac{5}{6}$ au fost înlocuite cu fracții echivalente. Am folosit produsul numitorilor drept multiplu comun și am obținut fracții cu același numitor.



C. Frațiile $\frac{3}{4}$ și $\frac{5}{6}$ au fost înlocuite cu fracții echivalente. Am folosit cel mai mic multiplu comun al numitorilor și am obținut fracții cu același numitor.



Important

- Oricare două fracții pot fi înlocuite cu fracții echivalente care să aibă numitorul comun.

Exersează!

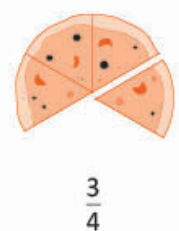
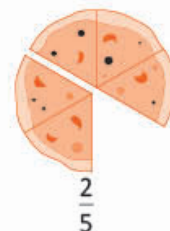
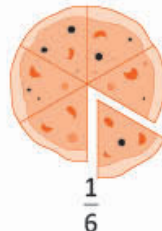
2 Adu la un numitor comun fracțiile:

- a) $\frac{1}{2}$ și $\frac{2}{3}$; b) $\frac{1}{3}$ și $\frac{4}{5}$; c) $\frac{2}{9}$ și $\frac{5}{4}$; d) $\frac{5}{8}$ și $\frac{1}{4}$; e) $\frac{1}{6}$ și $\frac{2}{3}$; f) $\frac{2}{3}$ și $\frac{5}{12}$; g) $\frac{1}{25}$ și $\frac{1}{20}$; h) $\frac{1}{143}$ și $\frac{1}{91}$; i) $\frac{1}{1001}$ și $\frac{1}{143}$.

- 3 Oferă câte 3 exemple de multipli comuni pentru numerele:
- a) 23 și 5; c) 60 și 80;
b) 12 și 16; d) 18 și 54;
- 4 Care este multiplul comun de trei cifre al numerelor 17 și 23, cu proprietatea că suma cifrelor sale este 17?
- 5 Să se compare următoarele fracții, aducându-le la un numitor comun:
- a) $\frac{5}{12}$ și $\frac{7}{16}$; d) $\frac{2\ 016}{2\ 017}$ și $\frac{2\ 017}{2\ 018}$;
b) $\frac{5}{13}$ și $\frac{7}{11}$; e) $\frac{1}{(2^2 \cdot 3)}$ și $\frac{1}{(3 \cdot 5^2)}$;
c) $\frac{11}{13}$ și $\frac{16}{17}$; f) $\frac{1}{(2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^4)}$ și $\frac{1}{(2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^2)}$.
- 6 Transformă procentele în fracții ordinare, apoi compară fracțiile obținute cu cele date.
- a) 25 % și $\frac{1}{4}$; e) 14 % și $\frac{1}{7}$;
b) 13 % și $\frac{1}{5}$; f) 35 % și $\frac{25}{74}$;
c) 68 % și $\frac{5}{6}$; g) 143 % și $\frac{11}{13}$;
d) 33 % și $\frac{1}{3}$; h) 110 % și $\frac{6}{5}$.
- 7 În drumul său de la facultate spre casă, Laurențiu parcurge într-o zi 34 % din drumul de la Cluj la Botoșani, iar Matei $\frac{19}{50}$ din același drum, plecând tot din Cluj. Cine a ajuns mai aproape de Botoșani?
- 8 Avioanele au, în general, câte un rezervor de combustibil montat pe fiecare aripă. Un avion pleacă de la Berlin la București și consumă pentru acest zbor 65 % din capacitatea unui rezervor. Apoi pleacă de la București înspre Iași, dar întâmpină turbulențe puternice și, în ciuda distanței mai mici, avionul ajunge să consume $\frac{16}{25}$ din combustibilul aflat în cel de-al doilea rezervor. Pentru care zbor a consumat avionul mai mult combustibil?
- 9 Andrei are 10 pixuri roșii și 15 pixuri albastre. Ce fracție reprezintă numărul de pixuri roșii din numărul total de pixuri? Dar dacă Andrei își mai cumpără încă 5 pixuri roșii și 10 pixuri albastre, care va fi noua fracție? Care dintre ele este mai mare?

Problemă rezolvată

- O pizza este tăiată în 6 felii identice. Ce fracție reprezintă o felie din întreaga pizza? Dacă mâncăm o felie, ce fracție reprezintă acum două felii din pizza rămasă? Dacă mai mâncăm o felie, ce fracție reprezintă acum 3 felii din pizza rămasă? Stabilește care dintre fracțiile alăturate este mai mare.

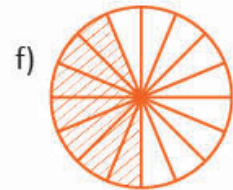
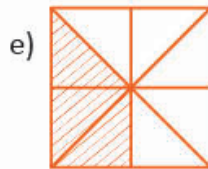
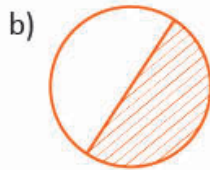


- **Rezolvare:** Pentru a determina care dintre aceste fracții este cea mai mare, le vom compara două câte două. Mai întâi, comparăm $\frac{1}{6}$ cu $\frac{2}{5}$. Un numitor comun este 30. Prin urmare, $\frac{1}{6} = \frac{5}{30}$, iar $\frac{2}{5} = \frac{12}{30}$, deci $\frac{1}{6} < \frac{2}{5}$. Comparăm acum cea mai mare fracție dintre primele două cu cea de-a treia fracție: $\frac{2}{5}$ și $\frac{3}{4}$. Un numitor comun este 20, deci $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$, iar $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$. Cum $\frac{8}{20} < \frac{15}{20}$, atunci fracția $\frac{3}{4}$ este cea mai mare. Deci $\frac{1}{6} < \frac{2}{5} < \frac{3}{4}$.

- 10 Folosește modelul de rezolvare de la exercițiul anterior pentru a ordona crescător fracțiile:
- a) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ și $\frac{1}{5}$; b) $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ și $\frac{1}{5}$; c) $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{15}$ și $\frac{3}{20}$; d) 70 %, $\frac{3}{5}$ și $\frac{1}{2}$; e) $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{7}$ și $\frac{7}{8}$.

Recapitulare

1 Ce fracții sunt reprezentate în următoarele desene prin porțiunile hașurate?



2 Reprodu figurile următoare și hașurează părțile din întreg indicate în dreptul fiecăreia, apoi marchează cu s fracțiile subunitare și cu S fracțiile supraunitare.



3 Scrie toate fracțiile care au numărătorul 4 și numitorul cel mult egal cu 9. Câte dintre ele sunt subunitare? Dar supraunitare? Dar echiunitare?

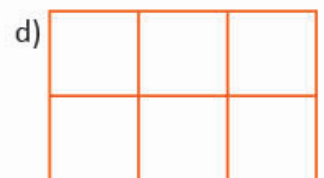
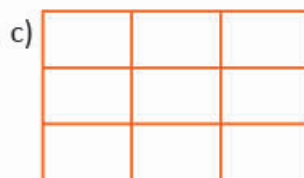
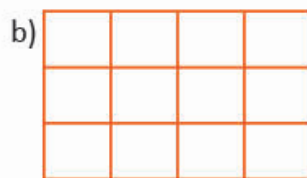
4 Scrie toate fracțiile:

a) subunitare care au numitorul 6; b) supraunitare cu numărătorul 6; c) echiunitare cu numitorul cel mult 6.

5 Determină toate fracțiile:

a) supraunitare de forma $\frac{x}{7}$, unde x este număr natural și $x \leq 12$; c) echiunitare de forma $\frac{x6}{36}$;
 b) subunitare de forma $\frac{5}{x}$, cu x număr natural nenul și $x \leq 9$; d) subunitare de forma $\frac{3^x}{100}$, cu x număr natural.

6 Reprodu desenele următoare și hașurează fracțiile echivalente cu $\frac{1}{3}$.

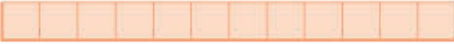


- 7 Scrie câte patru fracții echivalente cu: a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{1}{3}$; c) $\frac{1}{5}$; d) $\frac{2}{3}$; e) 25 %.
- 8 Stabilește dacă următoarele fracții sunt echivalente: a) $\frac{3}{4}$ și $\frac{9}{12}$; b) $\frac{1}{3}$ și $\frac{1}{4}$; c) $\frac{11}{7}$ și $\frac{33}{21}$.
- 9 Alege dintre fracțiile următoare pe cele echivalente cu fracția $\frac{3}{4}$: a) $\frac{11}{8}$; b) $\frac{24}{32}$; c) $\frac{30}{40}$; d) $\frac{24}{36}$; e) $\frac{18}{25}$.
- 10 După școală, Ana își propune să alerge pe traseul marcat din parc. În prima zi aleargă $\frac{1}{4}$ din lungimea traseului, a doua zi aleargă $\frac{3}{12}$ din lungimea traseului, a treia zi aleargă $\frac{4}{16}$ din lungimea traseului, iar a patra zi aleargă $\frac{5}{20}$ din lungimea traseului.
a) În ce zi a alergat cel mai mult? b) Cât i-a mai rămas de alergat Anei din lungimea totală a traseului?
- 11 Scrie în ordine descrescătoare fracțiile:
a) $\frac{7}{23}$; $\frac{2}{23}$; $\frac{15}{23}$; $\frac{19}{23}$; $\frac{23}{23}$; $\frac{25}{23}$; $\frac{1}{23}$; b) $\frac{7}{10}$; $\frac{7}{3}$; $\frac{7}{7}$; $\frac{7}{14}$; $\frac{7}{5}$; $\frac{7}{2}$.
- 12 Completează casetele cu numere potrivite, astfel încât afirmațiile să fie adevărate.
a) $\frac{9}{12} < \frac{\square}{\square} < \frac{23}{11}$; b) $\frac{5}{124} < \frac{\square}{\square} < \frac{5}{17}$; c) $\frac{11}{37} < \frac{\square}{\square} < \frac{13}{37}$; d) $\frac{5}{124} < \frac{\square}{\square} < \frac{17}{124}$.
- 13 Compară fracțiile $\frac{4\ 567}{4\ 566}$ și $\frac{4\ 568}{4\ 567}$.
Exemplu: $\frac{241}{120}$ și $\frac{261}{130}$. Avem $\frac{241}{120} = 2\frac{1}{120}$ și $\frac{261}{130} = 2\frac{1}{130}$. Cum $\frac{1}{120} > \frac{1}{130}$, rezultă $\frac{241}{120} > \frac{261}{130}$.
- 14 Determină numerele naturale nenule n pentru care:
a) $\frac{n}{5} \leq \frac{4}{5}$; b) $\frac{6}{n} > \frac{6}{7}$; c) $\frac{1}{4} \leq \frac{1}{n} < \frac{1}{2}$; d) $\frac{5}{8} < \frac{5}{n} \leq \frac{5}{4}$.
- 15 Determină numerele naturale x pentru care:
a) $\frac{8}{15} < \frac{x}{15} < \frac{23}{15}$; b) $\frac{6}{18} \leq \frac{x}{18} \leq \frac{14}{18}$; c) $\frac{19}{24} < \frac{x}{24} \leq \frac{13}{12}$; d) $\frac{11}{20} \leq \frac{x}{60} < \frac{2}{3}$; e) $\frac{7}{9} \leq \frac{x}{36} < \frac{5}{6}$; f) $25\% < \frac{x}{100} < 29\%$.
- 16 Elevii clasei a V-a B și-au ales, prin vot, președintele consiliului clasei. La numărarea voturilor s-a constatat că 40 % dintre ei l-au votat pe Paul, $\frac{1}{4}$ pe Florin, $\frac{2}{10}$ pe Adela și $\frac{3}{20}$ pe Mihaela. Cine a fost ales președintele consiliului clasei?
- 17 Scoate întregii din fracțiile: $\frac{11}{6}$; $\frac{14}{3}$; $\frac{11}{8}$; $\frac{20}{7}$; $\frac{13}{2}$; $\frac{15}{14}$; $\frac{43}{20}$; $\frac{5}{5}$; $\frac{23\ 001}{1\ 000}$; $\frac{123\ 456}{99\ 999}$; $\frac{1\ 345\ 672}{23\ 457}$.
- 18 Introdu întregii în fracțiile: $3\frac{1}{4}$; $2\frac{4}{7}$; $1\frac{1}{5}$; $4\frac{3}{8}$; $9\frac{2}{5}$; $7\frac{4}{11}$; $10\frac{23}{75}$; $12\frac{13}{169}$; $1\ 001\frac{243}{729}$.
- 19 Scrie fracțiile următoare sub formă de fracții ordinare cu numitorul 12: $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{6}$; $\frac{34}{24}$; $\frac{450}{120}$; $\frac{44}{48}$.







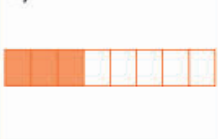
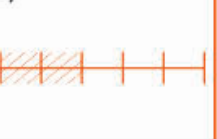
Evaluare 

Timp de lucru: 50 de minute



10p	Din oficiu	
5p	1.a.	Reprezintă fracțiile $\frac{5}{6}$, $\frac{15}{12}$ și $\frac{4}{4}$ folosind, de fiecare dată, un întreg precum cel din figură. 
5p	1.b.	Citește enunțul și completează în casete fracțiile corespunzătoare: Dintre fracțiile $\frac{5}{6}$, $\frac{15}{12}$ și $\frac{4}{4}$, fracție subunitară este $\frac{\square}{\square}$, fracție echiunitară este $\frac{\square}{\square}$, iar fracție supraunitară este $\frac{\square}{\square}$.
10p	1.c.	Folosind același tip de desen ca la punctul 1.a., reprezintă fracțiile $\frac{2}{3}$ și $\frac{8}{12}$ și stabilește dacă fracțiile sunt echivalente.
5p	1.d.	Completează casetele cu numere potrivite: $\frac{73}{100} = \frac{\square}{\square} \%$; $87\% = \frac{\square}{\square}$.
5p	2.	Completează casetele cu numere potrivite: $\frac{34}{7} = \frac{\square}{\square}$; $5\frac{3}{8} = \frac{\square}{\square}$.
5p	3.a.	Amplifică cu 4 fracția $\frac{5}{9}$.
5p	3.b.	Simplifică fracția $\frac{30}{45}$ pentru a obține o fracție ireductibilă.
5p	4.	Scrive în cerc unul din semnele $<$, $=$, $>$ astfel încât fiecare afirmație să fie adevărată: a) $\frac{13}{14} \bigcirc \frac{11}{14}$; b) $\frac{7}{8} \bigcirc \frac{7}{10}$.
5p	5.	Completează casetele cu numere naturale consecutive $\square < \frac{12}{5} < \square$.
10p	6.	Compară fracțiile $\frac{7}{8}$ și $\frac{5}{6}$, aducându-le la un numitor comun.
10p	7.	Simplifică fracțiile $\frac{232\ 323}{323\ 232}$ și $\frac{23\ 232\ 323}{34\ 343\ 434}$, apoi precizează care dintre fracții este mai mare.
10p	8.	Determină numerele naturale nenule n pentru care $\frac{4}{15} < \frac{4}{n} < \frac{1}{3}$.
10p	9.	Ana, Mihai și Radu participă la un cros al copiilor. După o oră, Ana a parcurs $\frac{3}{5}$ din traseu, Mihai a parcurs $\frac{5}{6}$ din traseu, iar Radu $\frac{2}{3}$ din traseu. Dacă ordinea actuală nu se mai modifică până la sfârșitul cursei, precizează care dintre cei trei ajunge primul la finalul cursei și care ajunge ultimul.

Exersezi și progresezi!

1 Asociază fiecare desen cu fracția corespunzătoare:

a) 	b) 	c) 	d) 	e) 	f) 	
$\frac{3}{8}$	$\frac{15}{32}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{10}$

2 Reprezintă fracția:

			
$\frac{3}{6}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{9}{14}$

3 Cea mai mare fracție subunitară cu numitorul 5 este fracția $\frac{\square}{5}$.

4 Cea mai mică fracție supraunitară cu numărătorul 10 este fracția $\frac{10}{\square}$.

5 Scrie toate fracțiile:

- subunitare cu numitorul 65 și numărătorul putere a lui 2;
- supraunitare cu numărătorul 2^3 și numitorul număr natural, divizor al lui 36;
- echiunitare cu numitorul cel mult egal cu 4.

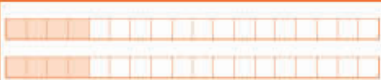
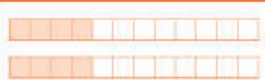
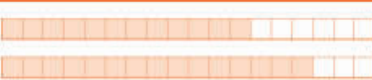
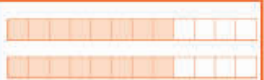
6 Scrie ca procent fracțiile: a) $\frac{89}{100}$, $\frac{41}{100}$, $\frac{19}{100}$, $\frac{3}{100}$, $\frac{13}{100}$; b) $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{20}$, $\frac{11}{25}$, $\frac{7}{4}$.

7 a) Determină numerele naturale n , știind că fracția $\frac{12}{2 \cdot n + 4}$ este: • subunitară; • echiunitară.

b) Determină numerele naturale n , știind că fracția $\frac{3 \cdot n + 2}{2 \cdot n + 7}$ este: • supraunitară; • echiunitară.

8 Arată că următoarele fracții sunt subunitare: a) $\frac{2^{24}}{3^{16}}$; b) $\frac{2^{10} + 2^9}{2^{11}}$; c) $\frac{2^{16}}{4^9}$; d) $\frac{9^{10}}{27^7}$.

9 Scrie în cerc **A**, dacă afirmația este adevărată sau **F**, dacă afirmația este falsă.

			
$\frac{2}{9} = \frac{4}{18}$	$\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$	$\frac{12}{18} = \frac{15}{18}$	$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

10 Dacă $\frac{3}{x} = \frac{30}{40}$, atunci numărul natural nenul x este egal cu \square .  Din câte pătrimi sunt formați cinci întregi?

12 Completează casetele:

a) Dintre fracțiile $\frac{3}{4}$ și $\frac{5}{6}$, mai mică este .

b) Cel mai mic număr natural, mai mare decât $\frac{7}{2}$ este numărul .

c) Cel mai mare număr natural, mai mic decât $\frac{7}{2}$ este numărul .



13 Amplifică fracțiile $\frac{4}{5}$ și $\frac{7}{8}$, pentru a obține fracții cu:

a) același numărător;

b) același numitor.

14 Completează pe caiet:

a) $\frac{7}{8} = \frac{\square}{56}$; b) $\frac{\square}{33} = \frac{2}{3}$; c) $\frac{5}{60} = \frac{1}{\square}$; d) $\frac{25}{3} = \frac{\square}{12}$; e) $\frac{30}{105} = \frac{2}{\square}$; f) $\frac{21}{35} = \frac{\square}{5}$.

15 Scrie câte patru fracții echivalente cu: a) $\frac{2}{5}$; b) $\frac{1}{7}$.

16 Printre fracțiile de mai jos, unele **nu** sunt echivalente cu celelalte. Care sunt acele fracții?

a) $\frac{24}{32}$, $\frac{15}{20}$, $\frac{9}{20}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{33}{44}$; b) $\frac{8}{4 \cdot x}$, $\frac{2 \cdot y}{x \cdot y}$, $\frac{8}{5 \cdot x}$, $\frac{12}{3 \cdot x}$, $\frac{6 \cdot y}{3 \cdot x \cdot y}$, unde x și y sunt numere naturale nenule.

17 Determină numărul natural x pentru care următoarele două fracții sunt echivalente:

a) $\frac{3 \cdot x}{25}$ și $\frac{3}{5}$; b) $\frac{8}{x+1}$ și $\frac{4}{3}$; c) $\frac{12}{3 \cdot x+2}$ și $\frac{3}{2}$.

18 Simplifică fracția $\frac{3^{10} + 3^{10} + 3^{10}}{27^4}$ pentru a obține o fracție ireductibilă.

19 Adu la același numitor fracțiile: $\frac{2\ 020}{2\ 020}$, $\frac{202\ 020}{303\ 030}$, $\frac{19\ 191\ 919}{27\ 272\ 727}$.

Indicație: simplifică mai întâi fracțiile.



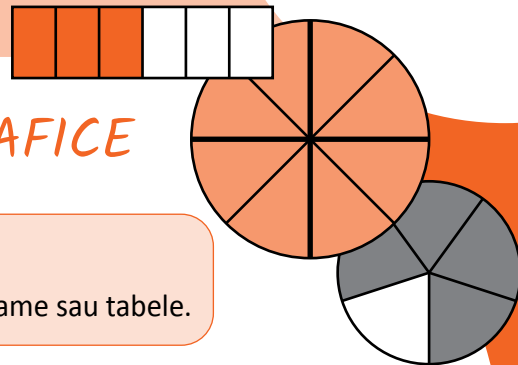
20 Determină, în fiecare caz, numerele naturale n , pentru care fracția dată este echivalentă cu un număr natural.

a) $\frac{7}{n}$; b) $\frac{11}{n+3}$; c) $\frac{6}{n-3}$; d) $\frac{10}{n-3}$; e) $\frac{36}{3 \cdot n+1}$; f) $\frac{5\ 050}{101 \cdot n}$; g) $\frac{123\ 123}{3 \cdot 41 \cdot 7 \cdot 11 \cdot n}$; h) $\frac{121\ 121}{9\ 317 \cdot n}$.

21 Determină cifrele nenule n pentru care fracția care are la numărător suma tuturor numerelor mai mici sau egale cu n și la numitor numărul n este echivalentă cu un număr natural? Observă, din punct de vedere al parității, ce proprietate au aceste soluții. Rămâne valabilă această afirmație pentru numerele de două cifre?

OPERAȚII CU FRAȚII ORDINARE

9



MATEMATICA ÎN REPREZENTĂRI GRAFICE

Vei identifica fracții ordinare sau zecimale în contexte variate:

- vei identifica date statistice sub formă de fracții sau procente în diagrame sau tabele.

Vei efectua calcule cu fracții folosind proprietăți ale operațiilor aritmetice:

- vei calcula o fracție echivalentă cu o fracție dată, prin amplificare sau simplificare, pentru a putea efectua adunări și scăderi;
- vei efectua adunări sau scăderi cu fracții ordinare;
- vei efectua înmulțiri sau împărțiri cu fracții ordinare;
- vei efectua ridicarea la putere a unei fracții ordinare.

Vei utiliza algoritmi pentru efectuarea operațiilor cu fracții ordinare sau zecimale:

- vei efectua calcule cu fracții respectând ordinea operațiilor și folosirea parantezelor;
- vei aplica metode aritmetice pentru rezolvarea unor probleme cu fracții.

Vei utiliza limbajul specific fracțiilor/procentelor în situații date:

- vei determina o fracție dintr-o altă fracție;
- vei determina o fracție dintr-un număr natural multiplu al numitorului fracției;
- vei utiliza limbajul specific pentru a determina $p\%$ dintr-un număr.

Vei analiza situații date în care intervin fracții pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule:

- vei analiza scheme, modele, probleme practice care implică utilizarea operațiilor cu fracții ordinare și ordinea efectuării operațiilor.

Vei reprezenta matematic, folosind fracții, o situație dată, în context intra și interdisciplinar (geografie, fizică, economie etc.):

- vei formula probleme cu fracții, pe baza unor scheme sau reguli date și vei rezolva aceste probleme prin metode aritmetice (metoda reducerii la unitate, metoda comparației, metoda figurativă, metoda mersului invers etc.);
- vei modela probleme cu fracții exprimate în limbaj uzual pentru a le putea rezolva folosind metode aritmetice.

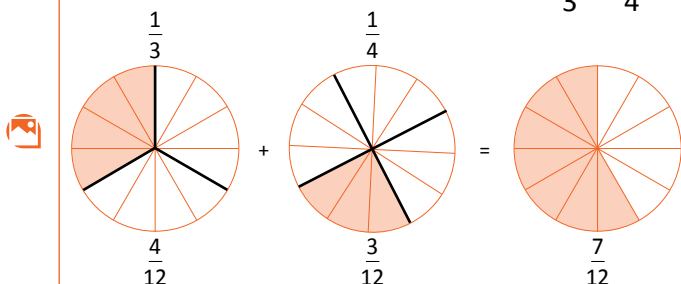
Adunarea și scăderea fracțiilor ordinare

Amintește-ți!

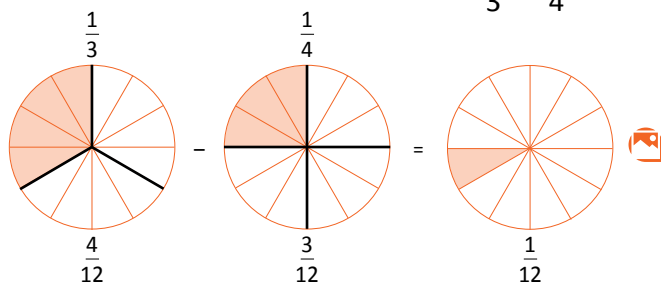
- 1 Ana are de parcurs un traseu montan în trei zile. În prima zi parcurge $\frac{2}{15}$ din traseu, iar a doua zi $\frac{4}{15}$ din traseu. Ce fracție din traseu a parcurs Ana în primele două zile?
- 2 Pe același traseu, Mihai a parcurs în primele două zile $\frac{7}{12}$ din traseu. În prima zi a parcurs $\frac{5}{12}$ din traseu. Ce fracție din traseu a parcurs Mihai în ziua a doua?

Observă și descoperă!

- 3 Observă cum se poate reprezenta grafic $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$.



- 4 Observă cum se poate reprezenta grafic $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$.



Problemă rezolvată

- Ana are de parcurs un traseu montan în trei zile. În prima zi parcurge $\frac{2}{5}$ din traseu, iar în ziua a doua $\frac{1}{3}$ din traseu. Ce fracție din traseu a parcurs Ana în cele două zile?

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{6}{15} + \frac{5}{15} = \frac{11}{15}$$

Problemă rezolvată

- Mihai are de parcurs un traseu montan. În primele două zile a parcurs $\frac{4}{5}$ din traseu. În prima zi a parcurs $\frac{1}{3}$ din traseu. Ce fracție din traseu a parcurs Mihai în ziua a doua?

$$\frac{4}{5} - \frac{1}{3} = \frac{12}{15} - \frac{5}{15} = \frac{7}{15}$$



Important

- **Adunarea (scăderea)** a două fracții care au același numitor se efectuează adunând (scăzând) numărătorii și păstrând numitorul:

$$\frac{a}{n} + \frac{b}{n} = \frac{a+b}{n} \quad \frac{a}{n} - \frac{b}{n} = \frac{a-b}{n}, n \neq 0 \quad \text{Exemple: } \frac{5}{13} + \frac{2}{13} = \frac{5+2}{13} = \frac{7}{13}; \quad \frac{5}{13} - \frac{2}{13} = \frac{5-2}{13} = \frac{3}{13}.$$

- Dacă fracțiile nu au același numitor, pentru adunare (scădere), se aduc la **numitor comun** prin amplificare sau simplificare:

$$\text{Exemple: } \frac{5}{6} + \frac{3}{8} = \frac{20}{24} + \frac{9}{24} = \frac{29}{24}; \quad \frac{12}{16} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

- **Atenție!** Dacă este posibil, rezultatul se simplifică.



- **Adunarea (scăderea)** dintre un număr natural și o fracție ordinară se efectuează scriind numărul natural ca fracție ordinară cu numitorul 1 astfel:

$$n + \frac{a}{b} = \frac{b}{1} + \frac{a}{b} = \frac{n \cdot b}{b} + \frac{a}{b} = \frac{n \cdot b + a}{b} \quad n - \frac{a}{b} = \frac{b}{1} - \frac{a}{b} = \frac{n \cdot b}{b} - \frac{a}{b} = \frac{n \cdot b - a}{b}$$

Exemplu: $5 + \frac{3}{7} = \frac{7}{1} + \frac{3}{7} = \frac{5 \cdot 7}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5 \cdot 7 + 3}{7} = \frac{38}{7}$ $5 - \frac{3}{7} = \frac{7}{1} - \frac{3}{7} = \frac{5 \cdot 7}{7} - \frac{3}{7} = \frac{5 \cdot 7 - 3}{7} = \frac{32}{7}$



Proprietățile adunării:

- Adunarea fracțiilor ordinare este **comutativă** (termenii pot fi adunați în orice ordine și rezultatul adunării nu se modifică). $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$
- Adunarea fracțiilor ordinare este **asociativă** (dacă o adunare are trei sau mai mulți termeni, aceștia pot fi grupați în moduri diferite și rezultatul adunării nu se modifică). $\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{n}{m} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{n}{m}\right)$
- 0 este **element neutru** pentru adunare (numărul 0 nu schimbă rezultatul adunării). $\frac{a}{b} + 0 = 0 + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$
- **Atenție!** Proprietățile de mai sus nu sunt adevărate pentru operația de scădere.

Exersează!

- 5 Asociază fiecare etichetă cu cercul care conține rezultatul operației.

$1 + \frac{5}{8}$

$2 - \frac{3}{4}$

$\frac{2}{5} + \frac{1}{2}$

$\frac{5}{7} - \frac{1}{3}$

$\frac{9}{11} - \frac{4}{11}$

$\frac{4}{3} + \frac{7}{3}$

$\frac{3}{7}$

$\frac{8}{21}$

$\frac{5}{11}$

$\frac{11}{3}$

$\frac{13}{8}$

$\frac{5}{4}$

$\frac{9}{10}$

- 6 Calculează:

a) $\frac{7}{8} + \frac{6}{8}$;

b) $\frac{3}{11} + \frac{4}{11} + \frac{5}{11}$;

c) $\frac{7}{15} + \frac{2}{15} + \frac{22}{15}$;

d) $\frac{21}{8} + \frac{35}{8}$;

e) $\frac{13}{12} + \frac{23}{12} + \frac{36}{12}$;

f) $\frac{7}{18} + \frac{5}{18}$.

- 7 Calculează și simplifică, atunci când este cazul, rezultatul obținut:

a) $\frac{7}{12} - \frac{3}{12}$;

b) $\frac{17}{25} - \frac{12}{25}$;

c) $\frac{45}{76} - \frac{27}{76}$;

d) $\frac{8}{9} - \frac{5}{9}$;

e) $\frac{3}{2} - \frac{1}{2}$;

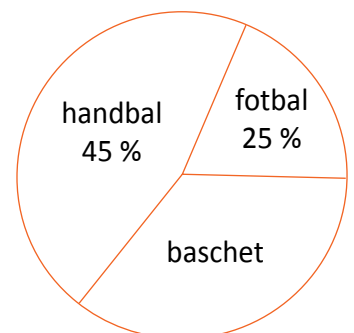
f) $\frac{49}{3} - \frac{18}{3}$;

g) $\frac{40}{7} - \frac{19}{7}$;

h) $\frac{47}{20} - \frac{15}{20}$.

- 8 Mihai are de rezolvat mai multe probleme în 3 zile. În prima zi rezolvă $\frac{1}{3}$ din numărul lor, în a doua zi $\frac{1}{4}$ din același număr. Ce fracție din numărul problemelor i-a rămas de rezolvat a treia zi?

- 9 În diagrama alăturată sunt trecute, în procente, opțiunile elevilor pentru activitățile sportive. Cât la sută reprezintă elevii care optează pentru baschet?

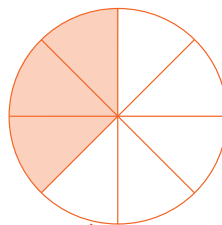
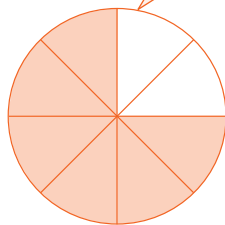
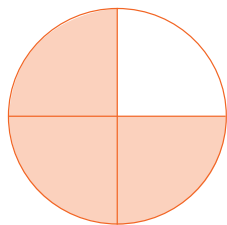


Înmulțirea fracțiilor ordinare. Puteri

Observă și descoperă!

1 Observă cum se poate reprezenta grafic operația de înmulțire de mai jos.

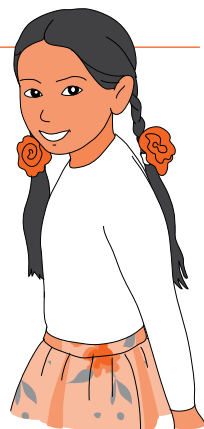
$$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$



Fiecare pătrime s-a împărțit în jumătăți.

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 2} = \frac{3}{8}$$

Am luat în considerare trei astfel de părți.



Important

- **Înmulțirea** a două fracții ordinare se efectuează înmulțind numărătorii între ei și numitorii între ei.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

- Dacă este posibil, rezultatul se simplifică.

$$\text{Exemplu: } \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{8} = \frac{5 \cdot 3}{6 \cdot 8} = \frac{15^{\cancel{3}}}{48} = \frac{5}{16}$$

- Simplificarea se poate face și înainte de înmulțire. Se simplifică totdeauna un numărător cu un numitor.

$$\text{Exemplu: } \frac{5}{\cancel{6}^2} \cdot \frac{\cancel{3}^1}{8} = \frac{5 \cdot 1}{2 \cdot 8} = \frac{5}{16}$$

Spunem: 3 și 6 se simplifică prin 3. În locul lui 3 rămâne 1, iar în locul lui 6 rămâne 2. Apoi înmulțim 5 cu 1 și 2 cu 8.

- Înmulțirea între un număr natural și o fracție se efectuează scriind numărul natural ca fracție cu numitorul 1.

$$n \cdot \frac{a}{b} = \frac{n \cdot a}{1 \cdot b} = \frac{n \cdot a}{1 \cdot b} = \frac{n \cdot a}{b} \quad \text{Exemplu: } 3 \cdot \frac{5}{7} = \frac{3 \cdot 5}{1 \cdot 7} = \frac{3 \cdot 5}{1 \cdot 7} = \frac{15}{7}$$

- O fracție se ridică la putere ridicând la putere atât numărătorul, cât și numitorul, la acea putere.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad \text{Exemplu: } \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{2^2}{5^2} = \frac{4}{25}$$

- Deoarece înmulțirea fracțiilor ordinare se reduce la înmulțiri între numere naturale, toate proprietățile înmulțirii de la numere naturale rămân adevărate și pentru fracții ordinare.

- Înmulțirea este **comutativă** (factorii pot fi înmulțiți în orice ordine și rezultatul înmulțirii nu se modifică).

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \cdot \frac{a}{b}$$



- Înmulțirea este **asociativă** (dacă într-o înmulțire există trei sau mai mulți factori, aceștia pot fi grupați în moduri diferite, iar rezultatul înmulțirii nu se modifică).

$$\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right) \cdot \frac{n}{m} = \frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} \cdot \frac{n}{m}\right)$$

- 1 este **element neutru** pentru înmulțire (numărul 1 nu schimbă rezultatul înmulțirii).

$$\frac{a}{b} \cdot 1 = 1 \cdot \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$$

- Înmulțirea este **distributivă față de adunare (scădere)** (la înmulțirea unui factor cu o sumă (diferență), putem să înmulțim fiecare termen al sumei (diferenței) cu acel factor și apoi să adunăm (scădem) rezultatele).

$$\frac{n}{m} \cdot \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) = \frac{n}{m} \cdot \frac{a}{b} + \frac{n}{m} \cdot \frac{c}{d} \qquad \frac{n}{m} \cdot \left(\frac{a}{b} - \frac{c}{d}\right) = \frac{n}{m} \cdot \frac{a}{b} - \frac{n}{m} \cdot \frac{c}{d}$$

Exersează!

- 2 Asociază fiecare etichetă cu cercul care conține rezultatul operației.

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{5}{3}$$

$$\frac{5}{9} \cdot \frac{2}{7}$$

$$5 \cdot \frac{3}{4}$$

$$\frac{2}{5} \cdot 3$$

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{4}$$

$$\frac{5}{2} \cdot \frac{4}{5}$$

$$\frac{15}{20}$$

$$\frac{10}{63}$$

$$\frac{15}{4}$$

$$\frac{2}{15}$$

$$3$$

$$\frac{20}{21}$$

$$2$$

$$\frac{6}{5}$$

$$\frac{1}{3}$$

- 3 Calculează:

a) $\frac{4}{5} \cdot \frac{15}{8}$; b) $\frac{7}{10} \cdot \frac{20}{21}$; c) $\frac{32}{48} \cdot \frac{16}{32}$; d) $\frac{11}{12} \cdot \frac{24}{33}$; e) $\frac{33}{44} \cdot \frac{77}{88} \cdot \frac{55}{22}$; f) $\frac{1313}{3131} \cdot \frac{31}{13}$.

- 4 Determină fracția de $\frac{12}{13}$ ori mai mare decât $\frac{91}{108}$.

- 5 Calculează:

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$; b) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$; c) $\left(\frac{3}{2}\right)^3$; d) $\left(\frac{3}{4}\right)^2$; e) $\left(\frac{10}{11}\right)^2$; f) $\left(\frac{7}{9}\right)^0$; g) $\left(\frac{31}{51}\right)^1$; h) $\left(\frac{2^5 \cdot 3}{16 \cdot 6}\right)^{50}$.

- 6 Mărește de opt ori fracția: a) $\frac{2}{3}$; b) $\frac{3}{4}$; c) $\frac{4}{5}$; d) $\frac{5}{6}$; e) $\frac{9}{8}$.

- 7 Care din egalitățile de mai jos sunt false? Corectează greșelile găsite.

a) $\frac{7}{8} \cdot \frac{8}{7} = 1$; b) $3 \cdot \frac{4}{5} = \frac{12}{15}$; c) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$; d) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot 4 = 4$; e) $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) \cdot 2 = 1$; f) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 1$.

- 8 Înmulțind numărul natural n cu fracțiile $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ și $\frac{1}{5}$, obținem de fiecare dată un număr natural. Determinați cel mai mic număr natural nenul n cu această proprietate.

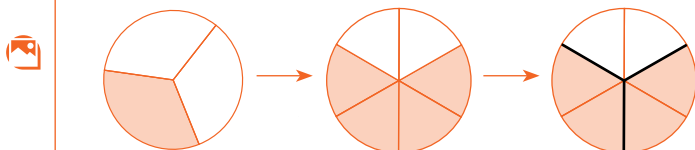
Împărțirea fracțiilor ordinare

Observă și descoperă!

1 Observă operațiile de mai jos.

A. $\frac{4}{6} : \frac{1}{3} = ?$

De câte ori se cuprinde $\frac{1}{3}$ în $\frac{4}{6}$?



Cu ajutorul desenului, obținem rezultatul împărțirii egal cu 2.

$$\frac{4}{6} : \frac{1}{3} = 2$$

B. $\frac{4}{6} : \frac{1}{3} = A$

Proba împărțirii se face prin înmulțire.

$$\frac{4}{6} = A \cdot \frac{1}{3}$$

Înmulțim egalitatea cu $\frac{3}{1}$.

$$\frac{4}{6} \cdot \frac{3}{1} = A \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{1}$$

Pentru că $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{1} = 1$. Rezultă

$$\frac{4}{6} \cdot \frac{3}{1} = A$$

$$\frac{4}{6} : \frac{1}{3} = \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{1}$$



Important

- **Împărțirea** a două fracții ordinare se transformă în înmulțire între prima fracție și a doua fracție inversată.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

Exemplu: $\frac{5}{4} : \frac{3}{2} = \frac{5}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5 \cdot 1}{2 \cdot 3} = \frac{5}{6}$

Problemă rezolvată

- Cât este jumătate din 3 sferturi?

Rezolvare: Deoarece numărul de sferturi nu este par, suntem nevoiți să determinăm jumătatea unui sfert. Vom lucra, așadar, cu optimi. Cum orice sfert are două optimi, atunci 3 sferturi vor fi 6 optimi, iar jumătate din 3 sferturi sunt 3 optimi.

$$\frac{3}{4} : 2 = \frac{3}{4} : \frac{2}{1} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$

- 2 Cât este jumătate din 30 de sferturi?

Exersează!

- 3 Asociază fiecărei etichete cercul corespunzător.

A $\frac{3}{4} : \frac{6}{5}$ B $\frac{9}{8} : \frac{9}{4}$ C $2 : \frac{8}{3}$ D $\frac{8}{2} : 2$ E $\frac{8}{21} : \frac{4}{7}$

a $\frac{3}{4}$ c $\frac{5}{8}$ e $\frac{1}{3}$
b $\frac{2}{3}$ d 2 f $\frac{1}{2}$

4 Găsește greșelile și corectează-le: a) $\frac{4}{5} : \frac{5}{4} = 1$; b) $\frac{1}{2} : 3 = \frac{3}{2}$; c) $3 : \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$; d) $\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$.

5 Calculează, scriind rezultatul ca fracție ireductibilă:

a) $\frac{2}{3} : \frac{1}{6}$;

f) $\frac{1}{8} : \frac{11}{5}$;

j) $\frac{14}{3} : \left(\frac{21}{4} : \frac{7}{2}\right) : \frac{28}{9}$;

b) $\frac{7}{6} : \frac{21}{22}$;

g) $5 : \frac{1}{6} : \frac{3}{4}$;

k) $\frac{1}{5^2 \cdot 3} : \frac{1}{3^2 \cdot 5}$;

c) $4 : \frac{2}{3}$;

h) $\frac{25}{8} : \frac{11}{5} : \frac{5}{4}$;

l) $\frac{1}{2^{1000}} : \frac{1}{4^{500}}$.

d) $\frac{7}{8} : 3$;

i) $\frac{16}{3} : \left(\frac{5}{2} : \frac{15}{4}\right)$;

e) $\frac{13}{6} : \frac{13}{3}$;

6 Împărțind numărul natural n la fiecare dintre fracțiile $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ și $\frac{5}{6}$ obținem, de fiecare dată un număr natural. Determinați cel mai mic număr natural nenul n cu această proprietate.

7 De câte ori se cuprinde un sfert într-o jumătate? Dar invers?

8 De câte ori se cuprinde o treime în 3 cincimi? Dar în 15 cincimi? Dar în 7 cincimi?

9 Ana împarte un tort în șase felii egale. Dacă Ana ar fi tăiat tortul în 24 de felii egale, de câte ori s-ar cuprinde o astfel de felie într-o felie pe care a tăiat-o deja?

10 Efectuează următoarele calcule:

a) $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{6}$;

d) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) : \frac{1}{6}$;

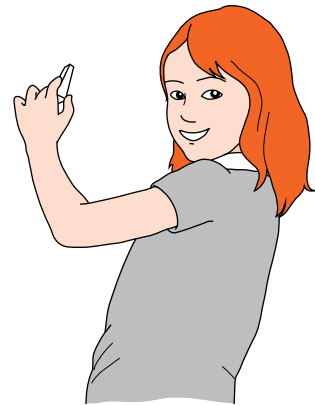
b) $\frac{1}{2} : \left(\frac{1}{3} : \frac{1}{6}\right)$;

e) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) : \frac{1}{6}$;

c) $\frac{1}{2} : \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right)$;

f) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} : \frac{1}{6}$.

- La care dintre aceste subpuncte ai obținut rezultatul egal cu 1?



11 Scrie câte un exemplu de împărțire de două fracții în care:

- ambele fracții sunt subunitare, iar rezultatul este, pe rând, subunitar, echiunitar și supraunitar;
 - ambele fracții sunt supraunitare, iar rezultatul este, pe rând, subunitar, echiunitar și supraunitar;
 - deîmpărțitul este o fracție subunitară, împărțitorul o fracție supraunitară, iar rezultatul o fracție subunitară;
- Dacă deîmpărțitul unei împărțiri ar fi o fracție subunitară, iar împărțitorul o fracție supraunitară, putem obține drept rezultat o fracție echiunitară? Dar supraunitară? Ce se întâmplă în cazul în care deîmpărțitul este o fracție supraunitară, iar împărțitorul o fracție subunitară? Ce rezultate nu putem obține în acest caz?

12 Efectuează următoarele împărțiri: $2017 : \frac{2}{1} : \frac{3}{2} : \frac{4}{3} : \frac{5}{4} : \dots : \frac{2017}{2016}$.

13 Găsește două fracții x și y , cu proprietatea că $x + y = x : y$.

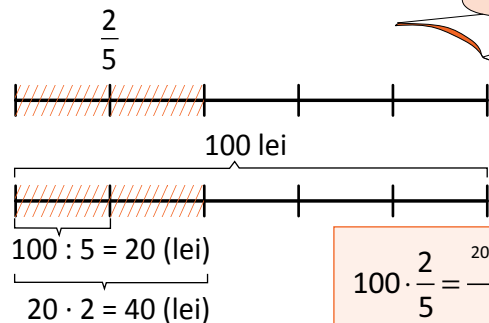
Fracții/procente dintr-un număr natural sau dintr-o fracție ordinară

Observă și descoperă!

1 Ana are 100 de lei. Cheltuiește $\frac{2}{5}$ din ei. Câți lei a cheltuit Ana?

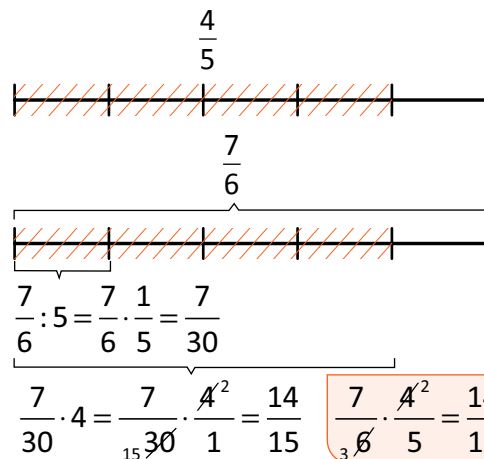


- Observă procedeele de calcul.



$$100 \cdot \frac{2}{5} = \frac{20}{1} \cdot \frac{2}{5_1} = \frac{40}{1} = 40$$

2 Observă procedeele de calcul pentru a determina $\frac{4}{5}$ din $\frac{7}{6}$.



$$\frac{7}{6} : 5 = \frac{7}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{7}{30}$$

$$\frac{7}{30} \cdot 4 = \frac{7}{15} \cdot \frac{4}{1} = \frac{14}{15} \quad \frac{7}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{14}{15}$$



Important

- Pentru a determina o fracție dintr-un număr natural înmulțim fracția cu numărul natural.

Exemplu: $\frac{2}{7}$ din 14 înseamnă $\frac{2}{7} \cdot 14 = \frac{2}{7} \cdot \frac{14}{1} = \frac{28}{7} = 4$ sau $\frac{2}{7} \cdot 14 = \frac{2}{7_1} \cdot \frac{14^2}{1} = 4$ (am simplificat 14 și 7 prin 7).

- Pentru a determina o fracție dintr-o fracție înmulțim cele două fracții.

Exemplu: $\frac{3}{8}$ din $\frac{4}{9}$ înseamnă $\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{9} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$.

- Pentru a determina p % dintr-un număr natural (sau dintr-o fracție) înmulțim $\frac{p}{100}$ cu numărul natural (sau fracția).

Exemplu: 12 % din 200 înseamnă $\frac{12}{100} \cdot 200 = \frac{12}{100} \cdot \frac{200}{1} = 2 \cdot 12 = 24$ (am simplificat 200 și 100 prin 100).

Exersează!

3 Asociază fiecărui exercițiu din coloana A rezultatul corect din coloana B.

A

$\frac{1}{2}$ din 100

10 % din 100

$\frac{1}{4}$ din 100

B

25

50

10

75

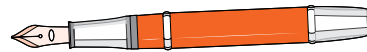
4 Calculează:

- o jumătate din: 3 500 lei; 6 400 kg; 550 m.
- o treime din: 1 260 km; 642 kg; 15 600 lei.
- un sfert din: 4 800 kg; 32 400 lei; 640 km.

5 Calculează:

- $\frac{11}{3}$ din 87;
- $\frac{3}{4}$ din 84;
- $\frac{2}{5}$ din 75;
- $\frac{17}{8}$ din 96;
- $\frac{11}{9}$ din 72;
- $\frac{9}{7}$ din 245.

- 6 Mărește numărul 400 cu: a) $\frac{3}{10}$ din el; b) $\frac{4}{5}$ din el; c) 25 % din el; d) $\frac{3}{8}$ din el; e) $\frac{13}{16}$ din el.
- 7 Micșorează numărul 300 cu:
a) 50 % din el; b) 100 % din el; c) $\frac{3}{25}$ din el; d) $\frac{7}{30}$ din el; e) $\frac{8}{15}$ din el; f) 40 % din el.
- 8 Mihai are de rezolvat 48 de probleme în 3 zile. În prima zi rezolvă o treime din numărul lor, iar în a doua zi o pătrime din numărul problemelor. Câte probleme i-au rămas de rezolvat pentru a treia zi?
- 9 Din cei 32 de elevi ai unei clase, $\frac{5}{8}$ sunt fete. Câți băieți sunt în clasă?
- 10 Un elev are 20 de lei. Cu o cincime din ei își cumpără o prăjitură. Câți lei i-au mai rămas?
- 11 Într-o urnă sunt 36 de bile, $\frac{2}{9}$ din numărul total de bile sunt roșii, $\frac{1}{6}$ din numărul total de bile sunt verzi, $\frac{5}{12}$ din numărul total de bile sunt albastre, iar restul sunt albe. Câte bile din fiecare culoare sunt în această urnă?
- 12 Prețul unui stilou este 100 de lei. Prețul stiloului crește cu 10 %, iar după o lună scade cu 10 %. Care este prețul stiloului după cele două operații?
- 13 Într-o parcare avem 10 % mașini negre, 12 % mașini roșii, 15 % mașini albastre, 25 % mașini galbene și 38 % mașini albe. Dacă sunt 1 200 de mașini în toată parcare, câte mașini de fiecare culoare sunt?
- 14 O afacere valora în anul 2016 suma de 1 324 250 de euro. Dacă ea a înregistrat într-un an o scădere de 10 %, cât valorează această afacere, în anul 2017?
- 15 Ionuț parcurge într-o zi două cincimi ale unui traseu montan de 45 km. Dacă în a doua zi parcurge 10 km, câți km trebuie să parcurgă în a treia zi pentru a termina traseul?
- 16 Ioana și Răzvan au la dispoziție două tipuri de cartonașe: primul tip conține doar numere, iar cel de-al doilea tip doar procente. Pe cartonașele cu numere sunt scrise numerele: 12 300, 23 100, 32 100, 45 600 și 67 800, iar pe cartonașele cu procente sunt scrise: 15 %, 20 %, 25 % și 30 %. Dacă Răzvan a ales cartonașele 23 100 și 20 %, ce alegeri poate să facă Ioana astfel încât procentul ales din numărul ales de ea, să fie mai mare decât procentul lui Răzvan din numărul ales de acesta?
- 17 Ana și Radu pleacă amândoi din același loc spre destinații diferite, dar având aceeași direcție. Ana dorește să parcurgă 500 km, iar Radu 2 500 km. În prima zi a călătoriilor lor, Ana parcurge o cincime din traseul ei, iar Radu doar 4 % din traseul său. În a doua zi, Ana mai parcurge încă 200 km, iar Radu alți 12 % din traseul său. În a treia zi, Ana ajunge la destinație, în schimb, Radu reușește să mai parcurgă doar alți 2 % din cei 2 500 km pe care vrea să îi străbată.
- a) Câți km au parcurs fiecare după prima zi? Se aflau cei doi în același loc după prima zi?
b) Câți km parcurge Radu în a doua zi?
c) Câți km a parcurs Ana în a treia zi? Cine se afla mai departe de punctul de plecare după a treia zi?
d) Câți km mai are de parcurs Radu?
- 18 Dacă x și y sunt două numere naturale, atunci stabilește care dintre următoarele numere este mai mare: x % din y sau y % din x ? Oferă exemple pentru a justifica răspunsul dat.



Recapitulare

1 Completează:

a	$\frac{5}{6}$	$\frac{13}{6}$	$\frac{7}{8}$		
b	$\frac{2}{9}$			$\frac{3}{10}$	$\frac{13}{12}$
a + b		3		2	
a - b			$\frac{1}{2}$		$\frac{2}{3}$

2 Completează:

a	$\frac{5}{6}$	$\frac{13}{6}$	$\frac{7}{8}$
b	$\frac{2}{9}$		
a · b		3	
a : b			$\frac{1}{2}$

3 Calculează:

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$;

c) $\frac{1}{4} + \frac{5}{6}$;

e) $\frac{1}{18} + \frac{1}{12}$;

g) $\frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3}$.

b) $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$;

d) $\frac{5}{6} + \frac{7}{9}$;

f) $\frac{1}{3 \cdot 7^2} + \frac{1}{7 \cdot 3^2} + \frac{1}{3^2 \cdot 7^2}$;

4 Calculează, și simplifică rezultatul:

a) $\frac{4}{5} + \frac{6}{5}$;

b) $\frac{7}{4} - \frac{3}{4}$;

c) $\frac{5}{3} + \frac{2}{3}$;

d) $\frac{3}{7} + \frac{4}{7}$;

e) $\frac{5}{6} + \frac{7}{6}$;

f) $\frac{9}{8} - \frac{1}{8}$;

g) $\frac{14}{17} + \frac{20}{17}$;

h) $\frac{12}{19} + \frac{26}{19}$;

i) $\frac{30}{13} - \frac{4}{13}$;

j) $\frac{35}{11} - \frac{2}{11}$;

k) $\frac{107}{10} - \frac{7}{10}$;

l) $\frac{201}{20} - \frac{1}{20}$.

5 Calculează, scriind rezultatul sub forma cea mai simplă:

a) $\frac{4}{3} + \frac{7}{12}$;

b) $\frac{8}{14} + \frac{2}{7}$;

c) $\frac{2}{3} + \frac{5}{4}$;

d) $\frac{17}{6} - \frac{5}{3}$;

e) $\frac{5}{12} - \frac{1}{8}$;

f) $\frac{7}{15} + \frac{9}{20}$;

g) $\frac{5}{2} + 3$;

h) $4 + \frac{8}{3}$;

i) $1 - \frac{7}{15}$;

j) $13 - \frac{1}{2}$;

k) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12}$;

l) $\frac{7}{10} - \frac{2}{15} - \frac{7}{30}$;

m) $\frac{17}{4} - 3$.

6 **Lucrați în perechi.** Asociați, după model, fiecare literă mare din stânga cu litera mică din dreapta, pentru care expresiile corespund numerelor. Rezolvați cerința în cel mai scurt timp posibil.

A dublul lui $\frac{2}{3}$

B jumătatea lui $\frac{2}{3}$

C pătratul lui $\frac{2}{3}$

D treimea lui $\frac{2}{3}$

E triplul lui $\frac{2}{3}$

F sfertul lui $\frac{2}{3}$

a 2

b $\frac{4}{9}$

c $\frac{4}{3}$

d $\frac{1}{6}$

e $\frac{1}{3}$

f $\frac{2}{9}$

A, c

7 Calculează folosind proprietățile adunării: $S = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6}\right)$.

8 Completează casetele:

a) $\frac{2}{7} + \square = \frac{9}{7}$;

d) $\frac{11}{4} - \square = \frac{1}{4}$;

g) $\frac{9}{10} - \square = \frac{3}{10}$;

b) $\square + \frac{5}{11} = \frac{13}{11}$;

e) $\frac{7}{12} - \frac{7}{12} = \square$;

h) $\square - \frac{7}{13} = \frac{15}{13}$.

c) $\frac{33}{18} - \square = \frac{23}{18}$;

f) $3 - \frac{3}{4} = \square$;

9 Completează casetele:

a) $\frac{4}{5} - \frac{\square}{10} = \frac{7}{10}$;

b) $\frac{5}{\square} + \frac{4}{3} = \frac{17}{9}$;

c) $\frac{11}{12} + \frac{5}{\square} = \frac{31}{12}$;

d) $\frac{\square}{3} + \frac{13}{18} = \frac{19}{18}$.

10 Completează casetele:

a) $\frac{7}{9} - \frac{\square}{3} = \frac{1}{9}$;

b) $\frac{2}{\square} - \frac{2}{15} = \frac{8}{15}$;

c) $\frac{9}{14} - \frac{2}{\square} = \frac{5}{14}$;

d) $\frac{\square}{21} - \frac{1}{3} = \frac{3}{21}$.

11 Diferența a două numere este $\frac{13}{8}$, iar unul dintre ele este $\frac{5}{12}$. Care este celălalt număr?

12 Scrie fracția $\frac{8}{125}$ ca: a) un produs de două fracții; b) o sumă de două fracții; c) un cât de două fracții; d) un produs de trei fracții egale; e) o putere a unei fracții.

13 Completează careul (magic) alăturat, astfel încât suma numerelor de pe fiecare linie, fiecare coloană și fiecare diagonală să fie aceeași.

$\frac{8}{3}$		2
	$\frac{5}{3}$	
		$\frac{4}{6}$

14 Se consideră numerele $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{2}{3}$ și $c = \frac{5}{4}$. Calculează:

a) produsul numerelor $c - b + a$ și $c - a - b$; b) diferența $(c - b)^2 - a^2$.
Compară rezultatele găsite.

15 Calculează: $\frac{1}{2} : \left(1 - \frac{1}{2}\right) : \left[\frac{1}{5} + 4 \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} : 2\right)\right] + \frac{1}{11}$.

Observ cum mă comport!

Bifează răspunsul care ți se potrivește, gândindu-te la această unitate de învățare.

Comportamentul	Niciodată	Uneori	Deseori	Întotdeauna
Am participat cu interes la lecții.				
Am finalizat sarcinile.				
Am respectat instrucțiunile.				
Mi-am spus părerea.				
Când am greșit am vrut să aflu cum pot să corectez.				
Am cerut ajutorul atunci când am avut nevoie.				


Evaluare



Timp de lucru: 50 de minute

10p	Din oficiu
10p	<p>1. În diagrama de mai jos este reprezentată distribuția numărului de elevi în funcție de limba străină studiată într-o școală.</p> <div style="text-align: center;"> <p>A pie chart divided into four sectors. The largest sector is labeled '35%' and has an arrow pointing to a box labeled 'Limba franceză'. The top-right sector is labeled '20%' and has an arrow pointing to a box labeled 'Limba germană'. The bottom-right sector is labeled '25%' and has an arrow pointing to a box labeled 'Limba engleză'. The bottom-left sector is labeled 'p%' and has an arrow pointing to a box labeled 'Limba spaniolă'.</p> </div> <p>• Completează spațiul punctat cu numărul corespunzător: Numărul p este egal cu <input type="text"/>.</p>
10p	<p>2. Unește fiecare etichetă cu cercul care conține rezultatul operației.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start; margin-bottom: 10px;"> <div style="border: 1px solid orange; border-radius: 15px; padding: 5px; text-align: center;">$\frac{3}{7} + \frac{2}{7}$</div> <div style="border: 1px solid orange; border-radius: 15px; padding: 5px; text-align: center;">$\frac{5}{9} - \frac{4}{9}$</div> <div style="border: 1px solid orange; border-radius: 15px; padding: 5px; text-align: center;">$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$</div> <div style="border: 1px solid orange; border-radius: 15px; padding: 5px; text-align: center;">$\left(\frac{3}{5}\right)^2$</div> <div style="border: 1px solid orange; border-radius: 15px; padding: 5px; text-align: center;">$\frac{2}{2} : \frac{3}{4}$</div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid orange; border-radius: 50%; padding: 10px; text-align: center;">$\frac{9}{25}$</div> <div style="border: 1px solid orange; border-radius: 50%; padding: 10px; text-align: center;">$\frac{3}{5}$</div> <div style="border: 1px solid orange; border-radius: 50%; padding: 10px; text-align: center;">$\frac{5}{7}$</div> <div style="border: 1px solid orange; border-radius: 50%; padding: 10px; text-align: center;">$\frac{8}{6}$</div> <div style="border: 1px solid orange; border-radius: 50%; padding: 10px; text-align: center;">$\frac{8}{15}$</div> <div style="border: 1px solid orange; border-radius: 50%; padding: 10px; text-align: center;">$\frac{4}{3}$</div> <div style="border: 1px solid orange; border-radius: 50%; padding: 10px; text-align: center;">$\frac{1}{9}$</div> </div>
10p	<p>3. Calculează: a) $\frac{7}{8} + \frac{3}{6}$; b) $\frac{5}{3} - \frac{4}{9}$; c) $\frac{8}{9} \cdot \frac{3}{4}$; d) $\left(\frac{3}{4}\right)^3$.</p>
10p	<p>4. Suma a două numere naturale este 20. Determină numerele știind că unul dintre ele este egal cu $\frac{2}{3}$ din celălalt.</p>
10p	<p>5. Cât reprezintă $\frac{4}{7}$ din $\frac{21}{16}$?</p>
10p	<p>6. Calculează 24 % din 1 500 lei.</p>
10p	<p>7. Calculează:</p> <p>a) $\left(3 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^2$; b) $\frac{3}{4} : \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) - \frac{4}{9}$.</p>
10p	<p>8. Stabilește dacă relația $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}$ este adevărată.</p>
10p	<p>9. O persoană are de citit o carte de 200 de pagini. În prima zi citește $\frac{1}{5}$ din numărul de pagini al cărții și încă 10 pagini, în a doua zi citește $\frac{1}{3}$ din restul paginilor și încă 20 de pagini, în a treia zi citește $\frac{1}{4}$ din cât i-a mai rămas de citit și încă 30 de pagini, iar în a patra zi citește paginile rămase. Câte pagini a citit acea persoană în fiecare zi?</p>

Exersezi și progresezi!

- 1 În desenele de mai jos, piesele de domino reprezintă fracții (piesa de domino  reprezintă fracția $\frac{3}{2}$). Completează punctele lipsă.

$$\begin{array}{|c|} \hline \bullet \\ \hline \bullet \bullet \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \\ \hline \end{array} = 2$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \bullet \\ \hline \bullet \bullet \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \bullet \bullet \bullet \\ \hline \bullet \bullet \bullet \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \\ \hline \end{array} = 3$$



$$\begin{array}{|c|} \hline \bullet \bullet \\ \hline \bullet \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \bullet \bullet \bullet \\ \hline \bullet \bullet \bullet \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \bullet \\ \hline \bullet \bullet \bullet \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \\ \hline \end{array} = 4$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \bullet \bullet \\ \hline \bullet \bullet \bullet \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \bullet \bullet \bullet \\ \hline \bullet \bullet \bullet \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \bullet \bullet \\ \hline \bullet \bullet \bullet \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \bullet \bullet \bullet \\ \hline \bullet \bullet \bullet \\ \hline \end{array} = 5$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \bullet \bullet \bullet \\ \hline \bullet \bullet \bullet \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \bullet \bullet \\ \hline \bullet \bullet \bullet \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \bullet \bullet \bullet \\ \hline \bullet \bullet \bullet \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \bullet \bullet \bullet \\ \hline \bullet \bullet \bullet \\ \hline \end{array} = 6$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \bullet \bullet \\ \hline \bullet \bullet \bullet \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \bullet \bullet \bullet \\ \hline \bullet \bullet \bullet \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \bullet \bullet \\ \hline \bullet \bullet \bullet \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \bullet \bullet \bullet \\ \hline \bullet \bullet \bullet \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \bullet \bullet \bullet \\ \hline \bullet \bullet \bullet \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \bullet \bullet \bullet \\ \hline \bullet \bullet \bullet \\ \hline \end{array} = 7$$



- Piesa de domino  reprezintă fracția $\frac{0}{3}$. Jocul de domino are 28 de piese.
- Piesa  nu e folosită. Celelalte 27 de piese sunt folosite în acest exercițiu, fiecare o singură dată. Frațiile $\frac{2}{3}$ și $\frac{3}{2}$ reprezintă aceeași piesă.

- 2 Verifică egalitățile:

$$a) \frac{8}{15} - \frac{4}{15} - \frac{1}{15} = \frac{8}{15} - \left(\frac{4}{15} + \frac{1}{15} \right); \quad b) \frac{13}{14} - \left(\frac{5}{14} - \frac{3}{14} \right) = \frac{13}{14} - \frac{5}{14} + \frac{3}{14}; \quad c) 4\frac{5}{9} - 2\frac{1}{9} = (4-2) + \left(\frac{5}{9} - \frac{1}{9} \right) = 2\frac{4}{9}$$

- 3 Calculează, simplificând mai întâi fracțiile:

$$a) \frac{7}{3} - \frac{20}{12}; \quad b) \frac{40}{100} - \frac{1}{20}; \quad c) \frac{11}{7} - \frac{55}{77}; \quad d) \frac{28}{32} - \frac{15}{40}; \quad e) \frac{14}{49} - \frac{5}{35}; \quad f) \frac{18}{20} - \frac{9}{30}$$

- 4 Calculează:

$$a) \frac{5}{3} + \frac{44}{6} - 7; \quad b) \frac{8}{15} - \frac{2}{5} + 1; \quad c) \frac{3}{5} - \frac{7}{12} + \frac{4}{15}; \quad d) 1 - \frac{4}{27} + \frac{5}{18}; \quad e) \frac{25}{8} - \frac{27}{24} - \frac{37}{37}; \quad f) \frac{18}{18} - \frac{15}{30} + \frac{9}{6}$$

- 5 Calculează cât mai rapid posibil:

$$a) \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5}; \quad b) \frac{5}{2} + \frac{7}{3} + \frac{11}{6} - \frac{3}{2} - \frac{4}{3} - \frac{5}{6}$$

6 Verifică dacă sunt adevărate următoarele egalități:

a) $\frac{1}{1 \cdot 2} = 1 - \frac{1}{2}$;

c) $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} = 1 - \frac{1}{4}$;

b) $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} = 1 - \frac{1}{3}$;

d) $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} = 1 - \frac{1}{5}$.

- Dacă sunt adevărate, găsește scrieri asemănătoare pentru $1 - \frac{1}{6}$ și pentru $1 - \frac{1}{7}$.

Problemă rezolvată

● Compune o problemă care să se rezolve după relația $2 \cdot \left(x + \frac{13}{2}\right) - \frac{15}{4} = 10$.

Rezolvare: O fracție se adună cu jumătatea lui 13. Din dublul rezultatului obținut se scade sfertul lui 15 și se obține 10. Care este fracția?

7 Compune o problemă care să se rezolve după relația $\left[\left(2 \cdot x + \frac{15}{4}\right) : \frac{5}{2} + \frac{1}{2}\right] : \frac{1}{2} = 5$.

8 Determină cel mai mic număr natural nenul care înmulțit cu fiecare dintre fracțiile $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{16}$, $\frac{9}{48}$ dă rezultate numere naturale.

9 La dublul unei fracții se adaugă $\frac{27}{5}$ și rezultatul se împarte la $\frac{7}{15}$, obținându-se 15. Determină fracția.

10 Calculează: $S = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^6} + \frac{1}{2^7} + \frac{1}{2^8} + \frac{1}{2^9} + \frac{1}{2^9}$.

11 Calculează:

a) $\frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{2}{3^3} + \dots + \frac{2}{3^{99}} + \frac{2}{3^{100}} + \frac{1}{3^{100}}$;

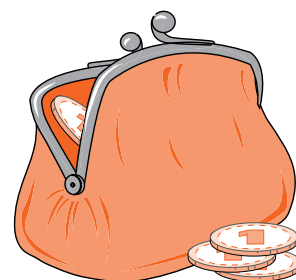
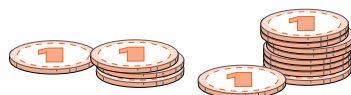
b) $\frac{4}{5} + \frac{4}{5^2} + \frac{4}{5^3} + \dots + \frac{4}{5^{99}} + \frac{4}{5^{100}} + \frac{1}{5^{100}}$.

12 Mihai are $\frac{2}{5}$ din suma de bani pe care o are Ana. Împreună au 140 de lei. Ce sumă de bani are fiecare?

13 Radu parcurge un traseu în trei zile. În prima zi parcurge $\frac{1}{3}$ din traseu. În ziua a doua parcurge $\frac{1}{2}$ din restul traseului, iar în a treia zi parcurge 30 km. Ce lungime are traseul?

14 Ana și Radu au împreună 245 de timbre. Câte timbre are fiecare dacă $\frac{1}{3}$ din numărul de timbre ale Anei înseamnă tot atât cât $\frac{1}{2}$ din numărul de timbre ale lui Radu?

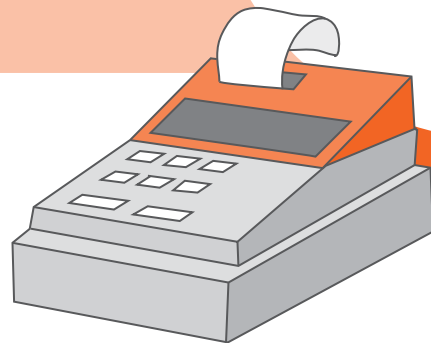
15 Radu are cu 30 de lei mai puțin decât Ana. Ce sumă de bani are fiecare dacă $\frac{2}{5}$ din suma de bani a Anei reprezintă jumătate din suma de bani a lui Radu?



FRACȚII ZECIMALE

10

MATEMATICA ÎN MAGAZIN



Vei identifica fracții ordinare sau zecimale în contexte variate:

- vei identifica date statistice din diagrame, tabele sau grafice.

Vei efectua calcule cu fracții folosind proprietăți ale operațiilor aritmetice:

- vei scrie o fracție zecimală cu un număr finit de zecimale nenule ca un produs dintre un număr zecimal și o putere a lui 10;
- vei scrie o fracție zecimală cu un număr finit de zecimale nenule ca un cât dintre un număr zecimal și o putere a lui 10.

Vei utiliza algoritmi pentru efectuarea operațiilor cu fracții ordinare sau zecimale:

- vei transforma fracții ordinare în fracții zecimale cu un număr finit de zecimale și invers.

Vei utiliza limbajul specific fracțiilor/procentelor în situații date:

- vei compara fracții zecimale cu un număr finit de zecimale;
- vei încadra o fracție zecimală între două numere naturale consecutive;
- vei aproxima prin lipsă sau prin adaos fracții zecimale cu un număr finit de zecimale.

Vei analiza situații date în care intervin fracții pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule:

- vei reprezenta pe axa numerelor fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule folosind aproximarea acestora;
- vei estima măsurile unor mărimi caracteristice pentru obiecte din mediul înconjurător (capacitate, masă, preț).

Vei reprezenta matematic, folosind fracții, o situație dată, în context intra și interdisciplinar (geografie, fizică, economie etc.):

- vei argumenta demersul de rezolvare a unei probleme pornind de la un set de informații cu caracter cotidian sau științific (fizic, economic etc.).

Scrierea fracțiilor ordinare cu numitori puteri ale lui 10, sub formă de fracții zecimale.

Transformarea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule în fracție ordinară

Observă și descoperă!

1 Completează următorul tabel:

Numărul	1	3	13	123
Numărul mărit de 10 ori	10			
Numărul mărit de 100 de ori	100			
Numărul mărit de 1 000 de ori	1 000			

2 Completează următorul tabel:

Numărul	1 000	30 000	130 000
Numărul micșorat de 10 ori	100		
Numărul micșorat de 100 de ori	10		
Numărul micșorat de 1 000 de ori	1		

3 Cum se modifică un număr dacă îl mărim de 10, 100 sau 1 000 de ori?

4 Cum se modifică un număr care se termină cu mai multe cifre de zero dacă îl micșorăm de 10, 100 sau 1 000 de ori?

5 Considerând pătratul din Figura 1 ca fiind 1, arată, pe desen, numărul de 10 ori mai mic. Scrie acest număr ca fracție ordinară.

6 Considerând pătratul din Figura 2 ca fiind 1, arată, pe desen, numărul de 100 ori mai mic. Scrie acest număr ca fracție ordinară.

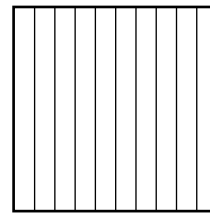


Figura 1

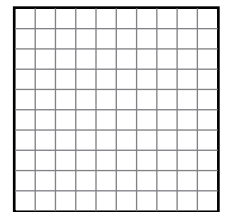


Figura 2



Important

- Pentru a mări numărul 1 de 10, 100 sau 1 000 de ori adăugăm unul, două sau trei zerouri la dreapta lui 1.

$$\begin{array}{l} \cdot 10 \rightarrow 10 \\ \cdot 100 \rightarrow 100 \\ \cdot 1\,000 \rightarrow 1\,000 \end{array}$$

- Pentru a micșora numărul 1 de 10, 100 sau 1 000 de ori adăugăm unul, două sau trei zerouri la stânga lui 1.

$$\begin{array}{l} : 10 \rightarrow 0,1 \\ : 100 \rightarrow 0,01 \\ : 1\,000 \rightarrow 0,001 \end{array}$$

- Pentru a diferenția scrierile, convenim să folosim o virgulă după primul zero din stânga.

$$\begin{array}{l} : 10 \rightarrow 0,1 \\ : 100 \rightarrow 0,01 \\ : 1\,000 \rightarrow 0,001 \end{array}$$

- Obținem astfel fracțiile zecimale:

$$\frac{1}{10} \rightarrow 0,1 \rightarrow \text{o zecime. Un întreg are zece zecimi } 1 : 10 = 0,1 \text{ și } 0,1 \cdot 10 = 1$$

$$\frac{1}{100} \rightarrow 0,01 \rightarrow \text{o sutime. Un întreg are o sută de sutimi } 1 : 100 = 0,01 \text{ și } 0,01 \cdot 100 = 1.$$

Zece sutimi înseamnă o zecime $0,10 = 0,1$

$$\frac{1}{1\,000} \rightarrow 0,001 \rightarrow \text{o miime. Un întreg are o mie de miimi } 1 : 1\,000 = 0,001 \text{ și } 0,001 \cdot 1\,000 = 1.$$

Zece miimi înseamnă o sutime $0,010 = 0,01$.

O sută de miimi înseamnă zece sutimi sau o zecime $0,100 = 0,10 = 0,1$.

Observă și descoperă!

7 Observă tabelul de mai jos și procedează la fel pentru fracțiile: $\frac{27}{10}$; $\frac{247}{100}$; $\frac{137}{100}$.

$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{10}$		Trei zecimi	0,3
$\frac{13}{10} = 1\frac{3}{10}$	$1 + \frac{3}{10}$		Un întreg și trei zecimi	1,3
$\frac{147}{100} = 1\frac{47}{100}$	$1 + \frac{47}{100} = 1 + \frac{40+7}{100} = 1 + \frac{40}{100} + \frac{7}{100} = 1 + \frac{4}{10} + \frac{7}{100}$		Un întreg, patru zecimi și șapte sutimi	1,47
$\frac{28}{100}$	$\frac{28}{100} = \frac{20+8}{100} = \frac{20}{100} + \frac{8}{100} = \frac{2}{10} + \frac{8}{100}$		Două zecimi și opt sutimi	0,28

8 Observă primele două rânduri ale tabelului și completează celelalte rânduri.

1,23	Un întreg și douăzeci și trei de sutimi	$1\frac{23}{100} = \frac{123}{100}$
321,9	Trei sute douăzeci și unu de întregi și nouă zecimi	$321\frac{9}{10} = \frac{3219}{10}$
3,1		
0,27		
1,243		



Important

- O fracție zecimală are două părți: **23**, **456** **partea fracționară**
partea întregă
- Citesc: „douăzeci și trei de întregi, patru zecimi, cinci sutimi și șase miimi”. sau „douăzeci și trei de întregi și patru sute cincizeci și șase de miimi” sau pur și simplu „douăzeci și trei virgulă patru sute cincizeci și șase”.
- Numerele naturale sunt fracții zecimale care au după virgulă numai cifre de 0.

Exemplu: $5 = 5,0 = 5,00 = 5,000$

- Transformarea unei fracții ordinare cu numitorul putere a lui 10 în fracție zecimală cu un număr finit de zecimale:

$$\frac{234}{10} = 23\frac{4}{10} = 23,4$$

$$\frac{234}{100} = 2\frac{34}{100} = 2,34$$

$$\frac{1\ 234}{1\ 000} = 1\frac{234}{1\ 000} = 1,234$$

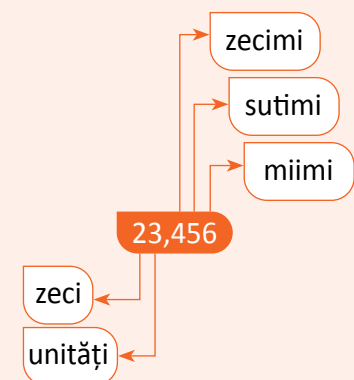
- Transformarea fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale în fracții ordinare:

$$3,7 = 3\frac{7}{10}$$

$$1,57 = 1\frac{57}{100}$$

$$2,013 = 2\frac{13}{1\ 000}$$

$$0,12 = \frac{12}{100} = \frac{3}{25}$$



Exersează!

9 Completează cercurile libere:

2,41

2

cifra
unitățilorcifra
zecimilorcifra
sutimilor

1,241

cifra
unitățilorcifra
zecimilorcifra
sutimilorcifra
miimilor

43,21

cifra
zecilorcifra
unitățilorcifra
zecimilorcifra
sutimilor

718,293

cifra
sutelorcifra
zecilorcifra
unitățilorcifra
zecimilorcifra
sutimilorcifra
miimilor

10 Scrie fracția zecimală corespunzătoare:

cifra zecilor cifra unităților cifra zecimilor cifra sutimilor

6

1

3

5

cifra sutelor cifra zecilor cifra unităților cifra zecimilor cifra sutimilor cifra miimilor

1

2

3

4

5

6

11 Scrie cu cifre fracțiile zecimale următoare:

- a) doi virgulă douăzeci și șapte;
 b) zero virgulă trei sute cincizeci și șapte;
 c) treizeci și cinci de mii opt sute zece virgulă o mie două sute șaiszeci și cinci;
 d) trei mii virgulă zero zero patru.

12 Scrie cu litere următoarele fracții zecimale cu un număr finit de zecimale:

Model: 1,1003 → un întreg, o zecime și trei zecimi de miimi

- a) 9,367; b) 34,17; c) 6,05; d) 7,86; e) 0,021; f) 0,00005.

13 Scrie sub formă de fracții zecimale cu un număr finit de zecimale, următoarele fracții ordinare: $\frac{7}{10}$; $\frac{21}{10}$; $\frac{317}{10}$;

$$\frac{3}{10}; \frac{17}{10}; \frac{513}{10}; \frac{7\ 001}{10}; \frac{8}{1\ 000}; \frac{13}{1\ 000}; \frac{203}{1\ 000}; \frac{5\ 372}{1\ 000}; \frac{43\ 857}{1\ 000}.$$

14 Folosind amplificarea (simplificarea) adu fiecare dintre fracțiile următoare la un numitor putere a lui 10, apoi transformă-le în fracții zecimale cu un număr finit de zecimale:

Model: $\frac{7}{8} = \frac{875}{1\ 000} = 0,875.$

$$\frac{7}{2}; \frac{3}{4}; \frac{1}{20}; \frac{2}{25}; \frac{27}{30}; \frac{77}{70}; \frac{26}{1\ 300}; \frac{12}{15}.$$

15 Scrie sub formă de fracție zecimală cu un număr finit de zecimale:

a) $\frac{7}{4}$; $\frac{13}{5}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{9}{25}$;

c) $\frac{3}{2^3}$; $\frac{5}{2^4}$; $\frac{2}{5^2}$;

b) $\frac{21}{300}$; $\frac{11}{40}$; $\frac{35}{125}$; $\frac{12}{4\ 000}$;

d) $\frac{27}{2^2 \cdot 5}$; $\frac{311}{2^2 \cdot 5^2}$; $\frac{48}{5^3}$.



16 Asociază fiecare fracție zecimală cu fracția ordinară corespunzătoare:

0,9

$$\frac{6\ 237}{1\ 000}$$

1,23

$$\frac{20\ 003}{10\ 000}$$

9,87

$$\frac{987}{100}$$

98,7

$$\frac{9}{10}$$

6,237

$$\frac{1\ 001}{1\ 000}$$

3,03

$$\frac{1\ 001}{10}$$

1,001

$$\frac{123}{100}$$

2,0003

$$\frac{987}{10}$$

0,0101

$$\frac{101}{1\ 000}$$

$$\frac{101}{10\ 000}$$

$$\frac{303}{100}$$

17 Asociază fiecare fracție zecimală cu fracția ordinară corespunzătoare:

0,5

$$\frac{5}{2}$$

0,4

$$\frac{4}{5}$$

0,6

$$\frac{18}{5}$$

0,8

$$\frac{21}{5}$$

1,8

$$\frac{2}{5}$$

2,4

$$\frac{8}{5}$$

1,6

$$\frac{7}{2}$$

3,5

$$\frac{1}{2}$$

4,2

$$\frac{3}{5}$$

$$\frac{9}{5}$$

$$\frac{12}{5}$$

18 Transformă în fracție ordinară simplificând rezultatul până obții o fracție ireductibilă:

Model: $1,5 = 1\frac{5}{10} = 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ a) 0,25;

c) 0,75;

e) 1,45;

g) 1,05;

d) 0,125;

f) 2,8;

h) 2,075.

19 Completează tabelul următor. Primul rând este completat ca model.

6 500 000	$6,5 \cdot 1\ 000\ 000 = 6,5 \cdot 10^6$
1 200 000 000	
34 000 000	
54 000 000 000	
7 800 000 000 000	
23 000 000	
56 000 000 000	
120 000 000	

20 Completează tabelul următor. Primul rând este completat ca model.

0,000 056	$5,6 \cdot \frac{1}{10^5}$
0,000 000 12	
0,000 000 000 43	
0,000 000 000 001 1	
0,000 000 000 017	
0,000 000 000 000 001 3	

Aproximări. Compararea, ordonarea și reprezentarea pe axa numerelor a unor fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule

Observă și descoperă!

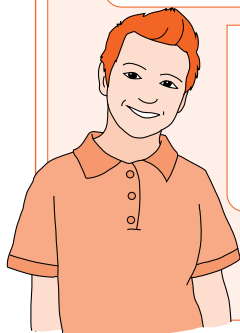
1 Observă cum a efectuat Radu compararea fracțiilor zecimale.

$$\begin{array}{c} 1\frac{3}{10} > \frac{7}{10} \\ \Downarrow \quad \Downarrow \\ 1,3 > 0,7 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 21\frac{13}{100} > 18\frac{13}{100} \\ \Downarrow \quad \Downarrow \\ 21,13 > 18,13 \end{array}$$

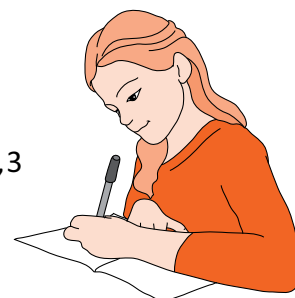
$$\begin{array}{c} 12\frac{37}{100} > 12\frac{33}{100} \\ \Downarrow \quad \Downarrow \\ 12,37 > 12,33 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 1\frac{23}{100} \\ = \Downarrow \\ 1\frac{230}{1000} > 1\frac{189}{1000} \\ \Downarrow \quad \Downarrow \\ 1,23 > 1,189 \end{array}$$



2 Transformă fracțiile zecimale în fracții ordinare, compară fracțiile ordinare apoi compară fracțiile zecimale, după modelul făcut de Ana.

$$\left. \begin{array}{l} 2,1 = \frac{21}{10} \\ 2,3 = \frac{23}{10} \\ \frac{21}{10} < \frac{23}{10} \end{array} \right\} \Rightarrow 2,1 < 2,3$$



a) 1,17 și 1,19; b) 2,3 și 2,17; c) 3,93 și 2,41.

3 Poți compara fracțiile 1,3 și 0,13 fără a le mai transforma în fracții ordinare?

$$\begin{array}{c} 1 < 1\frac{3}{10} < 2 \\ \Downarrow \quad \Downarrow \quad \Downarrow \\ 1 < 1,3 < 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 0 < \frac{13}{100} < 1 \\ \Downarrow \quad \Downarrow \quad \Downarrow \\ 0 < 0,13 < 1 \end{array}$$

4 Încadrează fiecare fracție zecimală cu un număr finit de zecimale între două numere naturale consecutive:

a) 4,281;
b) 2,03;

c) 12,13;
d) 53,2311.



Important

- Dintre două fracții zecimale care nu au același număr de întregi este mai mare cea care are mai mulți întregi.

Exemplu: $3,1 > 2,879$ pentru că $3 > 2$.

- Dacă fracțiile zecimale au același număr de întregi, comparăm cifră cu cifră începând cu zecimile (de la virgulă spre dreapta) până găsim două cifre diferite: unde avem o cifră mai mare aceea este fracția mai mare.

Exemplu: $12,345 < 12,356$ deoarece, primele cifre diferite pe care le întâlnim sunt sutimile, 4 și 5, iar $4 < 5$

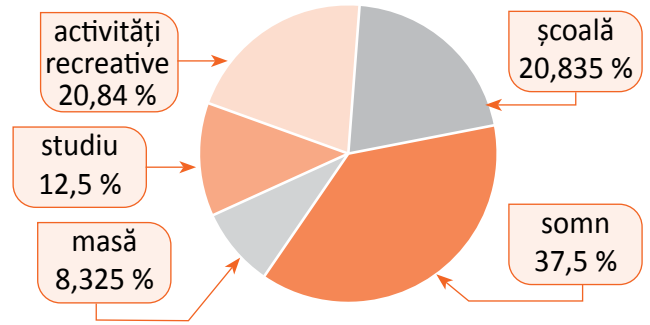
- Orice fracție zecimală cu un număr finit de zecimale este cuprinsă între două numere naturale consecutive.

Exemplu: pentru fracția 7,56 avem $7 < 7,56 < 8$.

Exersează!

5 Diagrama alăturată prezintă, în procente, timpul pe care un elev îl alocă fiecărei activități pe parcursul unei zile.

- a) Care este activitatea care îi ocupă cel mai mult timp? Dar activitatea care îi ocupă cel mai puțin timp?
b) Dintre școală și activitățile recreative care îi ocupă mai mult timp?



6 Completează casetele de mai jos cu unul dintre semnele $>$, $=$, $<$, astfel încât afirmațiile obținute să fie adevărate:

- a) 5,4 5,7; d) 6,23 6,32; g) 0,345 0,246;
b) 3,60 3,6; e) 15,7 17,5; h) 1,087 1,078;
c) 4,7 7,4; f) 14,1 8,45; i) 3,405 3,450.

7 Scrie **A**, dacă afirmația este adevărată sau **F**, dacă afirmația este falsă.

- a) $10,35 > 10,5$; f) $5,024 = 5,240$;
b) $3 < 2,96$; g) $15,7 > 16$;
c) $0,121 < 0,001$; h) $2,87 > 2,789$;
d) $7 < 11,11$; i) $0,467 < 1$;
e) $4,298 = 4,2980$; j) $0,89 > 1$;

8 Asociază fiecărei litere a, b, c și d din coloana **A**, cifra corespunzătoare din coloana **B**, astfel încât să obții enunțuri matematice adevărate.

A	
Numărul 3,24 este cuprins între numerele	a
Numărul 17,821 este cuprins între numerele	b
Numărul 0,8471 este cuprins între numerele	c
Numărul 1,1 este cuprins între numerele	d

B	
1	17 și 18
2	3 și 4
3	1 și 2
4	0 și 1

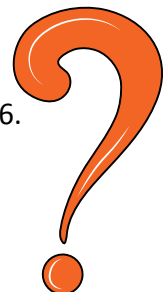
9 Încadrează fiecare fracție zecimală între două numere naturale consecutive: 5,47; 8,0007; 9,3078 și 19,2.

10 Scrie trei exemple de fracții zecimale cuprinse între 8,673 și 8,764.

11 Scrie trei fracții zecimale cu număr finit de zecimale mai mari decât 2,5 și mai mici decât 2,6.

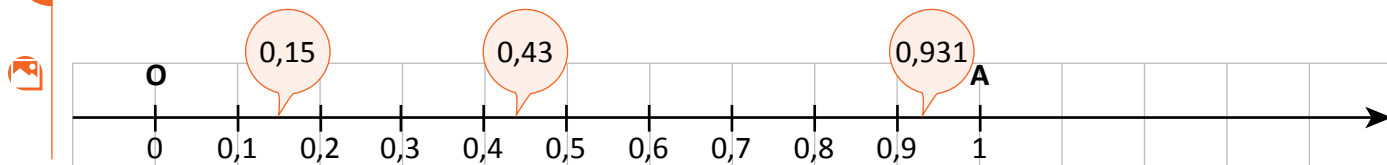
12 Scrie trei fracții zecimale cu număr finit de zecimale cuprinse între 1 și 2.

13 Câte numere naturale sunt cuprinse între 1,4 și 3,5?

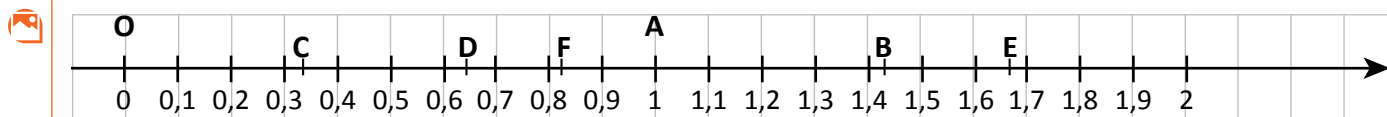


Observă și descoperă!

14 Observă axa numerelor de mai jos și precizează dacă cele trei fracții marcate sunt poziționate corect.



15 Folosind compararea dintre fracțiile zecimale cu un număr finit de zecimale, precizează care sunt punctele de pe axa numerelor corespunzătoare următoarelor fracții zecimale: 0,33; 1,43; 0,82; 1,678; 0,654.



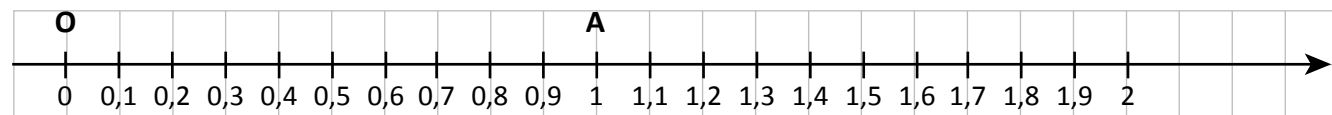
Fracția zecimală	0,33	1,43	0,82	1,678	0,654
Punctul					

Important

- Fracțiile zecimale cu un număr finit de zecimale se reprezintă pe axa numerelor încadrându-le între două numere naturale consecutive, apoi împărțind unitatea respectivă în câte 10 părți egale.

Exersează!

16 Reprezintă pe axa numerelor de mai jos, următoarele fracții zecimale: 0,4; 1,7; 1,3; 0,3; 1,5; 0,7; 1,2; 0,8 și scrie-le, apoi, în ordine crescătoare.



17 Reprezintă, pe axa numerelor de mai jos, fracțiile zecimale: 2,37; 2,48; 2,39; 2,47; 2,45; 2,36; 2,41.



Observă și descoperă!

18 Tatăl Anei s-a hotărât să schimbe parchetul în living. Suprafața livingului este de 30 metri pătrați. La magazin, plăcile de parchet sunt ambalate în cutii. La primul stand, găsește o etichetă asemănătoare celei de mai jos.

Dimensiuni: 1 285 × 192 × 12 mm

Material de bază: HDF green

Clasa de trafic: 33

Clasa de abraziune: AC 5

Împachetare: 6 bucăți/palet

Suprafață parchet: 1,52 m²

Paletizare: 240 bucăți, 40 pachete,

59,2 m²/palet

Greutate: 16 kg/pachet, 670 kg/palet



La un alt stand găsește următoarea etichetă:

<i>Dimensiuni:</i> 1 285 × 192 × 12 mm	<i>Suprafață parchet:</i> 2,53 m ²
<i>Material de bază:</i> HDF	<i>Paletizare:</i> 400 bucăți, 40 pachete,
<i>Clasa de trafic:</i> 31	98,8 m ² /palet
<i>Clasa de abraziune:</i> AC 3	<i>Greutate:</i> 15 kg/pachet, 750 kg/palet
<i>Împachetare:</i> 10 bucăți/palet	

- Un pachet are 1,52 metri pătrați; să zicem 1,5.
- Cu două pachete acopăr 3 metri pătrați.
- Îmi trebuie 20 de pachete.



- Observă cum a gândit tatăl Anei și determină câte pachete ar trebui să cumpere de la al doilea stand.



Important

- Frațiile zecimale se pot aproxima prin lipsă sau prin adaos la întregi, la zecimi, la sutimi etc.

		1,372		
Aproximarea prin lipsă la întregi (aproximarea prin lipsă cu eroare mai mică decât un întreg)	1		2	Aproximarea prin adaos la întregi (aproximarea prin adaos cu eroare mai mică decât un întreg)
Aproximarea prin lipsă la zecimi (aproximare prin lipsă cu o eroare mai mică decât o zecime)	1,3		1,4	Aproximarea prin adaos la zecimi (aproximare prin adaos cu o eroare mai mică decât o zecime)
Aproximarea prin lipsă la sutimi (aproximare prin lipsă cu o eroare mai mică decât o sutime)	1,37		1,38	Aproximarea prin adaos la sutimi (aproximare prin adaos cu o eroare mai mică decât o sutime)

Exersează!

19 Completează, după modelul dat de pe prima linie:

Frația zecimală finită	Valori aproximative					
	prin lipsă la:			prin adaos la:		
	întregi	zecimi	sutimi	întregi	zecimi	sutimi
25,485	25	25,4	25,48	26	25,5	25,49
12,345						
0,802						
3,018						
0,0071						

20 Pentru fracțiile zecimale: 39,96; 24,25; 39,7; 97,68; 6,21; 0,76; 2,31; 99,7 scrie aproximările la întregi:

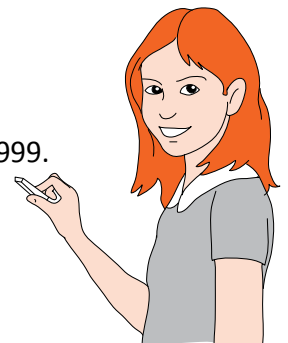
- a) prin lipsă; b) prin adaos.

21 Scrie aproximările la :

- a) zecimi prin lipsă ale fracțiilor zecimale: 0,14; 13,865; 3,207; 152,7; 36,04; 279,96;
b) sutimi prin adaos ale fracțiilor zecimale: 16,035; 0,197; 13,009; 102,067; 3,102; 3,999.

22 Se consideră fracțiile zecimale: 18,0346; 302,1528; 1,2476; 0,0393; 8,0505; 81,2147.

- a) Scrie aproximările prin lipsă și prin adaos cu o eroare mai mică decât o zecime.
b) Scrie aproximările prin lipsă și prin adaos cu o eroare mai mică decât o sutime.
c) Scrie aproximările prin lipsă și prin adaos cu o eroare mai mică decât o miime.



Recapitulare

1 Scrie fracția zecimală:



9 zecimi;		2 sutimi;	
8 miimi;		87 zecimi de miimi;	
7 zecimi și 2 sutimi;		6 zecimi, 5 sutimi și 4 miimi.	

2 Scrie sub formă de fracție zecimală:

$\frac{12}{1\ 000}$	$\frac{3}{10^2}$	$\frac{2\ 323}{10^5}$	$\frac{1\ 581}{10}$
$\frac{20\ 000}{100}$	$\frac{4\ 500}{100}$	$\frac{20}{10\ 000}$	$1\frac{17\ 578}{10^3}$

3 Amplifică fracțiile zecimale astfel încât să obții la numitor puteri ale lui 10, apoi transformă-le în fracții zecimale:

a) $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \frac{1}{10}; \frac{1}{20}; \frac{1}{25}; \frac{1}{50}; \frac{1}{200};$ b) $\frac{8}{125}; \frac{83}{500}; \frac{7\ 264}{250}; \frac{11}{8}; \frac{3}{40}; \frac{7}{80};$ c) $\frac{1}{2^2 \cdot 5}; \frac{1}{5^2 \cdot 2}; \frac{7}{2^2}; \frac{17}{2^3}; \frac{13}{5 \cdot 2^3}; \frac{8}{5^3}; \frac{23}{5^4}.$

4 Transformă în fracții ordinare:

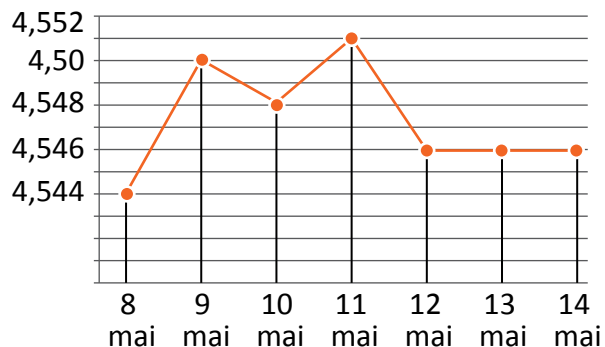
- a) 0,6; 0,21; 0,09; 0,725; 0,00007.
b) 3,7; 24,08; 376,125; 67,1234; 18,7; 2,000009;
193,193; 29,0001.

5 Ordonează crescător numerele:

- a) 5,4; 5,37; 5,39; 3; 3,487; 3,73.
b) 1,87; 1,78; 1,879; 1,978; 1,987; 2,1; 2,101;
2,101001.

6 În graficul alăturat este prezentat cursul leu – euro (câți lei valorează un euro) din 8 mai până în 14 mai.

- a) Câți lei a valorat un euro în data de 10 mai?
b) În ce zi cursul leu – euro a avut cea mai mică cotație? Dar cea mai mare?
c) Pot cumpăra 5 euro cu 20 de lei? Justifică răspunsul dat.



7 Ordonează descrescător numerele:

- a) 6,27; 6,72; 5,809; 4,8978; 6,207.
b) 73,425; 73,6328; 73,73; 73,7425; 73,3.

8 Scrie trei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale cuprinse între 4,3 și 4,38.

9 Scrie 11 fracții zecimale cu un număr finit de zecimale, cuprinse între 2 și 2,1.

10 Scrie aproximările la întregi prin lipsă pentru fiecare fracție zecimală: 27,97; 18,28; 49,5; 89,89.



















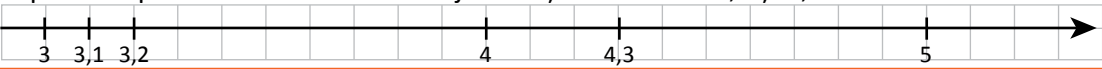

11 Scrie aproximările la întregi prin adaos pentru fiecare fracție zecimală: 8,23; 0,83; 5,71; 99,8.

12 Aproximează cu o eroare mai mică decât o zecime prin lipsă fracțiile zecimale: 0,13; 12,786; 4,102; 162,1; 36,04.

Evaluare

Timp de lucru: 50 de minute



10p	Din oficiu														
5p	<p>1. În tabelul de mai jos sunt trecute prețurile unor produse din supermarket.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Produsul</th> <th></th> <th></th> <th></th> <th></th> <th></th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Preț pe kilogram</td> <td>2,89 lei</td> <td>10,25 lei</td> <td>6,79 lei</td> <td>4,99 lei</td> <td>3,89 lei</td> <td>3,79 lei</td> </tr> </tbody> </table> <p>Scrie în casetă prețul unui kilogram de portocale. <input type="text"/></p>	Produsul							Preț pe kilogram	2,89 lei	10,25 lei	6,79 lei	4,99 lei	3,89 lei	3,79 lei
Produsul															
Preț pe kilogram	2,89 lei	10,25 lei	6,79 lei	4,99 lei	3,89 lei	3,79 lei									
10p	2. Scrie ca fracție ordinară 1,7 și 3,07.														
10p	3. Scrie ca fracție zecimală $\frac{53}{10}$ și $\frac{7}{100}$.														
10p	4.a. Scrie ca fracție zecimală $\frac{2}{25}$.														
10p	4.b. Scrie ca fracție ordinară ireductibilă 1,16.														
5p	5. Dintre fracțiile zecimale 12,13 și 12,3 mai mare este														
10p	<p>6. Reprezintă pe axa numerelor de mai jos fracțiile zecimale 3,6 și 4,10.</p> 														
10p	<p>7. În diagrama alăturată este prezentat cadranul unui aparat de măsură. Valoarea indicată de săgeată este unul dintre numerele 0,8; 1,78; 1,32; 0,4; 1,5. Valoarea indicată este</p> 														
10p	8. Scrie două fracții zecimale cuprinse între 5,4 și 5,5.														
10p	<p>9. Ana și Radu au de efectuat calculele din figurile de mai jos.</p> <table border="1"> <tr> <td style="text-align: center;"> <p><i>Ana</i></p> $A = 17,23 + 15,453 + 8,4 + 24,53$ </td> <td style="text-align: center;"> <p><i>Radu</i></p> $R = 9,29 + 14,521 + 12,13 + 22,2 + 1,14$ </td> </tr> </table> <p>Fără a efectua calculele stabilește care dintre cei doi copii obține un rezultat mai mare. Arată în scris cum ai procedat.</p>	<p><i>Ana</i></p> $A = 17,23 + 15,453 + 8,4 + 24,53$	<p><i>Radu</i></p> $R = 9,29 + 14,521 + 12,13 + 22,2 + 1,14$												
<p><i>Ana</i></p> $A = 17,23 + 15,453 + 8,4 + 24,53$	<p><i>Radu</i></p> $R = 9,29 + 14,521 + 12,13 + 22,2 + 1,14$														

Exersezi și progresezi!

1 Completează conform modelului:

Frație zecimală	Ordine întregi				Ordine zecimale		
	mii	sute	zeci	unități	zecimi	sutimi	miimi
48,137			4	8	1	3	7
3 058,003							
725,702							
	7	5	8	0	3	1	2
		1	2	3	4	5	6
			3	6	0	0	4
	1	0	0	0	0	0	1

2 Scrie sub formă de fracție zecimală, după ce amplifici sau simplifici cu numere naturale corespunzătoare:

a) $\frac{24}{30}$	b) $\frac{6}{8}$	c) $\frac{16}{40}$	d) $\frac{360}{450}$
e) $\frac{6}{375}$	f) $\frac{56}{175}$	g) $\frac{132}{48}$	h) $\frac{165}{150}$

3 Scrie ca fracție ordinară ireductibilă:

- a) 0,13; c) 1,013; e) 2,25; g) 5,075;
 b) 1,3; d) 1,03; f) 1,08; h) 0,0004.

4 Scrie alături de **A**, dacă afirmația este adevărată sau **F**, dacă afirmația este falsă.

- a) $45,135 < 54,013$; c) $8,70008 > 8,71$; e) $234,301 > 234,3$;
 b) $0,205 > 0,25$; d) $7,61 < 7,7$; f) $97,383 < 790,283$.

5 Scrie în ordine crescătoare fracțiile de mai jos:

- a) $0,23$; $\frac{7}{1\ 000}$; $\frac{11}{102}$; $0,32$; $0,006$; $\frac{3}{10}$; b) $\frac{11}{10}$; $\frac{111}{100}$; $\frac{1\ 111}{1\ 000}$; $\frac{11\ 111}{10\ 000}$; $1,010101$; $1,1011$.

6 Scrie trei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule mai mari decât 2,6 și mai mici decât 2,7.

7 Completează tabelul:

Frație zecimală	Aproximări la unitate		Aproximări la zecime		Aproximări la sutime	
	prin lipsă	prin adaos	prin lipsă	prin adaos	prin lipsă	prin adaos
85,127						
375,12507						
0,987						
4,080501						
23,011993						

8 Ana are o bancnotă de 5 lei, o monedă de 50 de bani și 3 monede de 10 bani. Ce bani trebuie să dea vânzătorului pentru a cumpăra un obiect care costă 5,35 lei?

9 Un caiet costă 2,85 lei. Dan are 6 bancnote de 1 leu și 3 monede de 50 de bani. Poate Dan să cumpere trei caiete? Justifică răspunsul.

10 Completează tabelul:

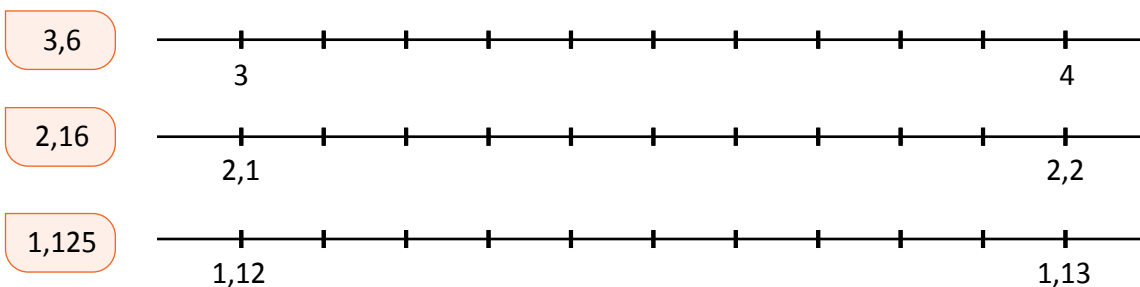
Frație zecimală	Aproximări cu o eroare mai mică decât o unitate		Aproximări cu o eroare mai mică decât o zecime		Aproximări cu o eroare mai mică decât o sutime	
	prin lipsă	prin adaos	prin lipsă	prin adaos	prin lipsă	prin adaos
8,512						
37,507						
0,0987						
408,0501						
2 301,1993						

11 Scrie 11 fracții zecimale cu număr finit de zecimale cuprinse între 0,1 și 0,2.

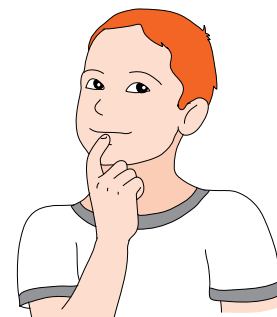
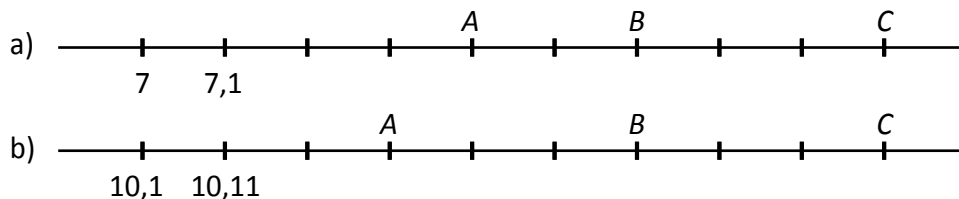
12 Care sunt numerele naturale cuprinse între 2,4 și 7,03?

13 Câte numerele naturale sunt cuprinse între 3,002 și 300,2?

14 Reprezentați pe axa numerelor fracțiile zecimale:



15 Ce fracții zecimale corespund punctelor A, B și C de pe fiecare axă a numerelor?

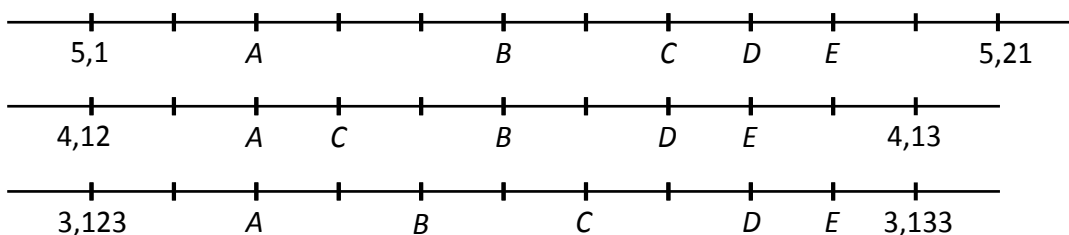


16 Scrie în ordine crescătoare numerele de mai jos:

a) $0,29$; $\frac{3}{100}$; $\frac{16}{1\ 000}$; $0,002$; $\frac{2}{10}$; b) $2,15$; $2\frac{7}{10}$; $\frac{21}{10}$; $2,015$; $\frac{41}{10}$; $2\frac{21}{100}$;

c) $\frac{11}{10}$; $\frac{111}{100}$; $\frac{1\ 111}{1\ 000}$; $\frac{11\ 111}{10\ 000}$; $1,0101$; $1,101$.

17 Ce fracții zecimale corespund punctelor A, B, C, D și E de pe fiecare axă a numerelor?



OPERAȚII CU FRAȚII ZECIMALE CU UN NUMĂR FINIT DE ZECIMALE NENULE

MATEMATICA ÎN FORMULA 1

Vei identifica fracții ordinare sau zecimale în contexte variate:

- vei verifica echivalența a două fracții prin diferite reprezentări;
- vei identifica date statistice din diagrame, tabele sau grafice.



Vei efectua calcule cu fracții folosind proprietăți ale operațiilor aritmetice:

- vei efectua adunări și scăderi de fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule;
- vei efectua înmulțiri și împărțiri ale unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule cu 10, 100, 1 000.

Vei utiliza algoritmi pentru efectuarea operațiilor cu fracții ordinare sau zecimale:

- vei înmulți fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule;
- vei împărți fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule la un număr sau la o fracție zecimală cu un număr finit de zecimale nenule;
- vei transforma fracții ordinare în fracții zecimale și invers;
- vei aplica metodele aritmetice pentru rezolvarea unor probleme cu fracții.

Vei utiliza limbajul specific fracțiilor/procentelor în situații date:

- vei utiliza limbajul specific pentru a afla media aritmetică a două sau mai multe numere;
- vei utiliza limbajul adecvat pentru exprimarea unor transformări monetare.

Vei analiza situații date în care intervin fracții pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule:

- vei analiza scheme, modele sau algoritmi pentru rezolvarea unor probleme practice care implică utilizarea operațiilor cu fracții zecimale și ordinea efectuării operațiilor;
- vei evidenția, pe cazuri concrete, relația între volum și capacitate;
- vei estima media unui set de date și vei compara estimarea cu valoarea determinată prin calcule.

Vei reprezenta matematic, folosind fracții, o situație dată, în context intra și interdisciplinar (geografie, fizică, economie etc.):

- vei argumenta demersul de rezolvare a unei probleme pornind de la un set de informații cu caracter cotidian sau științific (fizic, economic etc.);
- vei formula probleme cu fracții, pe baza unor scheme sau reguli date și le vei rezolva prin metode aritmetice (metoda reducerii la unitate, metoda comparației, metoda mersului invers etc.).

Adunarea și scăderea fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule

Observă și descoperă!

1 La antrenament, un pilot de Formula 1 parcurge circuitul în 3,55 minute. În timpul unui tur de circuit el face două opriri: una de 12,9 minute și una de 5,49 minute. Dacă pentru antrenament a avut la dispoziție 50 minute, câte minute i-au rămas nefolosite?

- Observă procedeele de calcul și verifică rezultatul calculului folosind calculatorul.

$$a) \quad 3,55 + 12,9 + 5,49 = \frac{355}{100} + \frac{129}{10} + \frac{549}{100} = \frac{355}{100} + \frac{1290}{100} + \frac{549}{100} = \frac{2194}{100} = 21,94$$

3	5	5
1	2	9
5	4	9
<hr/>		
2	1	9
		4



3	5	5
1	2	9
5	4	9
<hr/>		
2	1	9
		4



$$b) \quad 50 - 21,94 = \frac{50}{1} - \frac{2194}{100} = \frac{5000}{100} - \frac{2194}{100} = \frac{2806}{100} = 28,06$$

5	0	0	0
2	1	9	4
<hr/>			
2	8	0	6

5	0	0	0
2	1	9	4
<hr/>			
2	8	0	6

- Caută, folosind Internetul, următorii termeni: *circuit*, *tur de circuit*, *cursă*.

2 Mihai are de parcurs un traseu de 20 km. În prima zi a parcurs 4,13 km, a doua zi a parcurs 7,3 km.

- Câți kilometri a parcurs Mihai în primele două zile?
- Câți kilometri mai are Mihai de parcurs?

- Procedează ca mai sus pentru a răspunde la întrebări. Pune, de fiecare dată, rezultatul final sub formă de fracție zecimală cu un număr finit de zecimale nenule.



Important

- Adunarea sau scăderea fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule se efectuează așezând fracțiile una sub alta, astfel încât virgula să se afle sub virgulă (pentru a aduna zecimi cu zecimi, sutimi cu sutimi etc.). Adunăm sau scădem așa cum procedăm la numere naturale având grijă ca atunci când ajungem la virgulă să o coborâm la rezultat.

Exemple:

1	2	3	+	1	2	3	=	1	3	5	3
	1	2	,	3	0	+					
		1	,	2	3						
		<hr/>									
	1	3	,	5	3						

1	2	3	-	1	2	3	=	1	1	0	7
	1	2	,	3	0	-					
		1	,	2	3						
		<hr/>									
	1	1	,	0	7						

Adunarea fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule are aceleași proprietăți ca adunarea fracțiilor ordinare, adică: **adunarea este comutativă, adunarea este asociativă, adunarea are element neutru pe 0.**

Exersează!

3 Asociază fiecare etichetă cu cercul care conține rezultatul adunării.

$2,4 + 3,1$

$4,7 + 3,1$

$3,5 + 4,5$

$5,14 + 4,25$

$7,23 + 12,1$

16,1

9,10

9,39

19,33

7,8

8

5,5

4 Calculează:

a) $2,731 + 3,162$;

d) $4,3 + 1$;

g) $578 + 1,458$;

j) $101 + 0,101$;

b) $18,023 + 4,91$;

e) $2,3 + 6$;

h) $87 + 48,23$;

k) $0,009 + 20$;

c) $451,23 + 0,985$;

f) $13,5 + 8$;

i) $756 + 13,003$;

l) $471,5 + 8$.

5 Determină numărul cu 48,09 mai mare decât numerele: a) 47; b) 12,13; c) 4,253; d) 205,03.

6 Completează tabelul de mai jos:

a	0,345	18,497	781,5	32	739,278
b	0,3	14,51	12,54	0,023	205,452
$a + b$					
$a + 5$					
$0,37 + b$					

7 Adevărat sau fals? Care dintre egalitățile de mai jos sunt adevărate și care sunt false?

a) $2,3 + 4,39 = 6,69$;

d) $0,35 + 0,064 = 0,414$;

b) $31,04 + 3,4 = 34,44$;

e) $485,103 + 32,49 = 517,593$;

c) $51,003 + 7,02 = 51,705$;

f) $1\ 007,04 + 2\ 002,15 = 3\ 009,19$.

8 Calculează rapid, folosind proprietățile adunării:

a) $4,2 + 5,7 + 5,8 + 4,3$;

c) $0,8 + 3,2 + 11,11 + 89,89$;

b) $4,27 + 3,45 + 5,73 + 6,55$;

d) $3,725 + 5,49 + 26,275 + 4,51$.

9 Asociază fiecărei etichete cercul care conține rezultatul scăderii.

$1,3 - 1,2$

$8,7 - 3,2$

$4,5 - 3,2$

$16,37 - 13,32$

$15,23 - 0,23$

3,5

15

3,05

0,1

1,3

5,5

10 Efectuează:

a) $58,31 - 9,28 - 4,17$;

c) $705,6 - 13,089 - 41,765$;

e) $83,5 - 18 - 19,467$;

b) $73,11 - 0,07 - 1,415$;

d) $17 - 3,875 - 5,08$;

f) $604,368 - 97,11 - 12$.

11 Determină numărul care este cu 98,7 mai mic decât: a) 158,23; b) 167,002; c) 99.

12 a) Calculează diferența dintre numărul 133,33 și suma numerelor 13,3 și 49,4.

b) Calculează diferența dintre numărul 53,53 și rezultatul scăderii numerelor 8,2 și 0,25.

Înmulțirea fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule

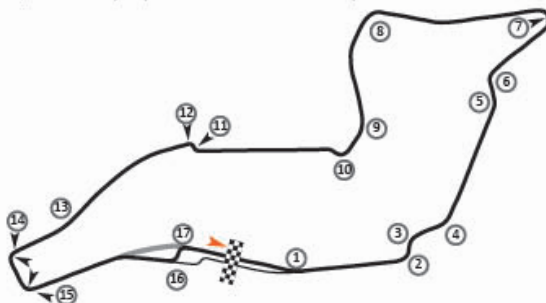
Observă și descoperă!

- 1 Circuitul de la Imola, Italia, pentru cursele auto de Formula 1 are o lungime de 4,933 km. Ce distanță are de parcurs o mașină dacă parcurge circuitul de zece ori?

Observă procedeul de calcul:

Dacă circuitul are 4,933 km și trebuie parcurs de zece ori, distanța pe care o are de parcurs este de zece ori mai mare, adică aflăm răspunsul prin înmulțire.

$$4,933 \cdot 10 = \frac{4\,933}{1\,000} \cdot 10 = \frac{4\,933}{100} = 49,33$$



- 2 Procedeează ca mai sus și determină distanța pe care o parcurge o mașină dacă merge pe circuit de o sută de ori.

- 3 Să înmulțim o fracție zecimală cu un număr finit de zecimale cu 0,01.

$$143,7 \cdot 0,01 = \frac{1\,437}{10} = \frac{1}{100} = \frac{1\,437}{1\,000} = 1,437$$

Important

- La înmulțirea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale, cu o putere a lui 10 se mută virgula spre dreapta peste atâtea cifre cât arată exponentul puterii lui 10. Dacă nu ajung cifrele se completează cu zerouri.

Exemple: $2,345 \cdot 100 = 2,345 \cdot 10^2 = 234,5$ $12,6 \cdot 1\,000 = 12,6 \cdot 10^3 = 12\,600$

- La înmulțirea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule cu 0,1; 0,01 sau 0,001 se mută virgula spre stânga peste una, două sau trei cifre. Dacă cifrele nu ajung se completează cu zerouri.

Exemple: $234,5 \cdot 0,01 = 2,345$ $12,6 \cdot 0,001 = 0,0126$

Observă și descoperă!

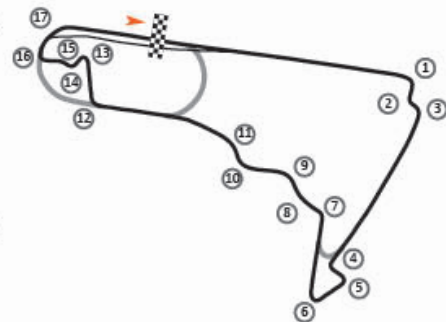
- 4 Circuitul de Formula 1 din Mexic, numit *Circuitul Fraților Rodriguez* are o lungime de 4,304 km. O cursă pe acest circuit are 71 de tururi.

a) Care este lungimea unei curse?

b) Ce lungime ar avea circuitul dacă s-ar mări de 2,3 ori?

- Observă procedeele de calcul:

- Dacă circuitul are 4,304 km și cursa are 71 de tururi trebuie să înmulțim 4,304 cu 71.



$$4,304 \cdot 71 = \frac{4\,304}{1\,000} \cdot 71 = \frac{305\,584}{1\,000} = 305,584$$

		4	3	0	4	.
				7	1	
		4	3	0	4	
3	0	1	2	8		
3	0	5	5	8	4	

		4	,3	0	4	.
				7	1	
		4	3	0	4	
3	0	1	2	8		
3	0	5	,5	8	4	

- Lungimea cursei este de 305,584 km.
- Dacă circuitul se mărește de 2,3 ori trebuie înmulțit 4,304 cu 2,3.

$$4,304 \cdot 2,3 = \frac{4\,304}{1\,000} \cdot \frac{23}{10} = \frac{98\,992}{10\,000} = 9,8992$$

		4	3	0	4	.
				2	3	
1	2	9	1	2		
8	6	0	8			
9	8	9	9	2		

		4	,3	0	4	.
				2	,3	
1	2	9	1	2		
8	6	0	8			
9	,8	9	9	2		

- Circuitul ar avea 9,8992 km.



Important

La înmulțirea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule cu un număr natural sau cu o altă fracție zecimală cu un număr finit de zecimale nenule procedăm ca în exemplul următor:

	1	2	,3	4	.
				1	,7
	8	6	3	8	
1	2	3	4		
2	0	,9	7	8	

Scriem fracțiile zecimale una sub alta, fără a ține seama de virgulă.

Înmulțim după același procedeu folosit la numere naturale.

Lăsăm după virgulă atâtea cifre câte cifre au fost împreună după virgulă la cele două fracții zecimale.

Exersează!

- 5 Asociază fiecare operație cu rezultatul corect. Verifică, apoi, folosind calculatorul.

$2,143 \cdot 10$

$214,3$

$2,143 \cdot 100$

$67,89$

$2,143 \cdot 1\,000$

$21,43$

$678,9 \cdot 0,1$

$6,789$

$678,9 \cdot 0,01$

$2\,143$

$678,9 \cdot 0,001$

$0,6789$

$0,2143$

- 6 Mărește de 10 ori, 100 ori și apoi de 1 000 de ori fracțiile zecimale:

a) 0,9; b) 12,45; c) 8,436; d) 0,07; e) 0,0012.

- 7 Completează casetele astfel încât să obții relații adevărate. Model: $23,5 \cdot 10 = 235$

a) $73,2 \cdot \square = 732$; c) $234 = \square \cdot 10^2$;

$31,43 \cdot \square = 3\,143$; $0,203 = \square \cdot 10^3$;

$0,005 \cdot \square = 5$; $7,25 = \square \cdot 10$.

b) $10 \cdot \square = 57,4$;

$100 \cdot \square = 0,17$;

$1\,000 \cdot \square = 200$;

- 8 Calculează:

a) $1,1 \cdot 14$;

$12,3 \cdot 17$;

$23,14 \cdot 15$;

$62,234 \cdot 11$;

b) $0,41 \cdot 12$;

$0,27 \cdot 13$;

$0,003 \cdot 23$;

$0,0005 \cdot 14$;

c) $321,7 \cdot 9$;

$73,18 \cdot 12$;

$105,7 \cdot 11$;

$77,007 \cdot 11$.

- 9 Determină fracția zecimală de patru ori mai mare decât:
a) 0,5; b) 0,005; c) 0,0004; d) 1,8; e) 15,8; f) 101,54.

- 10 Completează tabelul:

a	$2 \cdot a$	$10 \cdot a$	$25 \cdot a$	$100 \cdot a$
1,4				
12,15				
125,521				

- 11 Mărește de 0,07 ori:

- a) fiecare dintre numerele: 12,5; 23,008; 465,12; 13,202;
b) suma numerelor 7,98 și 23,467;
c) diferența numerelor 105,26 și 101,009;
d) produsul numerelor 3,06 și 0,005.

- 12 Efectuează:

- a) $6,1 \cdot 1,3$; b) $3,4 \cdot 0,5$; c) $3,14 \cdot 4,13$; d) $2,18 \cdot 0,025$; e) $2,342 \cdot 4,5$; f) $2,35 \cdot 4,12$.

- 13 Calculează produsul dintre suma și diferența numerelor:

- a) 12,5 și 7,5; b) 0,75 și 0,25;
c) 24,38 și 2,7; d) 220,4 și 103,75.

- 14 Completează tabelul:

a	b	c	$a \cdot b$	$(a \cdot b) \cdot c$	$b \cdot c$	$a \cdot (b \cdot c)$
2,33	4,1	7,2				
5,5	8,4	3,25				
0,22	0,41	3,2				
21,2	44,3	5,24				

- 15 Un decaltru are 1 000 de centilitri.

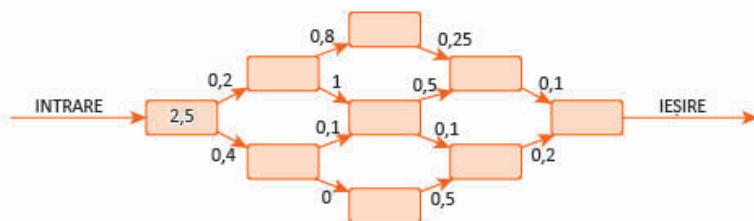
- Câți centilitri sunt în 12,43 decaltri?

- Compara rezultatele din coloana a cincea cu cele din coloana a șaptea. Ce observi?

- 16 În calculele de mai jos se trece de la o fracție zecimală la alta, înmulțind-o cu fracția zecimală scrisă pe săgeată. Completează:

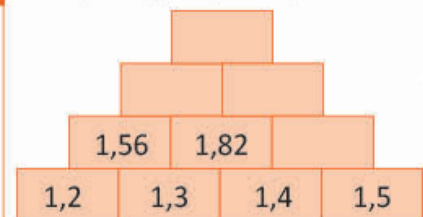
- a) $0,5 \xrightarrow{1,1} 0,55 \xrightarrow{1,1} 0,605 \xrightarrow{1,1} \square \xrightarrow{1,1} 0,73205$;
b) $2,3 \xrightarrow{7,4} \square \xrightarrow{7,4} \square \xrightarrow{7,4} \square \xrightarrow{7,4} 6\ 896,91248$;
c) $8,1 \xrightarrow{\square} 16,2 \xrightarrow{\square} 32,4 \xrightarrow{2} \square \xrightarrow{2} 129,6$.

- 17 Lucrați în perechi. Fiecare săgeată semnifică efectuarea înmulțirii dintre fracțiile zecimale de pe sensul ei.



- a) Există un parcurs care, la ieșire, are rezultatul zero? Dacă da, care este acela?
b) Care este parcursul care la ieșire dă rezultatul 0,025? Dar 0,005?
c) Care este traseul care la ieșire dă cel mai mic rezultat nenul?

- 18 Găsește regula și completează.



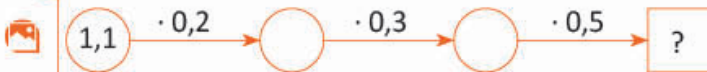
- 19 Un pilot parcurge în timp de trei ore, 273,45 kilometri. Câți kilometri parcurge, dacă timpul se mărește de 10 ori?

- 20 Completează:

\cdot	6,2	4,5	1,1	2,4
0,3	1,86			
0,11				
0,05				

- 21 Un pilot parcurge un circuit de Formula 1 în 5,47 minute. În câte minute va parcurge circuitul de 100 de ori?

22 Completează schema de mai jos:



- Formulează o problemă pe baza acestei scheme.

23 Completează schema de mai jos:



- Formulează o problemă pe baza acestei scheme.

12,57



24 Formulează o problemă pe baza schemei alăturate.

25 Verifică dacă, în pătratul de mai jos, obținem același rezultat efectuând produsul numerelor pe fiecare linie, pe fiecare coloană și pe fiecare diagonală.



16	0,125	4
0,5	2	8
1	32	0,25

26 Completează după model, tabelul de mai jos:

a	a^2	a^3	a^4
1,1	1,21	1,331	1,4641
0,1			
0,3			
1,5			
2,2			
0,01			
0,02			
0,001			
1,01			

Proiect Dăruiește un meniu sănătos

• Ce veți face?

Veți scrie lista de cumpărături și veți calcula suma necesară pentru donarea unui coș cu alimente sănătoase.

• De ce veți face?

Veți învăța să alegeți produse pentru un meniu sănătos, respectând un buget dat.

• Cum veți face?

1. Veți consulta pliante de prezentare a produselor necesare.
2. Veți stabili, împreună, produsele de care au nevoie 7 persoane, știind că suma de care dispuneți este de 250 lei.
3. Veți scrie lista de cumpărături și veți face desene potrivite.
4. Veți calcula cât costă cumpărăturile și veți compara cu suma de 250 lei în care vă veți încadra.
5. Veți modifica și definitivă lista de cumpărături, astfel încât să cheltuiți cel mult 250 lei.

• Cum veți ști că ați reușit?

Veți prezenta lista și calculele voastre, iar colegii din celelalte grupe vor face aprecieri și sugestii.

• Ce se evaluează?

- utilizarea informațiilor din pliante;
- participarea tuturor membrilor grupului la alegerea produselor;
- forma atractivă a desenelor;
- încadrarea în bugetul alocat;
- prezentarea clară a proiectului.

Sugestie

- Organizați-vă în grupuri și stabiliți-vă rolurile.
- Folosiți pliante de la supermarket pentru a vedea prețurile unor alimente sănătoase care pot fi achiziționate.



- Prezentați lista de cumpărături într-un mod inedit.
- Stabiliți, împreună cu profesorul, o listă câștigătoare, faceți cumpărăturile și donați un coș cu alimente sănătoase unor copii defavorizați.

Împărțirea a două numere naturale cu rezultat fracție zecimală. Media aritmetică a două sau mai multor numere naturale

Observă și descoperă!

1 O sesiune de calificări pentru o cursă de Formula 1 măsoară 85 km și se desfășoară în 4 tururi. Ce lungime are circuitul?

- Observă procedeele de calcul, apoi verifică rezultatul cu ajutorul calculatorului.
- Pentru a determina lungimea circuitului trebuie împărțit 85 la 4, dar împărțirea este cu rest. Cum procedăm pentru a determina lungimea exactă?

$$85 : 4 = \frac{85}{1} : \frac{4}{1} = \frac{100 \cdot 85}{100} \cdot \frac{1}{4} = \frac{8500}{100} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2125}{100} = 21,25$$

8	5	0	0	:	4	=	2	1	2	5
8										
=	5									
	4									
	1	0								
		8								
		2	0							
		2	0							
		=	=							

8	5,	0	0	:	4	=	2	1,	2	5
8										
=	5									
	4									
	1	0								
		8								
		2	0							
		2	0							
		=	=							



- Lungimea circuitului este egală cu 21,25 km.

Important

Dacă la împărțirea a două numere naturale se obține un rest diferit de 0, putem continua împărțirea astfel:

1	3	:	8	=	1
8					
=	5				

1	3,	0	:	8	=	1,	6
8							
=	5	0					
	4	8					
	=	2					

1	3,	0	0	:	8	=	1,	6	2
8									
=	5	0							
	4	8							
	=	2	0						
		1	6						
		=	4						

1	3,	0	0	0	:	8	=	1,	6	2	5
8											
=	5	0									
	4	8									
	=	2	0								
		1	6								
		=	4	0							
			4	0							
			=	=							

Observă și descoperă!

2 Un pilot a condus o mașină de curse, pe circuitul de la *Imola*, timp de 4 ore. În prima oră a parcurs 275 km, în a doua oră 320 km, în a treia oră 323 km, iar în a patra oră 280 km.



a) Care este distanța parcursă de pilot în cele 4 ore.

• Radu a calculat astfel: $275 + 320 + 323 + 280 = 1\,198$ (km)

b) Dacă în fiecare oră ar fi parcurs aceeași distanță, determină această distanță.

• Radu a calculat astfel: $\frac{275 + 320 + 323 + 280}{4} = 299,5$ km

**Important**

- Media aritmetică a două sau mai multor numere naturale este suma numerelor împărțită la câte numere sunt.
- De regulă, media aritmetică se notează m_o .

Exemplu: Media aritmetică a numerelor 13 și 21 este $m_o = \frac{13 + 21}{2} = \frac{34}{2} = 17$.

- Dacă cunoaștem media aritmetică și numărul de numere putem afla suma numerelor.

Exemplu: Dacă media aritmetică a trei numere este 4, atunci suma acestor numere este $4 \cdot 3 = 12$.

Exersează!

3 Asociază fiecărui exercițiu rezultatul corect. Verifică, apoi, folosind calculatorul.

3 : 2

0,25

6 : 5

2,4

12 : 5

1,5

1 : 4

1,2

5 : 4

1,25

1,4

4 Scrie **A**, dacă relația este adevărată și **F**, dacă relația este falsă.

53 : 4 = 13,25

67 : 2 = 3,35

136 : 5 = 272

3 246 : 25 = 129,84

924 : 15 = 616

1 353 : 6 = 225,5

909 : 90 = 10,01

5 Calculează:

a) 18 : 5;

b) 138 : 15;

c) 23 : 10;

d) 1 316 : 40;

49 : 14;

651 : 12;

2 312 : 100;

108 : 72;

35 : 4;

1 013 : 25;

11 : 1 000;

5 675 : 50;

172 : 5;

423 : 24;

257 : 10 000;

2 742 : 32;

341 : 2;

1 239 : 12;

175 : 10⁵;

7 777 : 28.

6 Calculează media aritmetică a numerelor: a) 5, 8, 10 și 6; b) 29, 39, 49, 59 și 69.

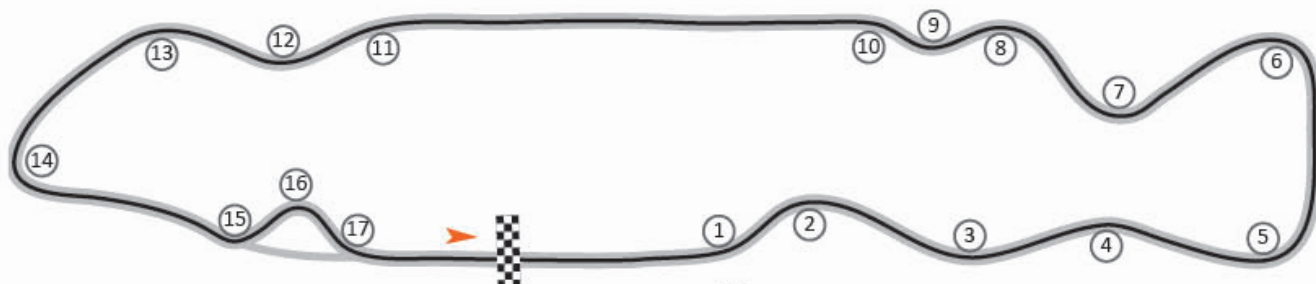
7 Media aritmetică a trei numere naturale este 6. Media aritmetică a primelor două numere este 5, iar media aritmetică a ultimelor două este 7. Determină numerele.

8 Media aritmetică a patru numere naturale este 1,75. Media aritmetică a altor șase numere naturale este 2,5. Determină media aritmetică a celor 10 numere.

Transformarea unei fracții ordinare în fracție zecimală. Periodicitate

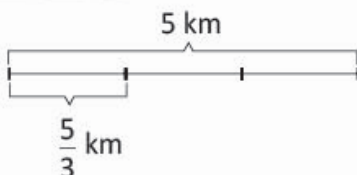
Observă și descoperă!

- 1 Un circuit de Formula 1 are lungimea de 5 km. Un pilot și-a propus să parcurgă o treime din circuit. Câți kilometri ar parcurge pilotul? Se poate determina distanța exactă pe care pilotul și-a propus să o parcurgă?



- Observă procedeele de calcul:

A. Reprezentarea grafică a datelor:



B. Calculul în scris: Să împart 5 la 3 pentru a-l transforma în fracție zecimală:

$$\begin{array}{r} 5 : 3 = 1 \\ 3 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5,0 : 3 = 1,6 \\ 3 \\ \hline 20 \\ 18 \\ \hline = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5,000 : 3 = 1,666 \\ 3 \\ \hline 20 \\ 18 \\ \hline 20 \\ 18 \\ \hline = 2 \end{array}$$



- Observ că oricât aş continua împărțirea rămân cu același rest 2, prin urmare, după virgulă voi avea numai cifra 6. Asta înseamnă că nu voi putea spune distanța exactă pe care pilotul și-a propus să o parcurgă (o treime din circuit).

- 2 Să transformăm $\frac{3}{11}$ în fracție zecimală.

$$\begin{array}{r} 3 : 11 = 0 \\ 0 \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,0 : 11 = 0,2 \\ 0 \\ 30 \\ 22 \\ \hline = 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,000 : 11 = 0,27 \\ 0 \\ 30 \\ 22 \\ \hline 80 \\ 77 \\ \hline = 3 \end{array}$$

- Observăm că am revenit la restul 3. Înseamnă că, adăugând în continuare 0, se va cuprinde de 2 ori, apoi de 7 ori și tot așa.

- 3 Transformă $\frac{7}{6}$ și $\frac{41}{22}$ în fracții zecimale.

**Important**

- O fracție zecimală în care după virgulă există un număr finit de cifre nenule se numește **fracție zecimală finită**.
- O fracție zecimală în care după virgulă există o cifră sau un grup de cifre care se repetă la nesfârșit se numește **fracție zecimală periodică**.
- Cifra sau grupul de cifre care se repetă după virgulă se numește **perioadă**.

perioada *Exemplu: 1,3434343 ...*

- Scriem: **1,(34)**. Citim: unu virgulă perioadă treizeci și patru.

perioada *Exemplu: 1,23434343 ...*

- Scriem: **1,2(34)**. Citim: unu virgulă doi perioadă treizeci și patru.

parte neperiodică sau neperioadă

$1,(34)$ $1,2(34)$
fracție zecimală fracție zecimală
periodică simplă periodică mixtă

Exersează!

- 4 Considerăm fracțiile zecimale: $0,(7)$; $2,31$; $2,5(39)$; $0,17$; $2,(5)$; $7,11$; $0,(4)$; $2,31(16)$.
Completează tabelul de mai jos:

Fracții zecimale finite	Fracții zecimale periodice simple	Fracții zecimale periodice mixte

- 5 Transformă în fracții zecimale finite:

a) $\frac{17}{10}$; $\frac{131}{10}$; $\frac{54}{100}$; $\frac{237}{100}$; $\frac{17}{1000}$; $\frac{587}{1000}$; b) $\frac{19}{2}$; $\frac{21}{4}$; $\frac{115}{32}$; $\frac{21}{16}$; $\frac{107}{20}$; $\frac{36}{25}$.

- 6 Transformă în fracții zecimale periodice simple:

a) $\frac{10}{9}$; $\frac{23}{27}$; $\frac{64}{3}$; $\frac{10}{18}$; $\frac{15}{11}$; b) $\frac{84}{66}$; $\frac{1512}{33}$; $\frac{75}{55}$; $\frac{204}{52}$; $\frac{11}{13}$.

- 7 Transformă în fracții zecimale periodice mixte:

a) $\frac{23}{6}$; $\frac{41}{12}$; $\frac{71}{18}$; $\frac{643}{15}$; b) $\frac{1}{24}$; $\frac{1}{36}$; $\frac{1}{72}$; $\frac{1}{35}$.

- 8 Asociază fiecărui element din coloana A elementul corespunzător din coloana B:

a)

A	B
$\frac{23}{10}$	$1,(8)$
$\frac{17}{9}$	$1,(7)$
$\frac{17}{6}$	$2,8(3)$
$\frac{2}{3}$	$2,3$
$\frac{2}{3}$	$0,(6)$

b)

A	B
$\frac{35}{18}$	$1,9(4)$
$\frac{83}{3}$	$3,125$
$\frac{125}{40}$	$2,(76)$
	$27,(6)$

Împărțirea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule la un număr natural nenul

Observă și descoperă!

1 La o cursă de Formula 1, un pilot a parcurs în 3 ore distanța de 654,39 km. Ce distanță a parcurs într-o oră?
Observă procedeele de calcul:

- Într-o oră a parcurs o distanță de trei ori mai mică, prin urmare împărțim 654,39 la 3.

$$654,39 : 3 = \frac{65\,439}{100} : \frac{3}{1} = \frac{65\,439}{100} \cdot \frac{1}{3} = \frac{21\,813}{100} = 218,13$$

6	5	4	3	9	:	3	=	2	1	8	1	3
6												
=	5											
	3											
	2	4										
	2	4										
	=	=	3									
			3									
			=	9								
				9								
				=								

6	5	4	3	9	:	3	=	2	1	8	1	3
6												
=	5											
	3											
	2	4										
	2	4										
	=	=	3									
			3									
			=	9								
				9								
				=								

- Într-o oră parcurge 218,13 km.

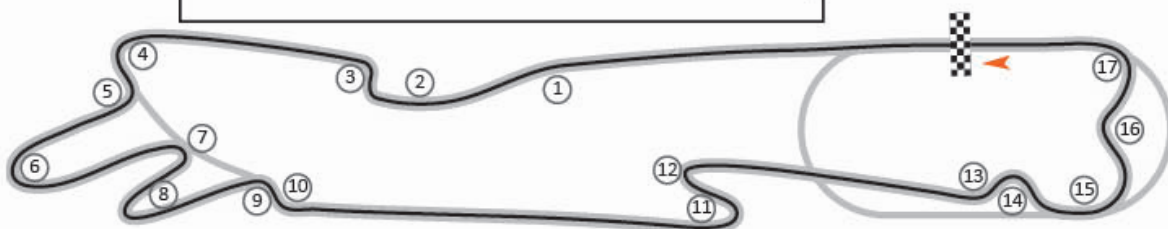
2 Distanța de 654,39 km este parcursă de către o mașină obișnuită în 10 ore. Ce distanță parcurge această mașină într-o oră?

$$654,39 : 10 = \frac{65\,439}{100} : \frac{10}{1} = \frac{65\,439}{100} \cdot \frac{1}{10} = \frac{65\,439}{1\,000} = 65,439(\text{km})$$

- Într-o oră mașina parcurge 65,439 km.

3 Lungimea unui circuit de Formula 1 este de 654,39 km. Ce lungime are traseul, dacă în timpul cursei, s-au parcurs 100 de tururi?

$$654,39 : 100 = \frac{65\,439}{100} : \frac{100}{1} = \frac{65\,439}{100} \cdot \frac{1}{100} = \frac{65\,439}{10\,000} = 6,5439(\text{km})$$



- Lungimea traseului este de 6,5439 km.

Împărțirea a două fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule

Observă și descoperă!

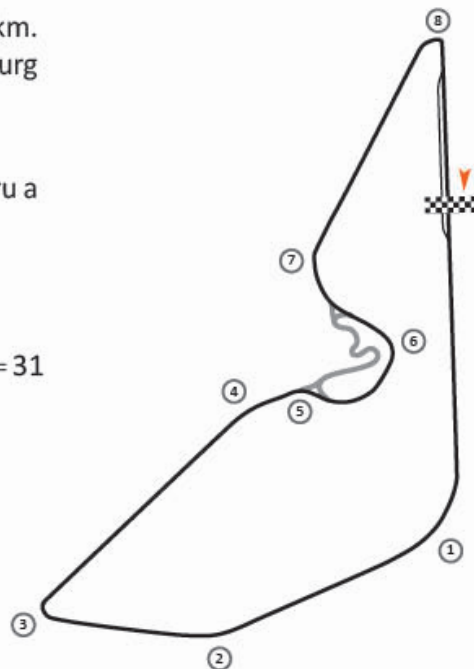
1 Circuitul Prințului George din Africa de Sud are o lungime de 3,92 km. Mașinile care participă la cursa de Formula 1 de pe acest circuit parcurg fiecare câte 121,52 km. Câte tururi are această cursă?

- Observă procedeul de calcul.

Dacă toată cursa are 121,52 km, iar circuitul are 3,92 km, atunci pentru a determina numărul de tururi trebuie să împărțim 121,52 la 3,92.

$$121,52 : 3,92 = \frac{12152}{100} : \frac{392}{100} = \frac{12152 \cdot 100^1}{100 \cdot 392} = \frac{12152}{392} = 12152 : 392 = 31$$

$\times 100$
 $\times 100$



- Verifică dacă rezultatul obținut este corect.

Important

- La împărțirea a două fracții zecimale finite procedăm astfel:

$$24,312 : 1,2$$

$\times 10$
 $\times 10$

Înmulțim și deîmpărțitul și împărțitorul cu o putere a lui 10 care să transforme împărțitorul în număr natural.

$$243,12 : 12$$

Efectuăm împărțirea.

- Dacă cifrele de după virgulă ale deîmpărțitului nu sunt suficiente completăm cu zerouri.

$$243,12 : 0,12$$

$\times 100$
 $\times 100$

Înmulțim și deîmpărțitul și împărțitorul cu o putere a lui 10 care să transforme împărțitorul în număr natural.

Pentru că la deîmpărțit nu sunt cifre suficiente după virgulă, adăugăm 0.

$$243120 : 12$$

Efectuăm împărțirea.

Exersează!

2 Completează tabelul de mai jos.

a	3,25	49,14	3,33		24,32
b	0,5	0,7		0,9	
$a : b$			11,1	10,9	30,4

3 Efectuează:

a) $146,11 : 0,5$;

c) $2,178 : 0,18$;

e) $35,07 : 1,4$;

g) $123,321 : 0,55$;

b) $13,23 : 0,6$;

d) $0,1321 : 0,04$;

f) $19,314 : 3,6$;

h) $42,3 : 0,125$.

4 Completează casetele:

$8,4 : 3,5 = \square$;

$10,896 : \square = 2,043$;

$16,95 : \square = 2,5$;

$\square : 5,2 = 1,1$;

$26,638 : 7,01 = \square$;

$\square : 47,3 = 0,03$;

$191,8 : \square = 10,96$;

$0,1205 : 0,02 = \square$;

$\square : 2,1 = 10,5$;

$\square : 0,02 = 0,015$.

5 Determină numărul de 0,75 de ori mai mic decât: a) 4,53; b) 211,14; c) 105,105.

6 Determină numărul:

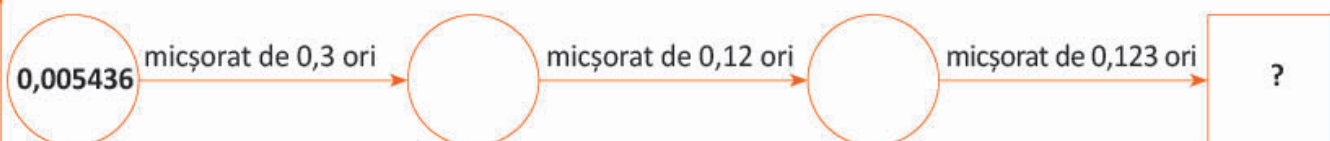
a) de 0,03 ori mai mic decât suma numerelor 3,36 și 7,29;

b) de 4,2 ori mai mic decât 23,1231;

c) de 0,5 ori mai mic decât produsul numerelor 5,43 și 0,2;

d) de 18,9 ori mai mic decât rezultatul împărțirii lui 3,213 la 1,7.

7 Completează schema de mai jos:



- Formulează o problemă pe baza acestei scheme.

8 Completează schema de mai jos:



- Formulează o problemă pe baza acestei scheme.

9 Descoperă regula și scrie următorii 3 termeni:

1234,5;

123,45;

12,345;

10 Descoperă regula și scrie următorii 3 termeni:

1,28;

0,64;

0,32;



Transformarea unei fracții zecimale periodice în fracție ordinară

Observă și descoperă!

1 Ana și Radu au de calculat $1,8 + 1,2(5)$. Iată cum au procedat fiecare:



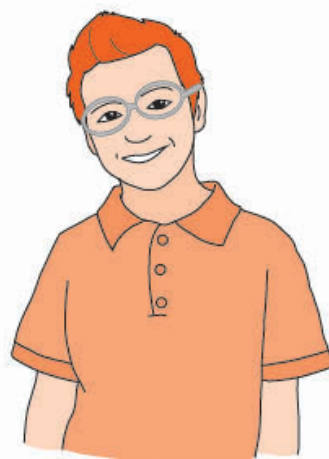
Ana

$$\begin{array}{r} 1,8 \quad + \\ 1,25 \\ \hline 3,05 \end{array}$$

$$1,8 + 1,2(5) =$$

Radu

$$\begin{array}{r} 1,888 + \\ 1,255 \\ \hline 3,143 \end{array}$$



- Unul dintre cei doi a greșit. Sau poate amândoi.

2 Frațiile zecimale periodice s-au obținut din fracții ordinare. Ne putem întoarce la ele? Urmărește!

$$\frac{17}{9} = 17 : 9 = 1,8$$

$$\frac{113}{90} = 113 : 90 = 1,2(5)$$

$$\frac{17}{9} = 1\frac{8}{9}$$

$$\frac{113}{90} = 1\frac{23}{90} = 1\frac{25-2}{90}$$

$$\Rightarrow 1,8 = 1\frac{8}{9}$$

$$\Rightarrow 1,2(5) = 1\frac{25-2}{90} = 1\frac{23}{90}$$



3 Verifică, folosind calculatorul, dacă împărțirile $17 : 9$ și $113 : 90$ sunt corecte.

4 Calculează suma $\frac{17}{9} + \frac{113}{90}$, apoi efectuează împărțirea. Scrie rezultatul sub formă de fracție zecimală periodică.



Important

- O fracție zecimală periodică se transformă în fracție ordinară astfel:

$2,(34) =$	$2\frac{34}{99}$	întregi	La numărător sunt toate cifrele aflate în perioadă. La numitor am câte un 9 pentru fiecare cifră din perioadă.
$2,3(14) =$	$2\frac{314-3}{990}$	întregi	La numărător numărul format cu toate cifrele aflate după virgulă minus numărul format din partea neperiodică. La numitor am câte un 9 pentru fiecare cifră din perioadă și apoi câte un 0 pentru fiecare cifră din partea neperiodică.

Exersează!

5 Asociază fiecărei fracții zecimale periodice din coloana A, fracția ordinară corespunzătoare din coloana B.

0,(4)	$\frac{124}{999}$
0,(14)	$1\frac{2}{9}$
0,(124)	$1\frac{133}{999}$
1,(2)	$2\frac{4}{9}$
1,(23)	$\frac{4}{9}$
1,(133)	$2\frac{4}{99}$
2,(04)	$\frac{7}{999}$
0,(007)	$\frac{14}{99}$
	$1\frac{23}{99}$

6 Asociază fiecărei fracții zecimale periodice din coloana A, fracția ordinară corespunzătoare din coloana B.

0,3(4)	$\frac{113}{900}$
0,1(14)	$1\frac{281}{900}$
0,12(5)	$1\frac{137}{990}$
1,31(2)	$2\frac{7}{90}$
1,0(23)	$2\frac{7}{990}$
1,1(38)	$\frac{47}{990}$
2,0(07)	$\frac{31}{90}$
0,0(47)	$\frac{113}{990}$
	$1\frac{23}{990}$

7 Transformă fracțiile zecimale periodice simple în fracții ordinare:

- a) 0,(11); 1,(23); 2,(45); 11,(243);
b) 5,(6); 0,(30); 12,(036); 11,(423).

8 Transformă fracțiile zecimale periodice mixte în fracții ordinare:

- a) 2,3(6); 1,2(9); 3,70(2); 1,2(417); b) 0,02(03); 10,3(27); 11,47(3); 0,002(1).

9 Transformă fracțiile zecimale periodice în fracții ordinare:

- a) 0,(0003); b) 0,0(003); c) 0,00(03); d) 0,000(3).

10 Transformă fracțiile zecimale periodice simple în fracții ordinare: a) 0,(6); b) 2,(36); c) 5,(135).

11 Transformă fracțiile zecimale periodice mixte în fracții ordinare: a) 1,1(6); b) 2,708(3); c) 1,25(72).

12 Ordonează crescător fracțiile zecimale periodice $a = 0,12(34)$; $b = 0,(19234)$; $c = 0,123(4)$; $d = 0,(1234)$.

Model: Să ordonăm $a = 0,5(67)$, $b = 0,56(7)$ și $c = 0,(567)$.

Avem $a = 0,5676767 \dots$

$b = 0,5677777 \dots$

$c = 0,567567567 \dots$

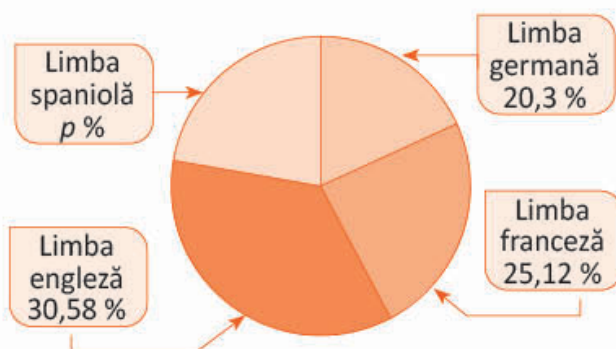
Ordinea crescătoare este $c < a < b$

13 Ordonează descrescător fracțiile periodice:

- 1,5432(1); 1,543(21); 1,5(4321); 1,54(321); 1,(54321); 1,54321.

Recapitulare

- 1 Diagrama alăturată prezintă, în procente, repartizarea numărului de elevi care participă la un concurs de limbi străine. Valoarea lui p este egală cu .



- 2 Completează:

a	b	c	$a - b$	$(a - b) + c$	$b - c$	$a - (b - c)$
1,2	0,7	0,5				
0,4	0,005	0,003				
20,1	17,5	7,5				
1,5	0,8	0,45				

- Compară rezultatele obținute pe coloanele 5 și 7 și încearcă să obții o generalizare.
- 3 Ana are 127,5 lei, iar Mihai are cu 47,2 lei mai mult. Câți lei are Mihai? Câți lei au împreună cei doi copii?
- 4 Mara a cumpărat 3 kg de cireșe, iar Dan a cumpărat cu 0,5 kg mai puțin. Câte kilograme de cireșe a cumpărat Dan?

- 5 Completează, conform indicațiilor:



- 6 Completează, conform indicațiilor:



- Formulează o problemă pe baza acestei scheme.
- 7 Un kilogram de caise costă 4,90 lei. Câți lei trebuie să plătească Ana pentru 2,5 kg de caise?
- 8 Determină numărul de 1 000 de ori mai mare decât 14,2345.

9 Completează:

$$7,5 \cdot 0,1 = \square;$$

$$0,5 \cdot \square = 0,05;$$

$$\square \cdot 0,9 = 0,81;$$

$$5,7 \cdot 0 = \square;$$

$$1,2 \cdot \square = 0,0144;$$

$$0,25 \cdot \square = 6,25;$$

$$0,3 \cdot 0,3 = \square;$$

$$14,3 \cdot \square = 0,00143;$$

$$1,32 \cdot \square = 1,7424.$$

10 Determină numărul de 100 de ori mai mic decât 1 423,45.

11 Transformă în fracții zecimale următoarele fracții: a) $\frac{29}{4}$; b) $\frac{18}{5}$; c) $\frac{13}{9}$; d) $\frac{10}{33}$; e) $\frac{13}{6}$; f) $\frac{5}{22}$.

12 a) Înmulțește numerele 6,5; 3,5 și 4,5, două câte două.

b) Adună rezultatele obținute la punctul precedent și compară suma găsită cu suma numerelor $6,5^2$, $3,5^2$ și $4,5^2$.

13 Careul de mai jos ar trebui să fie un careu *magic*, adică produsele pe linii, coloane și pe cele două diagonale să fie egale, dar s-a strecurat o eroare. Găsește-o și corectează-o.

20	0,02	5	12
2	30	2	0,2
0,6	1	0,4	100
1	40	5	0,1



14 Dacă un euro valorează 4,49 lei, câți lei trebuie să plătesc pentru 50 de euro?

15 Valoarea unui euro este 4,48 lei. Câți euro pot cumpăra cu 672 de lei?

16 Calculează media aritmetică a numerelor 4,23; 1,2 și 5,61.

Problemă rezolvată

● Calculează cât mai rapid folosind proprietățile înmulțirii:

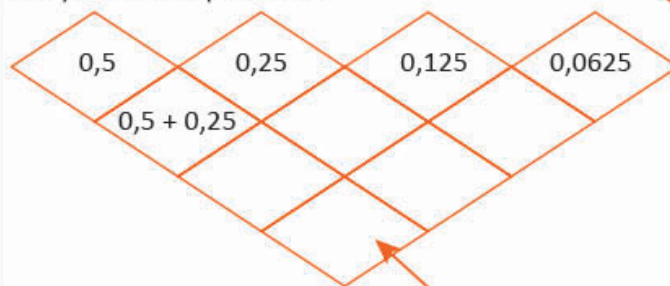
a) $0,25 \cdot 1,25 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 1,3$;

b) $1,6 \cdot 0,25 \cdot 0,4 \cdot 0,625 \cdot 10$.

Rezolvare: a) $0,25 \cdot 1,25 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 1,3 = (0,25 \cdot 4) \cdot (1,25 \cdot 8) \cdot 1,3 = 1 \cdot 10 \cdot 1,3 = 13$;

b) $1,6 \cdot 0,25 \cdot 0,4 \cdot 0,625 \cdot 10 = (1,6 \cdot 0,625) \cdot (0,25 \cdot 0,4) \cdot 10 = 1 \cdot 0,1 \cdot 10 = 1$.

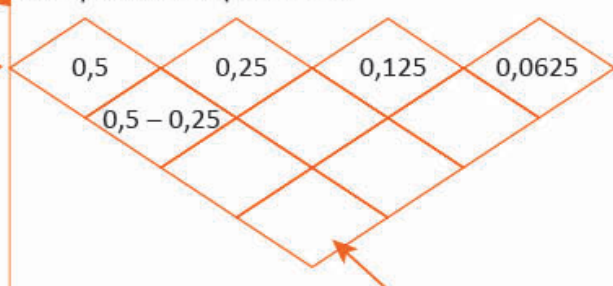
17 Completează după model:



ADUNĂRI

Aici trebuie să obții $\frac{3^3}{2^4}$

18 Completează după model:



SCĂDERI

Aici trebuie să obții $\frac{1}{2^4}$

Evaluare 

Timp de lucru: 50 de minute



10p	Din oficiu
5p	<p>1. Diagrama de mai jos prezintă, în procente, situația elevilor unei clase în funcție de media anuală.</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p>• Completează caseta cu numărul corespunzător. Numărul p este egal cu <input type="text"/>.</p>
5p	2.a. Citește enunțul și completează caseta: Numărul cu 17,2 mai mare decât 1,72 este egal cu <input type="text"/> .
5p	2.b. Citește enunțul și completează caseta: Numărul 21,5 este mai mare decât 2,15 cu <input type="text"/> .
5p	2.c. Citește enunțul și completează caseta: Numărul de o sută de ori mai mare decât 1,753 este egal cu <input type="text"/> .
5p	2.d. Citește enunțul și completează caseta: Numărul de o mie de ori mai mic decât 2 573,4 este egal cu <input type="text"/> .
5p	3.a. Citește enunțul și completează caseta: Scrierea ca fracție zecimală a lui $\frac{13}{11}$ este <input type="text"/> .
5p	3.b. Citește enunțul și completează caseta: Fracția zecimală 0,3(46) scrisă ca fracție ordinară este <input type="text"/> .
10p	4. Calculează: a) $1,5 \cdot 3,15 =$ b) $2,25 : 0,5 =$
5p	5. Calculează produsul dintre suma numerelor 4,5 și 0,45 și diferența numerelor 3,5 și 1,25.
10p	6. Luni cursul leu – euro a fost de 4,55 lei pentru un euro. Ana a cumpărat 130 de euro. Vineri cursul leu – euro a fost de 4,48 lei pentru un euro. Ana a vândut cei 130 de euro. Câți lei a pierdut Ana în urma celor două tranzacții?
10p	7. Un elev are la geografie următoarele note: 8, 7, 9, 10, 9. Ce medie va avea la geografie dacă aceasta este cel mai apropiat întreg de media aritmetică a notelor?
10p	8. Un kilogram de mere costă 4,25 lei, iar un kilogram de pere cu 1,30 lei mai mult. Radu cumpără 3 kg de mere și 4 kg de pere. Ce rest va primi la o bancnotă de 50 lei?
10p	9. Determină zecimala de pe locul 100 a fracției $\frac{19}{55}$.

Exersezi și progresezi!

1 Asociază fiecare exercițiu cu rezultatul corect.

$1,3 + 2,4$

$3,75$

$1,23 + 3,21$

$13,53$

$1,3 + 2,45$

$14,441$

$12,3 + 1,23$

$3,7$

$13,21 + 1,231$

$25,52$

$4,44$

2 Asociază fiecare exercițiu cu rezultatul corect.

$2,4 - 1,3$

$11,07$

$12,3 - 10,2$

$1,1$

$2,4 - 0,24$

$11,979$

$12,3 - 1,23$

0

$13,21 - 1,231$

$2,16$

$2,1$

3 Calculează:

a) $3,4 + 4,3$;

d) $12 + 1,2$;

b) $12,3 + 3,12$;

e) $1,34 + 13,4$;

c) $13,45 + 1,345$;

f) $14,3 + 143$.

4 Calculează:

a) $4,13 - 3,11$;

d) $9 - 8,23$;

b) $23,5 - 2,35$;

e) $12,34 - 10$;

c) $5 - 2,4$;

f) $134,2 - 13,42$.

5 Asociază fiecare calcul cu rezultatul corect:

$1,24 \cdot 10$

123

$12,3 \cdot 100$

$0,24$

$2,4 \cdot 0,1$

$0,123$

$12,3 \cdot 0,01$

$12,4$

$13,21 \cdot 1\ 000$

$13\ 210$

$1\ 230$

6 Calculează:

a) $23,45 \cdot 10$;

h) $0,23 \cdot 7$;

b) $23,45 \cdot 0,1$;

i) $8,7 \cdot 9$;

c) $12,354 \cdot 100$;

j) $53,3 \cdot 4,23$;

d) $12,354 \cdot 0,01$;

k) $3,2 \cdot 3,2$;

e) $2,3 \cdot 1,2$;

l) $1,4^2$;

f) $1,4 \cdot 3,2$;

m) $2,6^2$;

g) $1,23 \cdot 3,5$;

n) $1,1^3$.

7 Efectuează: a) $47,8 : 10$; b) $154,3 : 100$; c) $36,19 : 1\ 000$.

8 Calculează: a) $14,7 : 2$; b) $6,83 : 5$; c) $343,2 : 15$.

9 Care dintre următoarele propoziții sunt adevărate?

a) $36,6 : 6 = 6,1$;

c) $211,4 : 14 = 15,1$;

e) $524,25 : 12 = 262,125$;

b) $4,026 : 6 = 6,71$;

d) $8,588 : 19 = 4,52$;

f) $625,6 : 17 = 36,8$.

10 Pune virgule la rezultat, astfel încât să obții propoziții adevărate:

a) $27,8 : 10 = 278$;

b) $49,58 : 10^2 = 4\ 958$;

$93,23 : 10 = 9\ 323$;

$731,567 : 10^3 = 731\ 567$;

$978,15 : 100 = 97\ 815$;

$1\ 234,45 : 10^4 = 123\ 445$;

$5\ 276,23 : 1\ 000 = 527\ 623$;

$20\ 000,02 : 10^5 = 2\ 000\ 002$.

11 a) Determină numărul de 10 ori mai mic decât suma numerelor 751,31 și 0,72.

b) Determină numărul de 100 de ori mai mare decât diferența numerelor 2,5 și 1, 234.

12 Efectuează: a) $27,72 : 3,3$; b) $7,275 : 1,25$; c) $7,32 : 1,5$.

- 13 Transformă fracțiile ordinare următoare în fracții zecimale periodice simple: a) $\frac{7}{3}$; b) $\frac{121}{9}$; c) $\frac{13}{11}$.
- 14 Transformă fracțiile ordinare următoare în fracții zecimale periodice mixte: a) $\frac{17}{6}$; b) $\frac{37}{12}$; c) $\frac{187}{36}$.
- 15 Transformă fracțiile zecimale periodice simple în fracții ordinare: a) 0,(6); b) 2,(36); c) 5,(135).
- 16 Transformă fracțiile zecimale periodice mixte în fracții ordinare: a) 1,1(6); b) 2,708(3); c) 1,25(72).
- 17 Câți euro poți cumpăra cu 1 001 de lei dacă un euro valorează 4,55 lei?

- 18 În tabelul de mai jos sunt trecute notele obținute de elevii unei clase a V-a la un test de matematică.

Nota	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Număr de elevi	0	1	2	3	3	7	7	4	2	1

- Calculează media notelor obținute la acest test de elevii acelei clase.
- 19 Un elev are la istorie, în acest semestru, următoarele note: 6, 9 și 7. Care este cea mai mică notă pe care ar trebui să o obțină pentru ca media semestrială să fie 8? Media 7,50 se rotunjește la 8.
- 20 Determină cifrele nenule diferite a, b și c , știind că $\overline{a, \overline{bc}} + \overline{b, \overline{ca}} + \overline{c, \overline{ab}} = 7,77$.
- 21 Determină cifrele nenule diferite a, b și c pentru care $\overline{a, (\overline{bc})} + \overline{b, (\overline{ca})} + \overline{c, (\overline{ab})} = 10$.
- 22 Determină numărul natural n , pentru care $\frac{3n+2}{2}$ și $\frac{36}{2n+1}$ au aceeași parte întreagă.
- 23 Pune între numerele următoare unul din semnele + sau - astfel încât egalitatea să fie adevărată:
- a) $2 \square 3,5 \square 2,5 = 3$; c) $2,75 \square 1,5 \square 0,25 = 4$;
 b) $0,8 \square 0,5 \square 0,7 = 1$; d) $2,8 \square 1,8 \square 0,25 = 1,25$.

- 24 Extremitatea unei săgeți indică suma de pe linia sau de pe coloana corespunzătoare. Completează tablele de mai jos:

a)

0,9	6,5	2,5	1,9	
10,4	0	2,5	8	
3,1	6,5	5	10	
3,1	3,1	3,1	3,1	

Diagrama prezintă săgeți care indică sumele de pe linii și coloane. Săgețile de pe linii sunt orientate spre dreapta, iar cele de pe coloane spre stânga. Există un câmp gol pentru suma totală a tuturor elementelor din tabel.

b)

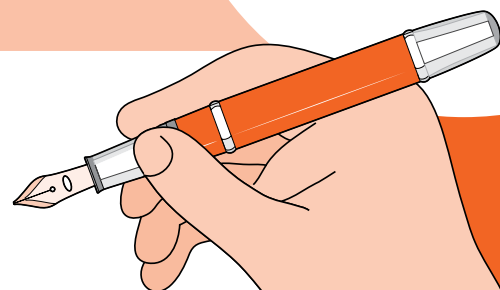
1,5	5,2	2	9,8	33,45
0,15		0,2	0,4	1
0,65	0,1		2,7	
2,5	2,5	2,5	2,5	

Diagrama prezintă săgeți care indică sumele de pe linii și coloane. Săgețile de pe linii sunt orientate spre dreapta, iar cele de pe coloane spre stânga. Există un câmp gol pentru suma totală a tuturor elementelor din tabel.

ALTE PROBLEME CU FRAȚII ZECIMALE

12

MATEMATICA LA EXAMEN



Vei identifica fracții ordinare sau zecimale în contexte variate:

- vei identifica numere raționale scrise sub diverse forme;
- vei identifica date statistice din diagrame, tabele sau grafice.

Vei efectua calcule cu fracții folosind proprietăți ale operațiilor aritmetice:

- vei efectua operații cu numere raționale exprimate sub formă de fracție zecimală și/sau ordinară.

Vei utiliza algoritmi pentru efectuarea operațiilor cu fracții ordinare sau zecimale:

- vei folosi modalități de scriere a numerelor raționale sub diverse forme și reguli de calcul cu numere raționale;
- vei aplica metodele aritmetice pentru rezolvarea unor probleme cu fracții;
- vei folosi date statistice din diagrame, tabele sau grafice.

Vei utiliza limbajul specific fracțiilor/procentelor în situații date:

- vei utiliza limbajului adecvat pentru exprimarea unor transformări monetare;
- vei utiliza limbajul matematic adecvat pentru rezolvarea unor probleme date.

Vei analiza situații date în care intervin fracții pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule:

- vei analiza scheme, modele sau algoritmi pentru rezolvarea unor probleme practice care implică utilizarea operațiilor cu fracții ordinare sau zecimale și ordinea efectuării operațiilor.

Vei reprezenta matematic, folosind fracții, o situație dată, în context intra și interdisciplinar (geografie, fizică, economie etc.):

- vei formula probleme cu fracții, pe baza unor scheme sau reguli date și le vei rezolva prin metode aritmetice (metoda reducerii la unitate, metoda comparației, metoda mersului invers etc.);
- vei reprezenta date statistice folosind softuri matematice;
- vei argumenta demersul de rezolvare a unei probleme pornind de la un set de informații cu caracter cotidian sau științific (fizic, economic etc.).

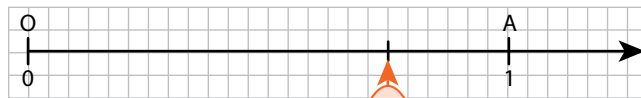
Număr rațional pozitiv. Ordinea efectuării operațiilor cu numere raționale pozitive

Observă și descoperă!

1 Ana reprezintă prin desen următoarele fracții:

Fracția	Reprezentarea prin desen
$\frac{3}{4}$	
$\frac{6}{8}$	
$\frac{9}{12}$	
$\frac{18}{24}$	

- Mihai reprezintă pe axa numerelor fracțiile $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{9}{12}$ și $\frac{18}{24}$, folosind reprezentările făcute de Ana.



2 Procedează la fel ca Ana și Mihai pentru a reprezenta fiecare dintre fracțiile: $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{8}{24}$.

3 Completează casetele pentru a obține afirmații adevărate:

- Fracțiile ordinare $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{9}{12}$ și $\frac{18}{24}$ sunt .
- Ele se reprezintă pe axa numerelor în punct.
- Fracțiile $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{9}{12}$ și $\frac{18}{24}$ se scriu ca fracție zecimală astfel .
- Fracțiile $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{8}{24}$ sunt .
- Ele se reprezintă pe axa numerelor în punct.
- Fracțiile ordinare $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{8}{24}$ se scriu ca fracție zecimală astfel .
- Fracțiile ordinare $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{6}{12}$ sunt .
- Ele se reprezintă pe axa numerelor în punct.
- Fracțiile $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{6}{12}$ se scriu ca fracție zecimală astfel .

Știați că...?

Examenul de bacalaureat a apărut ca urmare a unui decret educațional dat de Napoleon Bonaparte în anul 1801, în Franța. Bacalaureatul a fost adoptat apoi de România în anul 1925.

Important

- Frațiile ordinare echivalente între ele se vor reprezenta pe axa numerelor în același punct.
- Toate fracțiile ordinare care se reprezintă pe axa numerelor în același punct reprezintă un singur număr, care se numește număr rațional.
- Oricare dintre fracțiile ordinare echivalente este un reprezentant al numărului rațional.

Exemplu: $\frac{3}{4}, \frac{6}{8}, \frac{9}{12}$ sunt reprezentanți ai aceluiași număr rațional.

- De regulă, se folosește ca reprezentant al numărului rațional fracția ireductibilă.
- Numărul rațional are o scriere unică sub formă de fracție zecimală.

Exemplu: numărul rațional reprezentat de fracțiile $\frac{3}{4}, \frac{6}{8}, \frac{9}{12}$ este 0,75.

- Orice număr natural este un număr rațional.

Exemple: $5 = \frac{5}{1}$; $5 = 5,0$.

Exersează!

- 4 Scrie trei fracții ordinare, reprezentanți ai fiecărui număr rațional: a) $\frac{7}{3}$; b) $\frac{5}{7}$; c) $\frac{9}{5}$; d) $\frac{1}{5}$.
- 5 a) Stabilește dacă fracțiile $\frac{5}{3}$ și $\frac{20}{12}$ reprezintă același număr rațional.
b) Stabilește dacă fracțiile $\frac{5}{2}$ și $\frac{10}{6}$ reprezintă același număr rațional.
- 6 Determină numerele naturale nenule x , astfel încât fracțiile următoare să fie reprezentanți ai numărului rațional $\frac{5}{6}$: a) $\frac{x}{30}$; b) $\frac{15}{x}$; c) $\frac{9x}{108}$; d) $\frac{3x+2}{24}$.
- 7 Scrie numărul natural 4 sub formă de fracție ordinară cu numitorul egal cu: a) 4; b) 5; c) 6; d) 25.
- 8 Alege dintre fracțiile de mai jos pe cele care reprezintă numere naturale: a) $\frac{15}{5}$; b) $\frac{20}{6}$; c) $\frac{132}{11}$; d) $\frac{148}{12}$; e) $\frac{230}{46}$.

Problemă rezolvată

- Determină numărul natural x astfel încât fracția $\frac{8}{x+1}$ să reprezinte un număr natural.

Rezolvare: Numărul $\frac{8}{x+1}$ este număr natural atunci când $x+1$ este divizor al lui 8, adică $x+1$ este egal, pe rând, cu 1, 2, 4 sau 8. Pentru x obținem valorile 0, 1, 3 și 7.

- 9 Determină numărul natural nenul n pentru care fiecare dintre fracțiile următoare este reprezentant al unui număr natural: a) $\frac{3}{n}$; b) $\frac{n}{7}, n \leq 40$; c) $\frac{6}{n+1}$; d) $\frac{7}{2n+1}$; e) $\frac{11}{2n-1}$.
- 10 Determină numărul natural n pentru care următoarele două fracții reprezintă același număr rațional:
a) $\frac{n+2}{10}$ și $\frac{1}{2}$; b) $\frac{35}{n+4}$ și $\frac{5}{4}$; c) $\frac{n}{8}$ și $\frac{2}{n}$; d) $\frac{n}{5 \cdot 3^{10}}$ și $\frac{2^{10}}{3^{10}}$.

- 11 Determină numerele naturale x și y știind că fracțiile $\frac{x}{3}$ și $\frac{y}{6}$ reprezintă același număr rațional și că $x + y = 36$.
- 12 Dacă a și b sunt numere naturale, iar fracția $\frac{2b+a}{b+2a}$ este un reprezentant al numărului rațional $\frac{2}{3}$, atunci arată că a este de patru ori mai mare decât b .

Observă și descoperă!

- 13 Observă calculele efectuate de fiecare copil. Care dintre cei trei copii consideri că a procedat corect? Justifică răspunsul tău!

Radu: $2,45 + 1,7 = 2,45 + \frac{1,7}{1} = 4,15$

Ana: $2,45 + 1,77 = 4,22$

Mihai: $2,45 + 1,7 = 2\frac{45}{100} + 1\frac{7}{9} = 2\frac{9}{20} + 1\frac{7}{9} = \frac{9 \cdot 9}{20 \cdot 9} + \frac{20 \cdot 16}{9 \cdot 20} = \frac{441 + 320}{180} = \frac{761}{180}$

Important

- Operațiile cu numere raționale se efectuează după următoarele reguli:
 - Dacă toate numerele raționale sunt reprezentate de fracții zecimale finite le putem păstra în această formă.
 - Dacă o parte dintre numerele raționale sunt reprezentate de fracții zecimale periodice, atunci toți reprezentanții numerelor raționale se transformă în fracții ordinare.
- Pentru operațiile cu numere raționale toate proprietățile adunării și înmulțirii rămân adevărate.

Ayunarea numerelor raționale este comutativă . $x + y = y + x$, oricare ar fi numerele raționale x și y .	Înmulțirea numerelor raționale este comutativă . $x \cdot y = y \cdot x$, oricare ar fi numerele raționale x și y .
Ayunarea numerelor raționale este asociativă . $(x + y) + z = x + (y + z)$, oricare ar fi numerele raționale x, y și z .	Înmulțirea numerelor raționale este asociativă . $(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$, oricare ar fi numerele raționale x, y și z .
Ayunarea numerelor raționale are element neutru . Acesta este 0 . $x + 0 = 0 + x = x$, oricare ar fi numărul rațional x .	Înmulțirea numerelor raționale are element neutru . Acesta este 1 . $x \cdot 1 = 1 \cdot x = x$, oricare ar fi numărul rațional x .
	Orice număr rațional diferit de 0 are un invers. Inversul numărului $\frac{a}{b}$ este numărul $\frac{b}{a}$.

Înmulțirea numerelor raționale este distributivă față de adunarea și scăderea numerelor raționale.

$$x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z \quad x \cdot (y - z) = x \cdot y - x \cdot z$$

- Ordinea efectuării operațiilor este aceeași ca și la numere naturale: întâi operațiile de ordinul al treilea (ridicarea la putere), apoi operațiile de ordinul al doilea (înmulțirea și împărțirea), la final operațiile de ordinul întâi (adunarea și scăderea).
- Operațiile de același ordin se efectuează în ordinea în care sunt scrise, de la stânga spre dreapta.
- Efectuarea operațiilor din paranteze se face în același fel ca la numere naturale: întâi operațiile din parantezele rotunde, apoi operațiile din parantezele pătrate și în final operațiile din acolade.

Exersează!

14 Calculează:

a) $11,24 + 3,25 \cdot 1,8$;

c) $59 + 6,71 \cdot (15 - 2, 45)$;

e) $10 : (12,4 - 12,3) - 28,376$;

b) $402,35 + 222,74 : 0,4$;

d) $30 + (26,2 - 0,16) : 1,23$;

f) $(3,5 : 0,5 + 1,2) \cdot 2 - 1$.

15 Calculează:

a) $(12,1 + 2,83 : 0,2) : 0,5 + 12,75$;

b) $0,4 \cdot (3,5 \cdot 0,2 + 11,8) + 41$;

c) $72,8 : (2,9 \cdot 1,3 - 2,17) - 32,45$.

16 Calculează:

a) $0,4^2 + 0,9^2 - 0,5^2$;

b) $0,1^2 + 0,3^2 + 3 \cdot 3,14$;

c) $(0,5 + 0,1^3) : 0,3 + 2,1 \cdot 0,4$;

d) $3,6 : 0,9 - (0,1 - 0,1)^2$.

17 Calculează:

a) $1,1(8) + 1,2$;

c) $3,5 \cdot 2,4 + 7,34 \cdot 10$;

b) $4,76 : 3,2 - 1,48120 + 14812 : 10^4$;

d) $0,5 + 0,(3) + 0,5 \cdot 0,(3)$.

18 Calculează:

$$E = 1 \frac{1}{9} \cdot \left\{ 2 \frac{1}{2} \cdot \left[\left(0,645 : 0,3 - 1 \frac{3}{20} \right) \cdot \left(4 : 6,25 - 1 : 5 + \frac{1}{7} \cdot 196 \right) \right] : \left(1 - 2 \frac{1}{5} : 7 \right) \right\}.$$

19 Calculează:

a) $4,5 + 2 \cdot (3,6 - 0,16 : 0,1)$;

b) $0,2 \cdot [3,4 - 0,13 : (2,9 - 1,6)]$;

c) $(0,3^2 + 0,2^3) : 0,01 + 4,5 : 0,3$;

d) $(5,2^2 - 3,8^2) : (5,2 - 3,8)$;

e) $(43,5 + 43,5) \cdot 100 - 43,5 \cdot 0,5$;

f) $\left(\frac{3}{2} + \frac{4}{5} - \frac{1}{10} \right) : 4 + 0,5 : 0,25$;

g) $\left(2 - \frac{5}{4} \right)^2 : \frac{3}{4} - 0,5 - \frac{1}{4}$;

h) $(0,4^2 + 0,(1)) \cdot 1,8$.

20 Compară numerele A și B unde:

$$A = [(1,44 : 2,4 + 0,5^2 - 0,3 \cdot 0,8) : 6,1] \cdot 1\,000 - 9,1^2 \text{ și } B = [1,2^2 - 0,72 + (1,2 - 0,7)^2 \cdot (15 : 3)]^3.$$

21 Ordonează crescător numerele a, b, c , știind că:

$$a = [3,6 - 2,9 : (3,1 + 5,4 : 2)] \cdot 2,7;$$

$$b = 0,7 \cdot [(3,4 - 1,3)2 : 3,5 + 0,7 \cdot 8] - 0,008 : 2;$$

$$c = \{9 \cdot [0,5 + 0,2 \cdot (3,5 + 6 : 4)] + 8\} \cdot 6.$$

22 Calculează:

a) $[(3,4 - 1,3)^2 : 3,5 + 0,7 \cdot 2^3] \cdot 0,7 \cdot 0,2^3 : 2$;

b) $7 \cdot \{8 + 9 \cdot [0,5 + 0,2 \cdot (3,5 + 6 : 4)]\}$.

23 Calculează:

a) $\left(\frac{17}{100} + 2,33 \right) : 5$;

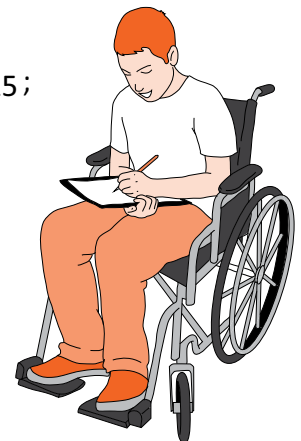
b) $\left(\frac{15}{100} + 0,8 \cdot 0,7 \right) : 7,1$;

c) $\left(\frac{3}{100} : 0,01 - 2 \right)^{100} : 0,25$;

d) $\left(0,3 - \frac{9}{100} \right)^2 \cdot 2 + \left(\frac{7}{8} + 1,13 \right)^0 \cdot 3$.

24 Calculează:

$$\frac{17}{15} : \left\{ 3,25 : 26 \cdot 1,(3) + 5 : 2,(7) - \left[3,3(7) : 10,1(3) - \frac{1}{3} \right] \right\} =$$



Metode aritmetice pentru rezolvarea problemelor cu fracții în care intervin și unități de măsură pentru lungime, arie, volum, capacitate, masă, timp și unități monetare

Observă și descoperă!

1 Suma a două numere este 17,28, iar unul dintre ele este de 8 ori mai mare decât celălalt. Determină numerele.
Rezolvare:

- Folosim metoda figurativă:



- Determinăm numărul mic, împărțind suma lor la 9, astfel $17,28 : 9 = 1,92$.
- Numărul mic este 1,92, iar numărul mare este egal cu $17,28 - 1,92 = 15,36$.

2 Răzvan a cumpărat 7 caiete și două creioane pentru care a plătit 26,25 lei. Maria a cumpărat din același magazin ca și Răzvan, 3 caiete și 4 creioane de același tip și a plătit 16,75 lei. Cât costă un caiet și cât costă un creion?

- Rezolvare:

Folosim metoda comparației

7 caiete2 creioane26,25 lei

3 caiete4 creioane16,75 lei

Atunci $7 \cdot 2$ caiete $2 \cdot 2$ creioane $2 \cdot 26,25$ lei

Adică 14 caiete4 creioane52,50 lei

Și cum 3 caiete4 creioane16,75 lei

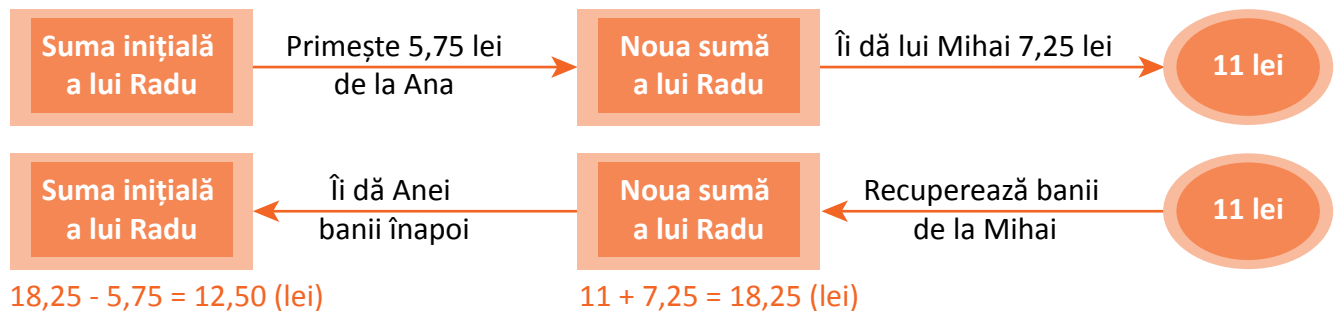
Deducem că 11 caiete costă $52,50 - 16,75 = 35,75$ (lei)

Atunci un caiet costă $35,75 : 11 = 3,25$ (lei)

În continuare calculăm că 2 creioane costă $(26,25 - 7 \cdot 3,25) = 3,50$ (lei)

Deci un creion costă $3,50 : 2 = 1,75$ (lei)

3 Radu primește de la Ana 5,75 lei, apoi îi dă lui Mihai 7,25 lei. Câți lei a avut Radu, dacă a rămas cu 11 lei?



4 Din banii pe care-i are pentru diverse cumpărături, Maria plătește 15,75 lei pentru 5 kg de mere. Cât ar fi plătit Maria pentru 8 kg de mere?

- Rezolvare:

Folosim metoda reducerii la unitate.

Determinăm cât costă 1 kg de mere:

$15,75 : 5 = 3,15$ (lei)

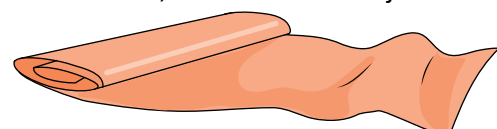
Deci 1 kg de mere costă 3,15 lei.

Determinăm cât costă 8 kg de mere:

$8 \cdot 3,15 = 25,20$ (lei)

Exersează!

- 5 Diferența a două numere este 23,16. Determină cele două numere, știind că unul din ele este:
a) de 7 ori mai mare decât celălalt;
b) cu 1,8 mai mare decât triplul celuilalt.
- 6 5 kg de struguri și 7 kg de pere costă 83,20 lei. Cât costă 1 kg de struguri și cât costă 1 kg de pere, dacă pentru 10 kg de struguri și 12 kg de pere se plătește 153,70 de lei?
- 7 Ca să poată cumpăra 5 caiete a 2,35 lei caietul, lui Petre i-ar mai trebui 2,25 lei. Câți lei are Petre?
- 8 Suma dintre dublul unui număr și sfertul său este 28,35. Determină numărul.
Indicație: Ca să putem reprezenta grafic sfertul numărului printr-un segment, reprezentăm numărul prin 4 segmente de aceeași lungime, iar dublul său prin 8 segmente.
- 9 Diferența dintre jumătatea unui număr și cincimea sa este 3,6. Determină numărul.
Indicație: Reprezentăm numărul prin 10 segmente, jumătatea sa prin 5 segmente și cincimea sa prin 2 segmente.
- 10 Determină un număr, știind că diferența dintre jumătatea și sfertul său este cu 10 mai mare decât diferența dintre pătrimea și optimea sa.
Indicație: Figurăm numărul prin 8 segmente.
- 11 Suma a două numere este 3,72. Determină cele două numere, știind că unul dintre ele este cu 0,6 mai mare decât $\frac{1}{3}$ din celălalt.
- 12 Suma a trei numere este 101,2. Determină numerele, știind că al doilea este cu 0,4 mai mare decât jumătate din primul și că al treilea este triplul primului număr.
- 13 Cinci metri de stofă costă 181 de lei. Cât costă 3,45 m de stofă?
- 14 Trei kilograme de piersici și patru kilograme de caise costă 36,50 de lei, iar șase kilograme de piersici și șapte kilograme de caise costă 67,25 de lei. Cât costă un kilogram de piersici? Dar unul de caise?
- 15 Un dreptunghi are perimetrul de 54,36 m. Determină aria dreptunghiului, știind că are lungimea de 8 ori mai mare decât lățimea.
- 16 Pentru a confecționa 4 bluze și 3 rochii un croitor are nevoie de 20,75 m de pânză, iar pentru a confecționa 3 bluze și 2 rochii, de același fel, are nevoie de 14,25 m de pânză. Câți metri de pânză îi trebuie croitorului pentru o bluză și câți metri îi trebuie pentru o rochie?
- 17 Lățimea unui dreptunghi reprezintă jumătate din lungimea dreptunghiului. Dacă mărim atât lungimea cât și lățimea dreptunghiului cu 1 cm, aria dreptunghiului se mărește cu 16,75 cm². Determină lungimea și lățimea dreptunghiului inițial.
- 18 Un bazin de înot are forma unui paralelipiped dreptunghic cu lungimea de trei ori mai mare decât lățimea și înălțimea egală cu un sfert din lățime. Determină dimensiunile bazinului, știind că pentru a se umple sunt necesari 6 000 kl de apă.
- 19 Într-o lună, trei duminici sunt zile pare. Ce zi a săptămânii este ziua de 20 a acelei luni?
- 20 Când la București este ora 12 și 30 de minute, la Tokyo este ora 19 și 30 de minute. Ce oră este la București, când la Tokyo este ora 16 și 15 minute?



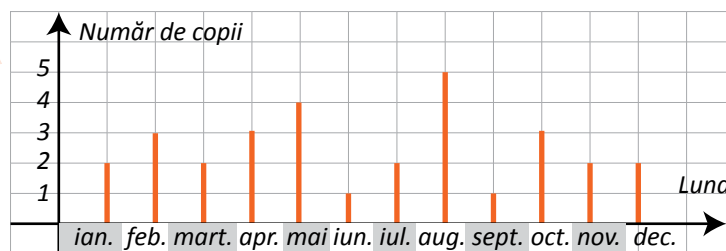
Probleme de organizare a datelor. Frecvența. Date statistice organizate în tabele, grafice cu bare și/sau cu linii. Media unui set de date statistice

Observă și descoperă!

- 1 Ana, Mihai și Radu au aflat informații cu privire la luna în care au fost născuți colegii lor de clasă. După un timp cei doi au prezentat următoarele materiale:

Întrebând pe fiecare coleg în parte am descoperit că în clasa noastră, în lunile ianuarie, martie, iulie, noiembrie și decembrie s-au născut câte 2 copii, în februarie, aprilie și octombrie câte 3 copii, iar în luna mai 4 copii. Cei mai mulți copii, adică 5 sunt născuți în august, iar cei mai puțini, câte unul în iunie și septembrie.

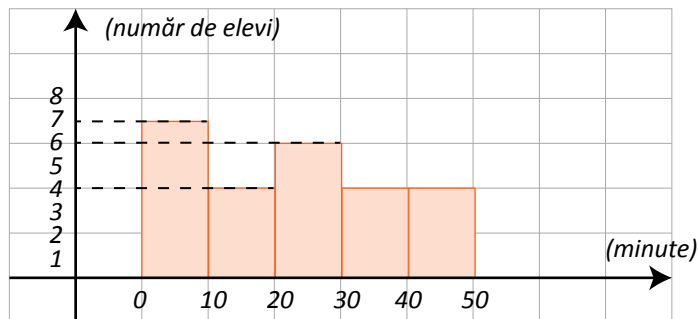
Luna	ianuarie	februarie	martie	aprilie	mai	iunie	iulie	august	septembrie	octombrie	noiembrie	decembrie
Număr de copii	2	3	2	3	4	1	2	5	1	3	2	2



- Care dintre cele trei moduri de prezentare este mai ușor de urmărit?
- Realizați această cercetare la nivelul clasei voastre.

- 2 Radu a trebuit să prezinte o informare cu privire la timpul necesar fiecăruia dintre colegii săi pentru a ajunge de acasă la școală. Răspunsurile colegilor au fost: 5 minute, 8 minute, 6 minute, 13 minute, 24 de minute, 15 minute, 10 minute, 27 de minute, 7 minute, 14 minute, 35 de minute, 40 de minute, 38 de minute, 4 minute, 22 de minute, 21 de minute, 28 de minute, 32 de minute, 9 minute, 45 de minute, 43 de minute, 26 de minute, 42 de minute, 11 minute, 42 de minute.

- Pentru prezentare, Radu a ales modalitatea de mai jos:



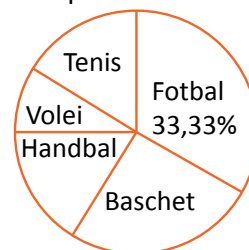
- A numărat pe grupe: până la 10 minute inclusiv, de la mai mult de 10 minute până la 20 de minute inclusiv și așa mai departe.

- 3 Ana a avut de prezentat o situație privind sporturile preferate de către colegii săi. Fiecare copil trebuia să numească un singur sport. Astfel a aflat că 8 colegi iubesc fotbalul, 6 colegi iubesc baschetul, 4 preferă handbalul, 2 iubesc voleiul, iar 4 iubesc tenisul.

- Pentru prezentarea rezultatului Ana a ales următoarea modalitate:

Pentru a afla procentul de pasionați de fotbal, Ana a împărțit numărul iubitorilor de fotbal la numărul total de elevi, apoi a înmulțit cu 100, aproximând prin lipsă rezultatul la sutimi. Acest rezultat îl numim **frecvență**.

- Procedeează la fel ca Ana pentru a determina frecvența pentru celelalte sporturi.
- Calculează suma procentelor obținute. Ce observi?

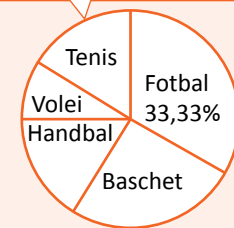




Important

- Pentru prezentarea unui fenomen sau a unei tendințe, trebuie să facem o cercetare și apoi să prezentăm rezultatele.
- Cercetarea se face pe baza unor întrebări clare și precise.
- Prezentarea rezultatelor se poate face în mai multe forme:

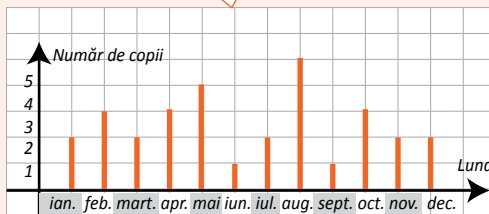
Diagrame circulare, atunci când rezultatele se prezintă sub formă de procente.



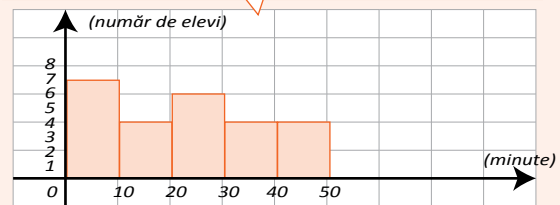
Tabele

Luna	ianuarie	februarie	martie	aprilie	mai	iunie	iulie	august	septembrie	octombrie	noiembrie	decembrie
Număr de copii	2	3	2	3	4	1	2	5	1	3	2	2

Diagrame cu bare



Histograme, atunci când rezultatele se prezintă pe intervale de tipul de la ... până la.



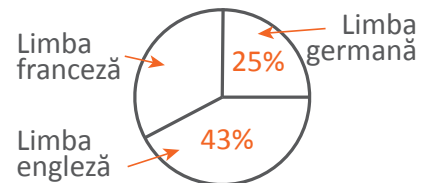
- Realizarea diagramelor sau a histogramelor se poate face și cu ajutorul calculatorului, folosind programe de calcul tabelar.

Exersează!

- 4 Într-o școală sunt 600 de elevi de gimnaziu. Repartizarea elevilor după prima limbă străină pe care o studiază este reprezentată printr-o diagramă circulară.

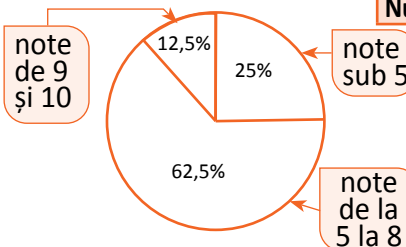
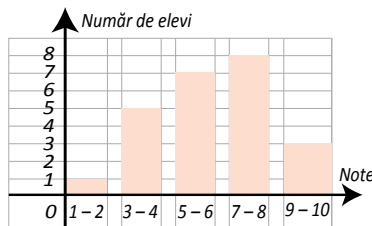
a) Câți elevi studiază limba germană?

b) Dar limba franceză?

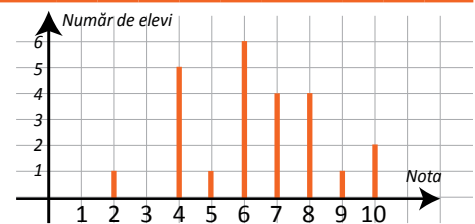


Problemă rezolvată

- Observă cum se pot reprezenta aceleași date în cele patru forme:



Note	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Număr elevi	0	1	0	5	1	6	4	4	1	2



- 5 Într-o școală sunt 50 elevi de clasa a V-a care au susținut lucrarea scrisă la matematică. Rezultatele obținute sunt înscrise în tabelul următor.

Note	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Număr elevi	–	1	–	3	7	8	12	10	13	6
Frecvența (%)	0	1,6	0	5	11,7	13,3	20	16,7	21,6	10

- a) Realizează, folosind varianta digitală a manualului școlar, o diagramă cu bare, care să ilustreze aceste date;

- b) Realizează, folosind varianta digitală a manualului școlar, o diagramă circulară, care să ilustreze aceste date.

INVESTIGAȚIE

– Elevii din școala noastră utilizează eficient Internetul?

Ce investigație veți face?

Veți investiga dacă elevii din școală utilizează internetul pentru un scop util/benefic pentru dezvoltarea lor.

De ce veți investiga? Care este problema?

Veți investiga dacă utilizarea internetului se face într-o manieră creativă, utilă, fără excese. Sunt elevii preocupați de utilitatea activităților în care folosesc Internetul, pentru dezvoltarea lor?

Cum veți face investigația?

1. **Organizați-vă în echipe** și stabiliți etapele pe care le aveți de parcurs.
2. Propuneți un chestionar tipărit sau online cu întrebări potrivite problemei investigate.
3. Distribuți chestionarul elevilor și colectați răspunsurile.
4. Organizați informațiile adunate într-un tabel, o diagramă sau o histogramă, folosind programe de calcul tabelar.
5. Interpretați rezultatele și notați concluziile investigației voastre.

Cum veți ști că ați reușit să realizați investigația?

Veți prezenta colegilor din celelalte grupuri etapele pe care le-ați parcurs și concluzia investigației voastre.

Colegii din celelalte grupuri vor face aprecieri.

SUGESTIE

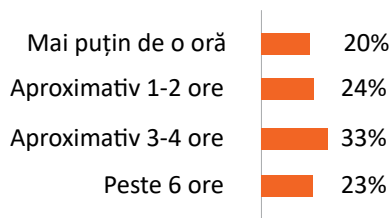
Iată informațiile notate de o grupa din clasa a V-a

Etape parcurse:

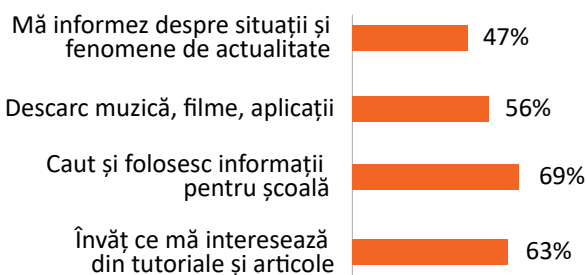
- Am stabilit întrebările din chestionar.
- Am rugat elevii să răspundă la chestionar.
- Am organizat informațiile primite.
- Am observat cât timp și în ce scop utilizează colegii din școală internetul și dispozitivele mobile.

Organizarea datelor colectate:

Câte ore utilizezi într-o zi telefonul mobil?



Ce obișnuiești să faci atunci când folosești telefonul?



Concluzii:

- 33% dintre colegi au afirmat că, într-o zi obișnuită de școală, petrec peste 3-4 ore pe dispozitivele mobile
- 69% dintre colegi caută și folosesc informații pentru școală

Autoevaluare

- Am formulat întrebări potrivite?
- Am contribuit la organizarea datelor?
- Am formulat concluzii corecte?
- Am colaborat în cadrul grupului?
- Prezentarea a fost apreciată de colegi?

Recapitulare

1 Se consideră numerele raționale: $\frac{2}{5}; \frac{0}{4}; \frac{6}{20}; \frac{1}{8}; \frac{2}{16}; \frac{3}{15}; \frac{4}{10}; \frac{2}{7}; \frac{3}{24}; \frac{0}{5}; \frac{2}{16}$.

- Câte numere raționale distincte sunt scrise?

2 Determină numărul natural nenul x , știind că fiecare fracție este un reprezentant al numărului rațional $\frac{5}{6}$:

a) $\frac{x}{12}$; b) $\frac{35}{x}$; c) $\frac{5x}{18}$; d) $\frac{x-2}{30}$; e) $\frac{75}{x+4}$.

3 Determină numerele naturale nenule x și y , astfel încât fracțiile următoare să fie reprezentanți ai aceluiași număr rațional:

a) $\frac{3}{5}; \frac{x}{35}; \frac{30}{y}$; b) $\frac{13}{14}; \frac{65}{x}; \frac{y}{56}$; c) $\frac{85}{x}; \frac{34}{26}; \frac{y}{78}$.

4 Scrie un număr rațional cuprins între $\frac{1}{3}$ și $0,4$.

5 Completează cu încă patru termeni enumerarea:

a) $0 = \frac{0}{1} = \frac{0}{2} = \square = \square = \square = \square$; b) $2 = \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \square = \square = \square = \square$; c) $1 = \frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \square = \square = \square = \square$.

6 Calculează:

a) $0,5 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} - 0,25\right)$; b) $0,75 - 0,75 \cdot \left(\frac{19}{10} - 1,5\right)$; c) $\left(\frac{1}{3} + 0,25\right) \left(1 + \frac{5}{7}\right)$; d) $\frac{2}{5} \cdot \left(0,5 + 0,5 \cdot \frac{1}{3}\right)$.

7 Calculează:

a) $3,75 + \left(0,5 - \frac{1}{5} + 0,35\right) \cdot 10$; b) $\frac{1}{2} + 0,75 + \left(0,1 + \frac{1}{2} - 0,5 + 0,9\right) : 10$;
c) $\left(0,2 + \frac{1}{2} + 0,02 \cdot 10\right) : \left[\left(0,35 + \frac{8}{20}\right) \cdot 10 - 65 : 10\right]$.

8 Calculează:

a) $\frac{3}{4} + 2, (3) + 2, 1(3) : 0,12 - 3, (3) : \frac{5}{3} - \frac{113}{6}$; b) $\left\{ \left[0, (3) + \frac{3}{11} + 1, (23) \right] : \left(45 : 0,09 + 2 \frac{2}{3} \right) \right\} \cdot 1914$.

9 Cu 519,80 de lei Ana a cumpărat 115 euro. Care a fost cursul valutar în momentul tranzacției?

10 În imaginea alăturată este prezentat cursul oficial BNR în ziua de 19.05.2017. Ana a cumpărat 120 de euro, Mihai a cumpărat 150 de dolari americani, Mara a cumpărat 135 de franci elvețieni, iar Radu a cumpărat 110 lire sterline.

- a) Care dintre cei patru copii a plătit cel mai mult?
b) Câți lei au plătit, împreună cei patru copii?

1 EUR → 4,56 RON

1 USD → 4,08 RON

1 CHF → 4,18 RON

1 GBP → 5,31 RON

EUR - euro

USD - dolar american

CHF - franc elvețian

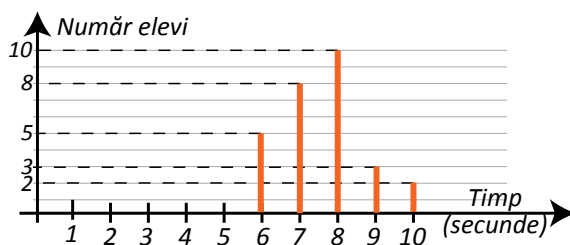
GBP - liră sterlină

11 Raza Lunii este $0, (27)$ din raza Pământului, iar raza Soarelui este de 100 de ori mai mare decât cea a Pământului. De câți ori este mai mare raza Soarelui decât raza Lunii?



- 12 Un tren parcurge 50 km în $1\frac{1}{5}$ h, iar altul parcurge 60 km în $1,3$ h.
Care dintre trenuri a parcurs o distanță mai mare într-o oră și de câte ori?
- 13 Un dreptunghi are aria de $18,2004 \text{ m}^2$ și lungimea de $5,23 \text{ m}$. Calculează perimetrul dreptunghiului.
- 14 Un autoturism consumă $21,6$ litri de benzină pentru a parcurge 300 km . Cât consumă autoturismul pentru a parcurge: a) 100 km ; b) 425 km ; c) $57,75 \text{ km}$?
- 15 Dintr-un pătrat cu latura de 1 m se decupează dreptunghiuri cu lungimea de $0,20 \text{ m}$ și lățimea de $0,125 \text{ m}$. Care este numărul maxim de dreptunghiuri care se pot obține?
- 16 Media aritmetică a numerelor a, b, c și d este $2,5$, iar media aritmetică a numerelor b, c și d este $3,2$. Determină numărul a .
- 17 Pentru un stilou, un penar și o carte Mihai a plătit $45,95$ de lei. Penarul este cu $4,45$ lei mai ieftin decât stiloul, iar prețul cărții este de trei ori mai mare decât prețul penarului. Determină prețul fiecărui produs.
- 18 Cinci penare și trei caiete costă $48,85$ de lei, iar două penare și trei caiete, de același fel, costă $23,95$ de lei. Cât costă un penar și cât costă un caiet?
- 19 Patru kilograme de mere și trei kilograme de căpșune costă 32 de lei. Două kilograme de mere și 5 kilograme de căpșune costă $38,40$ de lei. Cât costă un kilogram de mere și cât costă un kilogram de căpșune?
- 20 Pentru 6 m de pânză și 15 m de stofă s-au plătit $550,50$ de lei, iar pentru 7 m de pânză și 10 m de stofă s-au plătit $425,50$ de lei.
a) Cât costă un metru de pânză? b) Cât costă un metru de stofă?
- 21 Ana, Dan și Mara au avut împreună $525,60$ de lei. Dacă fiecare cheltuiește aceeași sumă de bani, Ana rămâne cu $24,30$ lei, Dan rămâne cu $61,20$ lei și Mara rămâne cu $152,40$ lei. Determină câți lei a avut fiecare.
- 22 Barbu are o sumă de bani de două ori mai mare decât suma pe care o are Ana. Carmen are cu $56,20$ lei mai puțin decât Barbu, iar Dinu are o sumă de bani de treizeci și șapte de ori mai mică decât Carmen. Ce sumă de bani are fiecare, dacă Dinu are $12,40$ lei?
- 23 Determină numărul x din relația următoare: $[(x \cdot 4 + 6) : 0,6 + 10] : 10 + 3 = 11,3$.
- 24 Dintr-un depozit de grâu s-a livrat în prima săptămână $\frac{1}{3}$ din cantitatea de grâu existentă. În a doua săptămână $\frac{1}{2}$ din cantitatea rămasă, iar în a treia săptămână $\frac{1}{4}$ din ceea ce a mai rămas. Ce cantitate de grâu a fost inițial în depozit, dacă după a treia săptămână, în depozit au rămas $4,5$ tone de grâu?

- 25 La un concurs de alergare pe distanța de 40 de metri sunt înregistrate următoarele rezultate reprezentate printr-o diagramă cu bare.

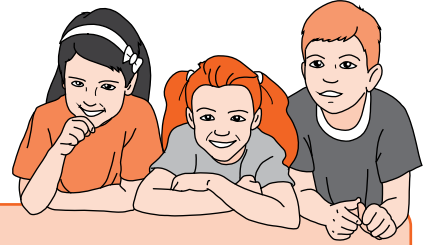


Copiază și completează tabelul.

Timp	6	7	8	9	10
Număr elevi					

Evaluare

Timp de lucru: 50 de minute



10p	Din oficiu												
10p	<p>1. În tabelul de mai jos este prezentată repartiția elevilor dintr-o școală în urma rezultatelor obținute la un concurs.</p> <table border="1" style="margin-left: 40px;"> <thead> <tr> <th>Note</th> <th>Mai mici decât 5</th> <th>5 și 6,99</th> <th>7 și 8,99</th> <th>9 și 9,99</th> <th>10</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>Număr elevi</th> <td>7</td> <td>17</td> <td>23</td> <td>14</td> <td>8</td> </tr> </tbody> </table> <p>Completează în casetă numărul corespunzător. Conform tabelului, numărul elevilor care au obținut note mai mari sau egale cu 7 este <input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/>.</p>	Note	Mai mici decât 5	5 și 6,99	7 și 8,99	9 și 9,99	10	Număr elevi	7	17	23	14	8
Note	Mai mici decât 5	5 și 6,99	7 și 8,99	9 și 9,99	10								
Număr elevi	7	17	23	14	8								
10p	<p>2. În diagrama de mai jos este prezentată repartiția voturilor exprimate de elevii unei clase la alegerea reprezentantului în Consiliul elevilor.</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p>Completează spațiul punctat cu numărul corespunzător. Conform diagramei, cele mai multe voturi au fost obținute de</p>												
10p	<p>3. Calculează: $\left[1,2 + 1, (3) \cdot \frac{3}{20} \right] : 0,14 \cdot 2$</p>												
10p	<p>4. Radu are cu 27,50 lei mai puțin decât are Ana. Ce sumă de bani are Radu, dacă cei doi au, împreună, 100 de lei?</p>												
10p	<p>5. Un biciclist are de parcurs un drum în trei zile. În prima zi parcurge $\frac{1}{4}$ din drum, în a doua zi $\frac{1}{2}$ din rest și în a treia zi restul de 18 km. Câți km are drumul?</p>												
10p	<p>6. O carte costă de 3 ori mai mult decât un caiet, iar o carte și un caiet, împreună, costă 27,60 lei. Cât costă cartea și cât costă caietul?</p>												
10p	<p>7. Mara a cumpărat 120 de euro plătiind 542,40 lei. Care a fost cursul valutar în momentul tranzacției?</p>												
10p	<p>8. Mihai merge cu 1 000 de lei la o bancă pentru a cumpăra euro. La bancă este afișat un curs de 4,48 lei pentru un euro. Poate cumpăra Mihai 250 de euro? Justifică răspunsul.</p>												
10p	<p>9. Scrie două numere raționale cuprinse între $\frac{1}{3}$ și $\frac{1}{2}$.</p>												

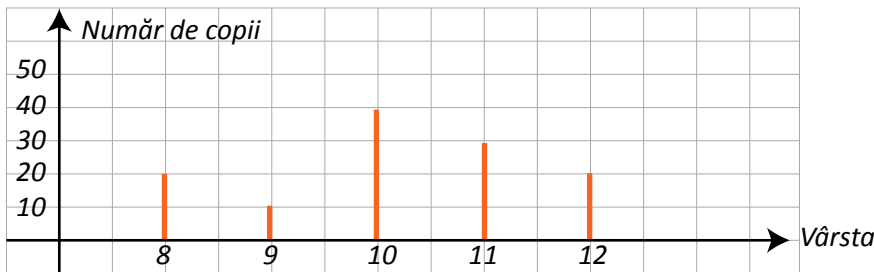
Exersezi și progresezi!

1 În tabelul de mai jos este prezentat cursul euro – leu pe parcursul unei săptămâni.

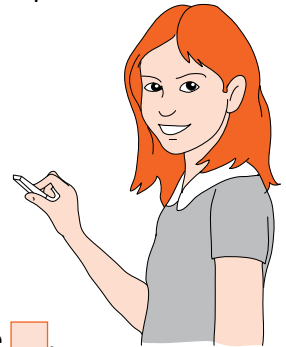
Ziua	luni	marți	miercuri	joi	vineri	sâmbătă	duminică
Valoarea în lei pentru 1 euro	4,45	4,47	4,58	4,52	4,55	4,55	4,55

• Conform tabelului, valoarea unui euro în ziua de marți a fost de lei.

2 În diagrama de mai jos este prezentată repartiția după vârstă a copiilor dintr-un club sportiv.



• Conform diagramei, numărul copiilor cu vârsta mai mare sau egală cu 10 ani este .

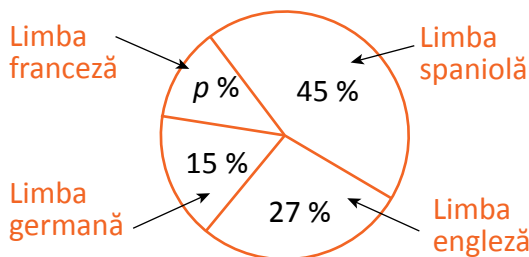


3 În tabelul de mai jos sunt prezentate temperaturile măsurate la o stație meteorologică, la aceeași oră, în fiecare zi a unei săptămâni din luna iunie.

Ziua	luni	marți	miercuri	joi	vineri	sâmbătă	duminică
Temperatura (°C)	18	20	22	26	23	20	20

• Conform tabelului, diferența de temperatură dintre ziua de joi și ziua de luni a fost de °C.

4 În diagrama de mai jos sunt prezentate opțiunile elevilor de clasa a V-a dintr-o școală. Opțiunile se referă la studiul limbilor moderne.



• Conform diagramei, valoarea lui p este egală cu .

5 Calculează:

a) $3,7 + \frac{7}{10}$; $8,345 + \frac{1}{100}$; $12,35 + \frac{9}{1000}$;

b) $\frac{17}{100} + 0,7$; $\frac{367}{10} + 4,65$; $\frac{107}{100} + 6$;

c) $\frac{3}{5} + \frac{7}{10} + 8,29$; $\frac{18}{25} + 9,7 + \frac{3}{4}$; $12,19 + \frac{29}{50} + \frac{47}{20}$;

d) $3,7 + \frac{2}{5} + \frac{1}{2} + \frac{3}{4}$; $2,5 + 7,12 + \frac{3}{10} + \frac{18}{100}$;

$\frac{79}{10\,000} + 0,275 + 3,1421 + \frac{725}{1000}$.

6 Calculează: a) $2,3 - 15,4 : 10$;

b) $41,2 - \frac{75}{10}$;

c) $8,3 - \frac{41}{100} - \frac{7}{10}$;

d) $8,(3) - 0,8(3) + 8,3$.

7 Calculează:

a) $\left[2,5 \cdot \frac{11}{10} + (3 \cdot 0,(3) - 2 \cdot 0,02) \right] \cdot 4$;

b) $2 - [3 - (4 : 3 + 15 : 30)]$;

c) $1,3 + \{1,(3) + [0,1(3) + 1,(5)] \cdot 1,5\} : 1,13$;

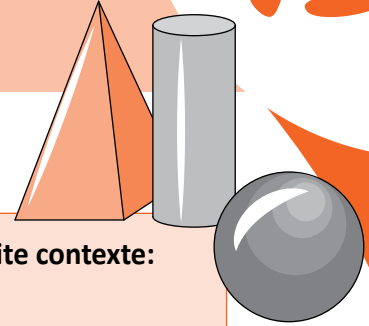
d) $4,5 \cdot \{0,45 + [0,(45) + 4,(5)] : 0,1(25)\}$.

8 Pentru 4 pixuri și 3 creioane, Ana a plătit 13,70 lei. Pentru 2 pixuri și 5 creioane, de același fel, Dan plătește 12,10 lei. Câți lei costă un pix? Dar un creion?

ELEMENTE DE GEOMETRIE

13

MATEMATICA ÎN DESENE



Vei identifica noțiunile geometrice elementare și unitățile de măsură în diferite contexte:

- vei observa figuri geometrice pe modele fizice/desene;
- vei descrie și vei identifica elemente ale figurilor și ale corpurilor geometrice;
- vei identifica segmente congruente în configurații cu axe de simetrie.

Vei utiliza instrumentele geometrice pentru a măsura sau pentru a construi configurații geometrice:

- vei construi figuri geometrice cu dimensiuni date;
- vei construi segmente congruente;
- vei măsura lungimi pe modele sau obiecte din realitatea înconjurătoare (utilizând instrumente de măsură adecvate).

Vei determina perimetre (pătrat, dreptunghi) și le vei exprima în unități de măsură corespunzătoare:

- vei calcula lungimi de segmente.

Vei transpune în limbaj specific unele probleme practice referitoare la perimetre, arii, volume, utilizând transformarea convenabilă a unităților de măsură:

- vei descrie reprezentări geometrice în situații practice, utilizând limbaj specific;
- vei compara distanțe și lungimi de segmente;
- vei determina coliniaritatea a trei puncte folosind calcule cu lungimi de segmente.

Vei interpreta prin recunoașterea elementelor, a măsurilor lor și a relațiilor dintre ele, unele configurații geometrice dintr-o problemă dată:

- vei recunoaște elemente în configurații geometrice date, pe baza informațiilor din text;
- vei estima lungimea unui segment;
- vei estima dimensiuni ale unor obiecte din mediul înconjurător;
- vei determina, prin pliere, axele de simetrie pentru pătrat și dreptunghi.

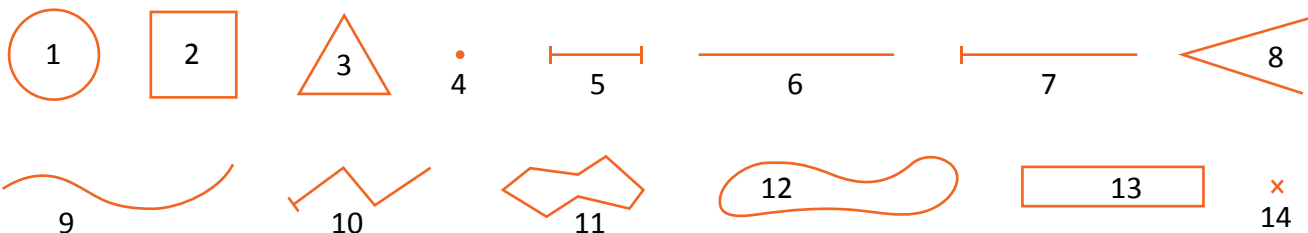
Vei analiza unele probleme practice care includ elemente de geometrie studiate, cu referire la unități de măsură și la interpretarea rezultatelor:

- vei aplica în situații practice elementele de geometrie pentru a obține un răspuns la o problemă;
- vei modela situații date referitoare la segmente, figuri geometrice, mijlocul unui segment, simetricul unui punct față de un punct, prin transpunerea acestora din contextul dat în limbaj specific matematicii.

Punct, dreaptă, plan, semiplan, semidreaptă, segment

Amintește-ți!

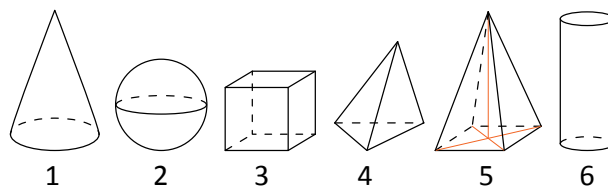
1 Scrie, în tabel, denumirile figurilor geometrice de mai jos, după modelul oferit.



Numărul figurii geometrice	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Denumirea figurii geometrice	<i>cerc</i>					<i>dreaptă</i>				<i>linie frântă deschisă</i>		<i>linie curbă închisă</i>		<i>punct</i>

2 Scrie în tabel, denumirile corpurilor geometrice alăturate, după modelul oferit.

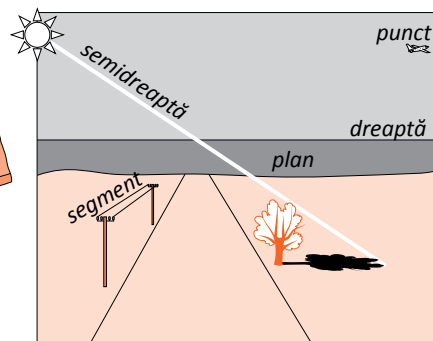
Numărul corpului	1	2	3	4	5	6
Denumirea corpului geometric		<i>sferă</i>			<i>piramidă</i>	



Observă și descoperă!

3 Observă ce a notat Radu, când a analizat desenul alăturat.

- Avionul din dreapta sus se vede ca un punct.
- Linia orizontului este o dreaptă; nu se știe unde începe și nici unde se termină.
- Razele care vin de la soare sunt semidrepte.
- Firul dintre doi stâlpi de telegraf este un segment.
- Extinderea imaginară a suprafeței de apă este un plan.
- Linia țărnelui care desparte uscatul de apă împarte planul imaginar în două semiplane.



Important

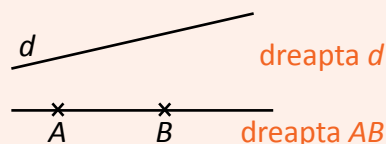
- **Punctul** ni-l imaginăm ca pe urma lăsată de un creion bine ascuțit pe o foaie de hârtie.
- **Punctul** nu are dimensiune. El are numai poziție.

• $\times A$ punctul A

• $\bullet B$ punctul B

Punctele care ocupă aceeași poziție se numesc puncte identice. Punctele care ocupă poziții diferite se numesc puncte diferite.

- **Dreapta** ne-o imaginăm ca pe un fir de ață bine întins.
- **Dreapta** nu are grosime și se poate extinde la nesfârșit în ambele părți.
- **Dreapta** este formată din puncte.



Pe o dreaptă putem măsura o singură dimensiune, lungimea (1D). Pe o dreaptă ne putem deplasa înainte și înapoi.

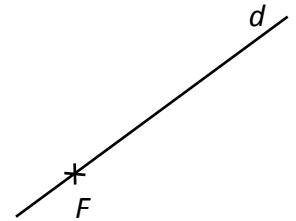
Pozițiile relative ale unui punct față de o dreaptă. Puncte coliniare. Pozițiile relative a două drepte: drepte concurente, drepte paralele

Observă și descoperă!

1 Observă reprezentările grafice de mai jos, apoi scrie în casetă **A**, dacă afirmația este adevărată sau **F**, dacă afirmația este falsă.

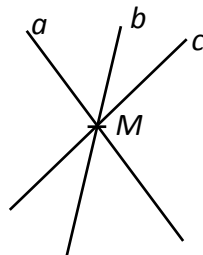
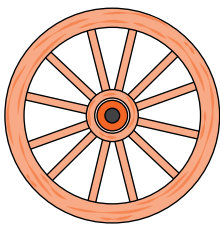


C
x

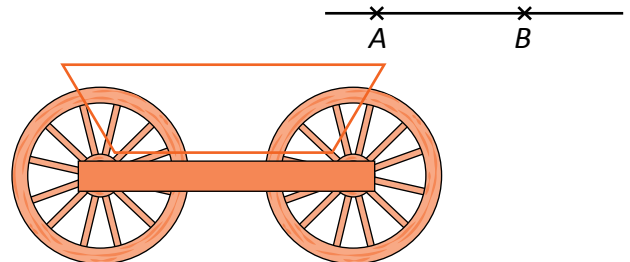


- | | | | |
|------------------------------|--------------------------|--|--------------------------|
| a) Fata se află pe drum. | <input type="checkbox"/> | e) Punctul F se află pe dreapta d (aparține dreptei d). | <input type="checkbox"/> |
| b) Calul se află pe drum. | <input type="checkbox"/> | f) Punctul C se află pe dreapta d (aparține dreptei d). | <input type="checkbox"/> |
| c) Calul nu se află pe drum. | <input type="checkbox"/> | g) Punctul C nu se află pe dreapta d (nu aparține dreptei d). | <input type="checkbox"/> |
| d) Fata nu se află pe drum. | <input type="checkbox"/> | h) Punctul F nu se află pe dreapta d (nu aparține dreptei d). | <input type="checkbox"/> |

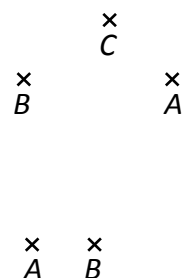
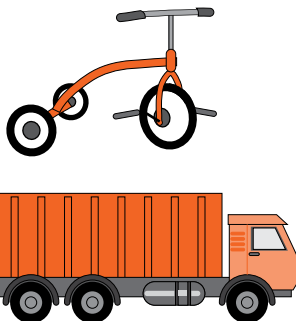
2 Prin punctul M am desenat trei drepte: a , b și c .
Mai putem desena și alte drepte care să treacă prin punctul M ? Câte?



3 Prin punctele diferite A și B am desenat o dreaptă.
Mai putem desena și altă dreaptă care să treacă prin punctele A și B ?



4 Putem desena o dreaptă care să treacă prin toate cele trei puncte A , B și C ?



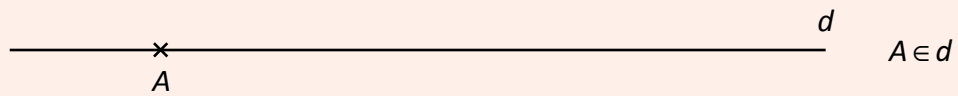
5 Câte puncte au în comun dreptele a și b ?



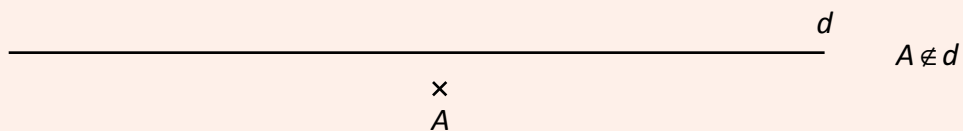


Important

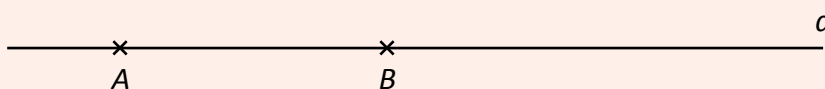
- Dacă un punct A se află pe o dreaptă d spunem că **punctul A aparține dreptei d** și notăm $A \in d$.
- Mai putem spune că **dreapta d trece prin punctul A** .



- Dacă un punct A nu se află pe dreapta d spunem că **punctul A nu aparține dreptei d** și notăm $A \notin d$.
- Mai putem spune că **punctul A este exterior dreptei d** .



- Prin două puncte distincte trece o dreaptă și numai una.



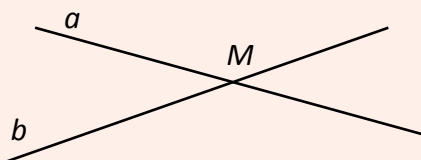
- Dacă trei sau mai multe puncte aparțin aceleiași drepte spunem că sunt **puncte coliniare**, iar dacă trei puncte nu aparțin aceleiași drepte spunem că sunt **puncte necoliniare**.



Puncte coliniare

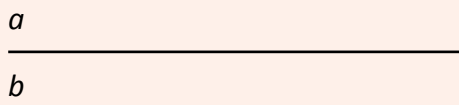
Puncte necoliniare

- Două drepte care au un singur punct comun se numesc **drepte concurente**.



Dreptele a și b sunt concurente în punctul M .

- Două drepte care sunt în același plan și nu au niciun punct comun se numesc **drepte paralele**; notăm $a \parallel b$.



Dreptele a și b sunt paralele.

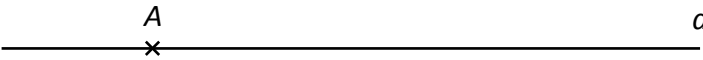
Portofoliu Așază desenul în portofoliul „Atelierul meu de geometrie”.

Desenează: a) trei puncte A, B, C coliniare; b) trei puncte M, N, P necoliniare.

Exersează!

6 Afirmația: „Prin două puncte trece o singură dreaptă” este falsă. Adaugă un cuvânt ca ea să devină adevărată.

7 Completează tabelul:

Citesc	Desenez	Scriu
Punctul A aparține dreptei d .		$A \in d$
Punctul B aparține dreptei AC .		
Dreptele a și b sunt paralele.		
Dreptele d și g sunt concurente în punctul P .		-

8 Copiază desenul alăturat în caietul tău și desenează:

- dreapta BD ;
- punctul $O \in BD$, colinar cu punctele A și C ;
- punctul $E \in AC$, E între O și C .



9 Folosind *Figura 1*, scrie:

- toate tripletele de puncte coliniare;
- trei triplete de puncte necoliniare;

c) trei perechi de drepte concurente.

10 Folosind *Figura 1* scrie **A**, dacă afirmația este adevărată și **F**, dacă afirmația este falsă.

$B \in GD$	
Dreptele BG și AF sunt paralele.	
Dreptele GC și AF sunt concurente.	
Punctele C, E, D sunt coliniare.	
Dreptele CG și AB sunt concurente în punctul F .	
Dreptele FD și BC sunt concurente în punctul A .	

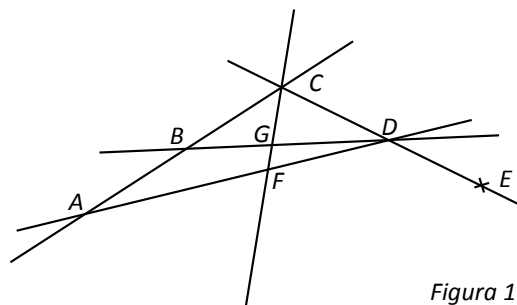
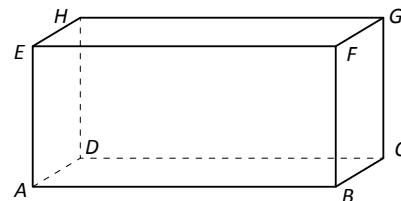


Figura 1



11 În figura alăturată este desenat un paralelipiped dreptunghic $ABCDEFGH$.

Scrie: a) patru perechi de drepte paralele; b) patru perechi de drepte concurente.

12 Se consideră dreptele a și b concurente în punctul A . Prin punctul $M \in a$ se construiește o dreaptă d care intersectează dreapta b în punctul C . Realizează un desen corespunzător acestui enunț.

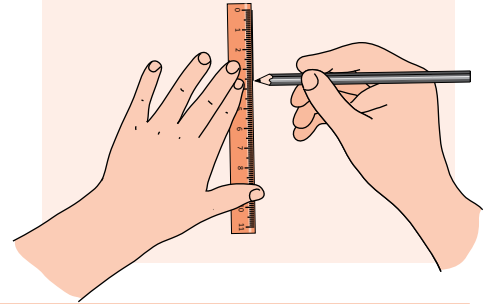
Portofoliu Așază desenul în portofoliul „Atelierul meu de geometrie”.

Se consideră o dreaptă d și un punct P exterior ei. Prin punctul P se construiește o dreaptă a paralelă cu dreapta d și o dreaptă b concurentă cu d în punctul M . Prin punctul N , aparținând segmentului MP , se construiește o dreaptă c care intersectează dreapta a în punctul A și dreapta d în punctul B . Realizează un desen corespunzător enunțului.

Distanța dintre două puncte, lungimea unui segment. Segmente congruente

Amintește-ți!

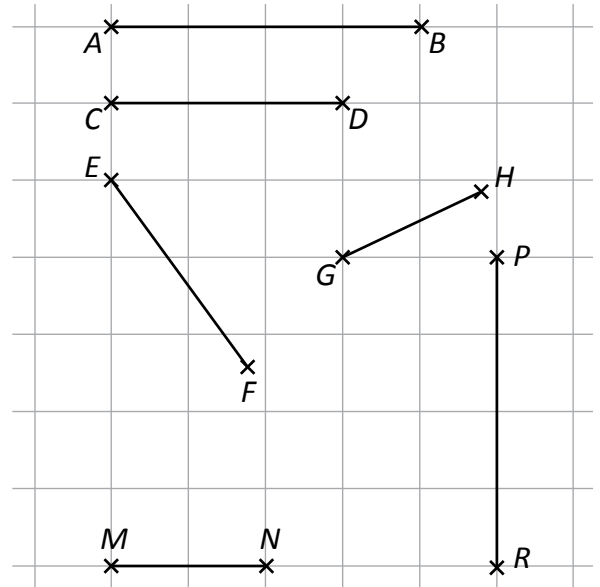
- Desenează, folosind o riglă gradată, un segment cu lungimea:
 - 3 cm;
 - 5 cm;
 - 1,5 cm;
 - 3,5 cm.
- Desenează un segment de 2 cm. Desenează apoi un segment:
 - de două ori mai mare;
 - de două ori mai mic;
 - cu 3 cm mai mare;
 - cu 1 cm mai mic.



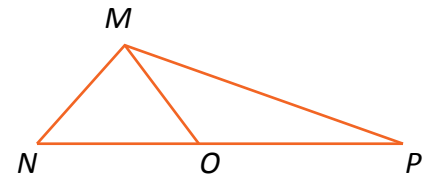
Observă și descoperă!

- Măsoară, cu o riglă gradată, fiecare segment din figura de mai jos și completează apoi tabelul.

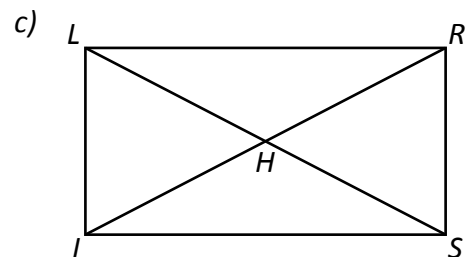
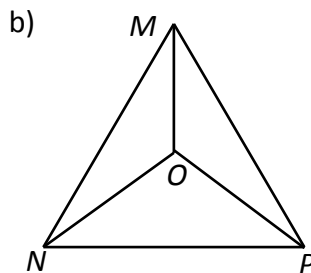
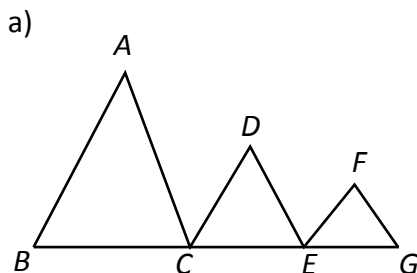
	AB 4 cm	CD	EF	GH 2 cm	MN	PR
AB 4 cm	=			>		
CD						
EF						
GH 2 cm	<			=		
MN						
PR						



- Câte segmente sunt reprezentate în fiecare dintre figurile următoare?

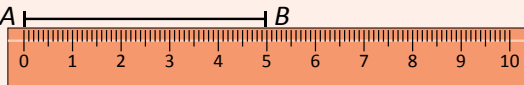


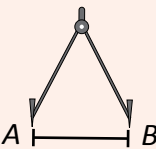
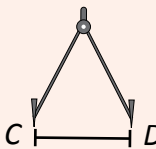
- Pentru fiecare din figurile de mai jos scrie segmentele care apar.





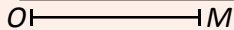
Important

- Distanța dintre două puncte reprezintă **lungimea segmentului** determinat de cele două puncte.
- Lungimea unui segment se exprimă în metri cu multiplii și submultiplii săi.

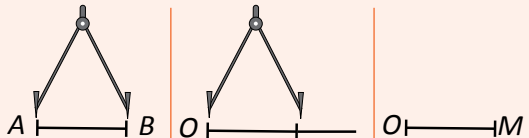
Măsoar	Scriu	Spun
	$AB = 5 \text{ cm}$	Segmentul AB are lungimea de 5 centimetri.

compas	compas	Măsoar	Scriu	Spun
		Segmentele AB și CD au aceeași lungime (distanțele sunt egale).	$AB = CD$	Segmentul AB este egal cu segmentul CD .
		Segmentele AB și CD sunt congruente (ca figuri geometrice, prin suprapunere coincid).	$AB \equiv CD$	Segmentul AB este congruent cu segmentul CD .

- Cum desenez un segment congruent cu un segment dat?
- Cu ajutorul unei rigle gradate:

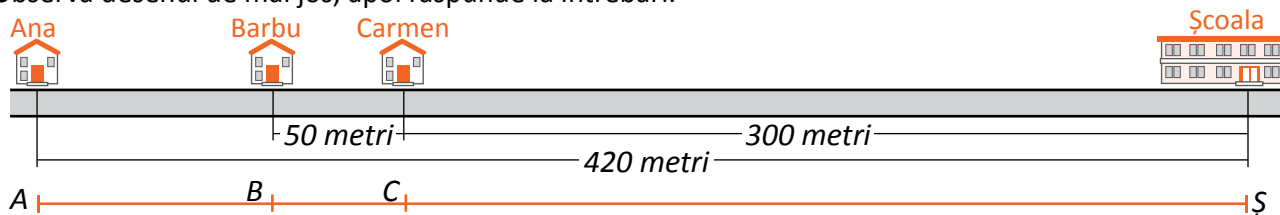
Măsoar segmentul dat.	
Pe o semidreaptă trasez un segment de aceeași lungime.	
Șterg restul semidreptei.	

- Cu rigla negrată și compasul:

Desenez o semidreaptă.	
Iau în compas segmentul dat.	
Marchez pe semidreaptă cel de al doilea capăt al segmentului.	
Șterg restul semidreptei.	

Observă și descoperă!

- 6 Observă desenul de mai jos, apoi răspunde la întrebări.



- Ce distanță are de parcurs Barbu până la școală?
- Ce distanță este între casa Anei și casa lui Barbu? Dar între casa Anei și casa lui Carmen?
- De câte ori este mai mare distanța de la Carmen până la școală față de distanța de la Barbu până la Carmen?

Important

- Cu lungimi de segmente se pot face operații de adunare și de scădere.




- Dacă A , B și C sunt trei puncte astfel încât $AB + BC = AC$, atunci punctele A , B , C sunt coliniare în această ordine.
- Lungimea unui segment se poate înmulți sau împărți la un număr.

Exemplu:

$AB = 3$ cm și CD este de patru ori mai mare.	$AB = 15$ cm și CD este de trei ori mai mic
$CD = 4 \cdot AB$ $CD = 4 \cdot 3$ cm = 12 cm	$CD = \frac{AB}{3}$ $CD = \frac{15 \text{ cm}}{3} = 5$ cm

Exersează!

- 7 Se consideră segmentul AB :  Folosind compasul desenează în caietul tău un segment CD :
- a) congruent cu segmentul AB ; b) cu lungimea de trei ori mai mare decât lungimea lui AB .

- 8 Punctele A , B și C sunt coliniare în această ordine. Desenează și apoi completează tabelul de mai jos:

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
AB	5 cm	1,6 cm	1,4 cm			$7\frac{1}{2}$ cm	
BC	3 cm	5,4 cm		5 cm	4,7 cm	$3\frac{1}{4}$ cm	$1\frac{3}{4}$ cm
AC			6,7 cm	11 cm	6,8 cm		$3\frac{2}{5}$ cm

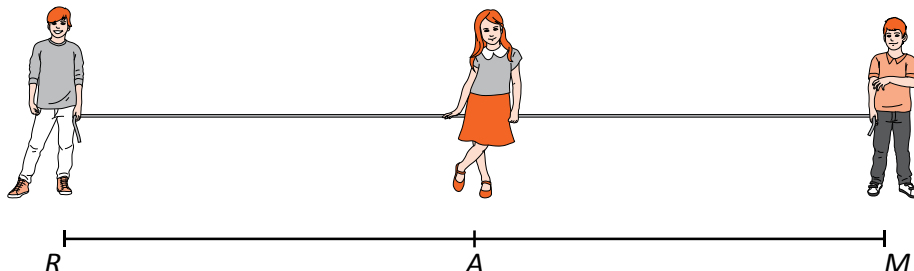
- 9 Desenează pe o dreaptă trei puncte A , B și C și calculează apoi lungimea segmentului BC , știind că:
- a) $AB = 7$ cm, $AC = 4$ cm. Contează ordinea în care ai reprezentat punctele? Desenează toate situațiile posibile.
b) $AB = 3$ cm, $AC = 8$ cm. Contează ordinea în care ai reprezentat punctele? Desenează toate situațiile posibile.
- 10 Desenează un segment $AB = 12$ cm și apoi determină pe semidreapta AB un punct C , astfel încât:
- a) $AC = \frac{1}{3} \cdot AB$; b) $AC = \frac{1}{4} \cdot AB$; c) $AC = \frac{2}{3} \cdot AB$; d) $AC = \frac{5}{4} \cdot AB$.
- 11 Stabilește dacă următoarea afirmație este adevărată:
„Dacă lungimea segmentului AB este egală cu 5 cm, lungimea segmentului BC este egală cu 7 cm și lungimea segmentului AC este egală cu 12 cm, atunci punctele A , B , C sunt coliniare și B se află situat între A și C ”.
- 12 Se consideră punctele A , B , C și D coliniare în această ordine. Știind că $AB = 4$ cm, $BC = 3$ cm, $CD = 6$ cm, determină lungimile segmentelor AC , BD și AD .
- 13 Se consideră punctele A , B , C și D coliniare. Știind că $AB = 14$ cm, $AC = 3$ cm, $CD = 6$ cm, determină lungimile segmentelor BC , BD și AD .
- 14 Se consideră punctele A , B , C și D coliniare în această ordine. Știind că $AB = 2$ cm, $AC = 5$ cm și $AD = 7$ cm:
- a) determină lungimile segmentelor BC , BD și CD ; b) arată că segmentele AB și CD sunt congruente.
- 15 Se consideră punctele A , B , C , D și E coliniare în această ordine astfel încât segmentele CD și DE sunt congruente, segmentul DE este de două ori mai mare decât segmentul BC , și punctul B este mijlocul segmentului AE . Dacă $AE = 20$ cm, calculează lungimile segmentelor AB , BC , CD , DE , AC , BD , BE .

Mijlocul unui segment. Simetricul unui punct față de un punct

Observă și descoperă!

1 Ana vrea să stea între Radu și Mihai, iar distanța de la Ana până la Radu să fie egală cu distanța de la Ana până la Mihai. Pentru asta dispune de o sfoară suficient de lungă. Cum va proceda Ana?

- Câte segmente sunt în figura alăturată?
- Ce poți spune despre segmentele RA și MA ?
- Ce face punctul A segmentului RM ?



Soluție: Ana îndoiaie sfoara așezând cele două capete unul lângă altul. Acum cele două capete formează un singur capăt. Întinde sfoara astfel îndoită și apucă de capătul nou format. Acum dă capetele inițiale unul lui Radu, celălalt lui Mihai și le cere să întindă sfoara. Astfel Ana se va afla la aceeași distanță față de Radu și de Mihai.

Important

- Pentru orice segment există un punct care să împartă segmentul în două segmente congruente. Acest punct se numește **mijlocul segmentului**.

Spun	Desenez	Scriu
Punctul M este mijlocul segmentului AB .		$AM \equiv MB$ $AM = MB = \frac{AB}{2}$

- Mijlocul unui segment este unic determinat.
- Cum determinăm mijlocul unui segment?

Determinăm lungimea segmentului AB .	
Împărțim această lungime la 2.	$5 : 2 = 2,5$ (cm)
Construim segmentul $AM = 2,5$ cm.	

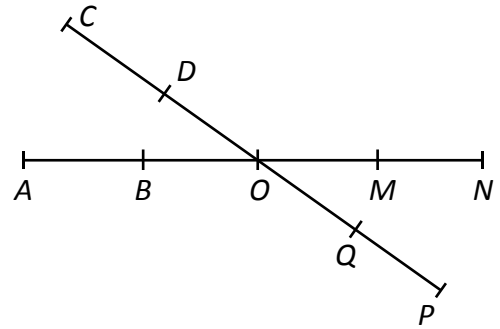
- Dacă punctul M este mijlocul segmentului AB mai pot spune că punctul B este simetricul punctului A față de punctul M .
- Cum construim simetricul punctului A față de punctul O .

	\times A	\times O	
Construim semidreapta AO .	\times A	\times O	
Construim un segment OB congruent cu segmentul OA , $B \neq A$.	\times A	\times O	\times B
Punctul B este simetricul punctului A față de punctul O .			

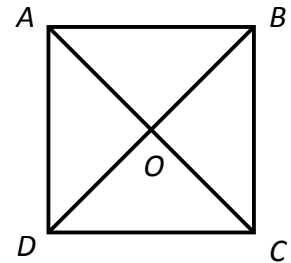


Exersează!

- 2 Pentru punctele din figura alăturată se știe că $AO \equiv ON$ și $BO \equiv OM$. Completează casetele:
- Dacă punctul O este mijlocul segmentului DQ și $DQ = 8$ cm, atunci lungimea segmentului DO este egală cu cm;
 - Dacă punctul O este mijlocul segmentului CP și $OC = 5,5$ cm, atunci lungimea segmentului CP este egală cu cm;
 - Simetricul punctului A față de punctul O este punctul .
 - Simetricul punctului D față de punctul O este punctul .
 - Simetricul punctului M față de O este punctul .



- 3 În figura alăturată este reprezentat un pătrat $ABCD$. Desenează pătratul pe caiet și completează:
- punctele A și C sunt simetrice față de punctul .
 - simetricul punctului D față de punctul O este punctul .

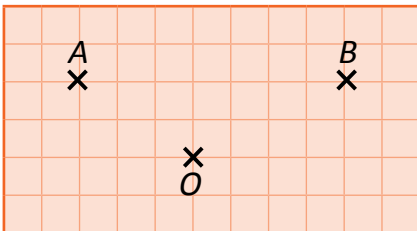


- 4 Se consideră punctele A, B, C și D distincte și coliniare în această ordine. Dacă $AB = 2,5$ cm, $BC = 11,2$ cm și $BD = 24,9$ cm, justifică faptul că C este mijlocul segmentului AD .

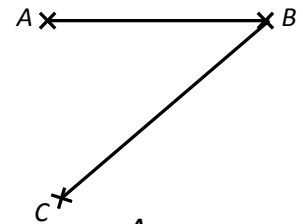
Portofoliu Așază desenul în portofoliul „Atelierul meu de geometrie”.

Desenează segmentul AB și construiește punctul M , mijlocul său, dacă: a) $AB = 6$ cm; b) $AB = 7$ cm.

- 5 Reprezintă în caiet figura de mai jos:
- Construiește punctul C , simetricul punctului A față de punctul O .
 - Construiește punctul D , simetricul punctului B față de punctul O .
 - Construiește segmentele AB, BO, OC și CD .



- 6 Reprezintă în caiet figura alăturată cu $AB = 3$ cm și $BC = 4$ cm. Construiește punctul D , simetricul punctului A față de mijlocul segmentului BC . Construiește segmentul CD .

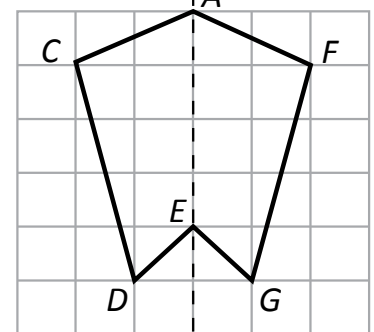


- 7 Folosind figura alăturată completează casetele:

$$AC \equiv \text{input}$$

$$FG \equiv \text{input}$$

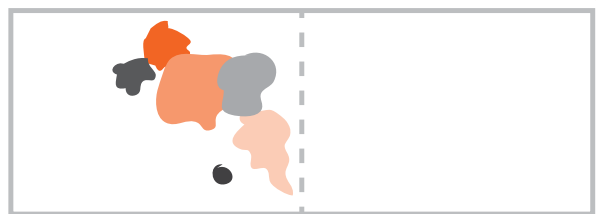
$$DE \equiv \text{input}$$



- 8 Se consideră punctele A, C, M, D și B coliniare în această ordine. Arată că, dacă M este mijlocul segmentelor CD și AB , atunci segmentele AC și BD sunt congruente.

Portofoliu Așază desenul în portofoliul „Atelierul meu de geometrie”.

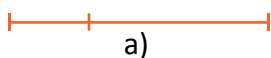
la o coală de hârtie A4 asemănătoare celei din imagine, pune în partea din stânga câteva picături de tempera de diferite culori, apoi îndoiaie coala după linia punctată și preseaz-o. Adu coala la poziția inițială. Ce observi? Îți place ce ai obținut? Dacă da, mai încearcă!



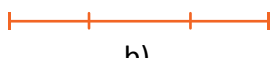
Recapitulare

1 Se consideră punctele A, B, C și o dreaptă d . Realizează un desen astfel încât afirmațiile următoare să fie adevărate: $A \in d, B \notin d, C \in AB$.

2 Câte segmente sunt reprezentate în fiecare din figurile următoare?



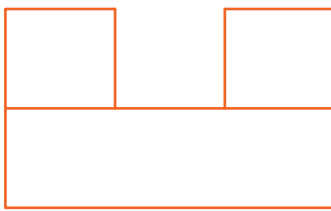
a)



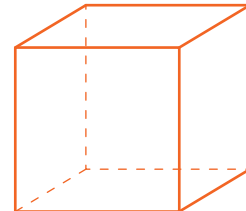
b)



c)

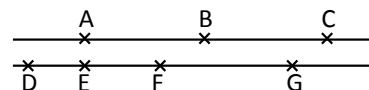


d)



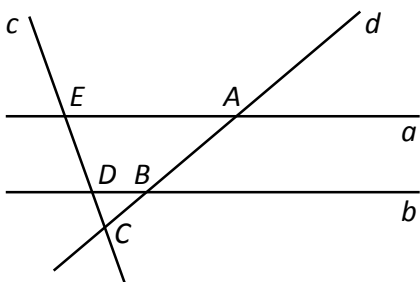
e)

3 Știind că dreptele din figura alăturată sunt paralele, determină numărul dreptelor pe care le-am obține, unind cele 7 puncte câte două în toate modurile posibile.



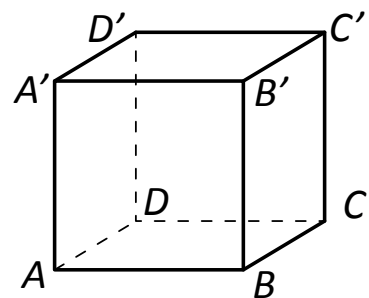
4 Folosind figura de mai jos scrie:

- perechile de drepte concurente;
- perechile de drepte paralele.



5 Folosind figura de mai jos, în care este desenat un cub $ABCA'B'C'D'$, spune care dintre următoarele afirmații este adevărată și care este falsă.

- $AB \parallel CD$;
- dreptele AB și AD sunt concurente în punctul A ;
- dreptele AB și DD' nu se află situate în același plan (sunt necoplanare);
- $BB' \nparallel CC'$;
- dreptele BC și CD sunt concurente în punctul A .



6 Desenează un cub $ABCA'B'C'D'$ și scrie dreptele care trec prin două vârfuri ale cubului (determinate de două vârfuri ale cubului) care sunt: a) concurente cu dreapta BC ; b) paralele cu dreapta AA' .

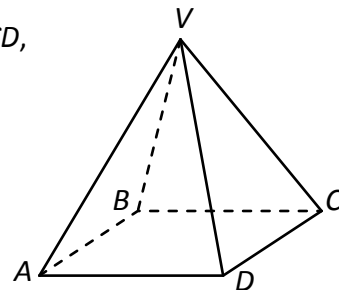
Portofoliu Așază desenul în portofoliul „Atelierul meu de geometrie”.

Realizează un desen astfel încât să fie îndeplinite simultan condițiile:

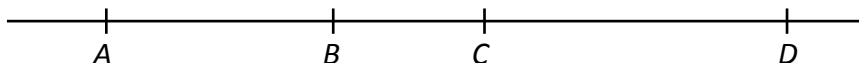
- punctele A, B și C sunt necoliniare;
- punctul D se află pe dreapta AB și punctul A se află pe semidreapta BD .

7 Folosind figura alăturată, în care este desenată o piramidă cu baza pătratul $ABCD$, precizează care dintre afirmațiile de mai jos sunt adevărate și care sunt false:

- dreptele VB și BC sunt concurente în punctul B ;
- $VD \parallel VB$;
- dreptele AD și AB nu sunt paralele ($AD \nparallel AB$);
- dreptele VB și AB nu au puncte comune;
- $AB \parallel CD$; f) $AD \parallel VB$; g) $AD \nparallel BC$.



8 Se consideră punctele A, B, C și D coliniare în această ordine. Știind că $AB = 3$ cm, $AC = 5$ cm și $BD = 6$ cm, determină lungimile segmentelor BC, CD și AD .



- 9 Desenează punctele A , B și C coliniare, astfel încât $AB = 4$ cm și $BC = 8$ cm. Determină lungimea segmentului AC . Câte soluții are problema?
- 10 Precizează în care din următoarele cazuri punctele A , B și C , distincte două câte două, sunt coliniare:
- a) $AB = 5$ cm, $BC = 3$ cm, $AC = 8$ cm;
 b) $AB = 2,3$ cm, $BC = 17$ mm, $AC = 0,3$ dm;
 c) $AB = \frac{3}{5}$ cm, $BC = \frac{1}{2}$ cm, $AC = 1,2$ cm.
- 11 Se consideră punctele A , B , C și D coliniare, distincte două câte două, astfel încât $AB = AC + CB$, $CD - BD = CB$. Stabilește ordinea punctelor A , B , C și D pe dreaptă.
- 12 Se consideră A , B și C trei puncte coliniare în această ordine și punctele M și N mijloacele segmentelor AB și, respectiv, BC . Știind că :
- a) $AB = 6$ cm și $BC = 4$ cm, determină lungimea segmentelor AM , NC și MN .
 b) $AM = 2$ cm și $MN = 5$ cm, determină lungimea segmentelor AB , BC și AC .
 c) $AN = 6$ cm și $AC = 10$ cm, determină lungimea segmentelor NC , BC și AB .
- 13 Un segment are lungimea de 14 cm. Un elev a afirmat că „mijlocul segmentului AB este de 7 cm”. Ce a greșit elevul?
- 14 Dacă segmentele AB și AC au aceeași lungime, atunci se poate afirma că punctul A este mijlocul segmentului BC ? În ce situație punctul A este mijlocul segmentului BC ? Ilustrează grafic această situație.

Problemă rezolvată

- Se consideră un segment AB , punctul M_1 mijlocul segmentului AB , punctul M_2 mijlocul segmentului AM_1 , punctul M_3 mijlocul segmentului AM_2 și M_4 mijlocul segmentului AM_3 . Fără a efectua calculele, arată că $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} < 1$.


Rezolvare: 

Dacă punctul M_1 este mijlocul segmentului AB , atunci $AM_1 = M_1B = \frac{AB}{2}$. Dacă punctul M_2 este mijlocul segmentului AM_1 , atunci $AM_2 = M_2M_1 = \frac{AM_1}{2} = \frac{1}{2} \cdot AM_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{AB}{2} = \frac{AB}{2^2}$.

Dacă punctul M_3 este mijlocul segmentului AM_2 , atunci $AM_3 = M_3M_2 = \frac{AM_2}{2} = \frac{1}{2} \cdot AM_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{AB}{2^2} = \frac{AB}{2^3}$. Analog obținem $AM_4 = M_4M_3 = \frac{AB}{2^4}$.

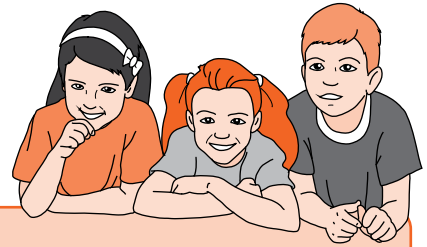
Acum $BM_1 + M_1M_2 + M_2M_3 + M_3M_4 = BM_4 = AB - AM_4$, adică $\frac{AB}{2} + \frac{AB}{2^2} + \frac{AB}{2^3} + \frac{AB}{2^4} = AB - \frac{AB}{2^4}$.

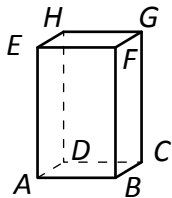
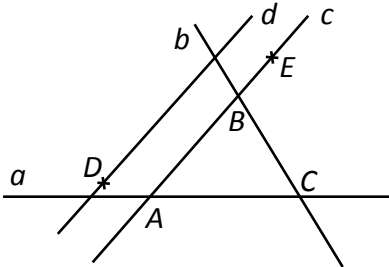
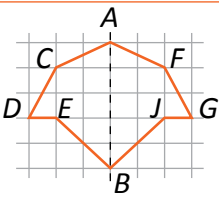
Împărțind prin AB obținem: $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} = 1 - \frac{1}{2^4} < 1$.

- 15 Se consideră un segment AB , punctul M_1 mijlocul segmentului AB , punctul M_2 mijlocul segmentului AM_1 , punctul M_3 mijlocul segmentului AM_2 și așa mai departe M_{10} mijlocul segmentului AM_9 . Fără a efectua calculele, arată că $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{10}} = 1 - \frac{1}{2^{10}}$.
- 16 Folosind figura alăturată, precizați care dintre următoarele afirmații sunt adevărate și care sunt false:
- a) $AB + BC = AC$; d) $AD - CD = AC$; g) $AB + BD = AC + CD$; j) $AD + CD = AB + BD$.
 b) $AB + CD = AD$; e) $AC - CD = AB$; h) $AC - AB = BD - CD$;
 c) $AC - BC = CD$; f) $AB + BC = BC + CD$; i) $BC = AD - (AB + CD)$;
- 

Evaluare

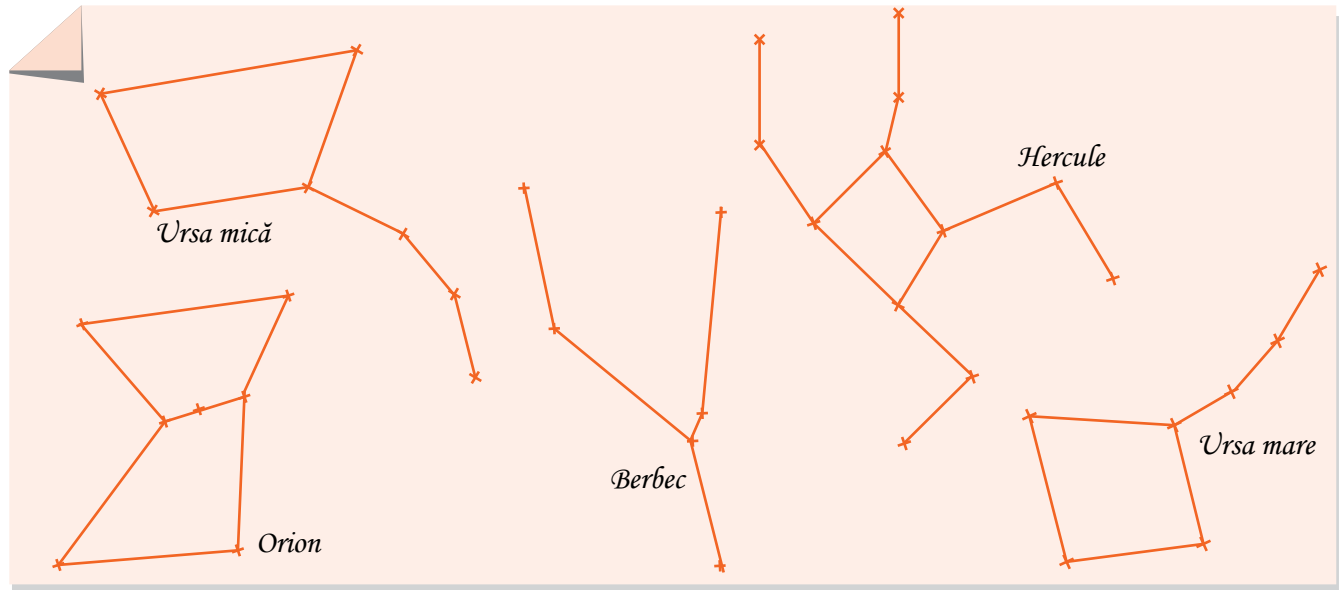
Timp de lucru: 50 de minute



10p	Din oficiu											
15p	1.	<p>Folosind <i>Figura 1</i>, completează tabelul:</p> <table border="1"> <tr> <td>două segmente care nu au puncte comune</td> <td></td> </tr> <tr> <td>trei segmente care au o extremitate comună</td> <td></td> </tr> <tr> <td>două perechi de segmente congruente (vei scrie $MN \equiv PQ$)</td> <td></td> </tr> </table>	două segmente care nu au puncte comune		trei segmente care au o extremitate comună		două perechi de segmente congruente (vei scrie $MN \equiv PQ$)					
două segmente care nu au puncte comune												
trei segmente care au o extremitate comună												
două perechi de segmente congruente (vei scrie $MN \equiv PQ$)												
		 <p><i>Figura 1</i></p>										
15p	2.	<p>Folosind <i>Figura 2</i>, completează tabelul:</p> <table border="1"> <tr> <td>un punct exterior dreptei a</td> <td></td> </tr> <tr> <td>trei puncte coliniare</td> <td></td> </tr> <tr> <td>trei puncte necoliniare</td> <td></td> </tr> <tr> <td>două drepte paralele</td> <td></td> </tr> <tr> <td>două drepte concurente</td> <td></td> </tr> </table>	un punct exterior dreptei a		trei puncte coliniare		trei puncte necoliniare		două drepte paralele		două drepte concurente	
un punct exterior dreptei a												
trei puncte coliniare												
trei puncte necoliniare												
două drepte paralele												
două drepte concurente												
		 <p><i>Figura 2</i></p>										
10p	3.	Desenează segmentul $MN = 6$ cm și apoi construiește punctul P , mijlocul segmentului MN .										
10p	4.	Desenează punctele A și B astfel încât $AB = 3$ cm și apoi construiește punctul M , simetricul punctului B față de punctul A .										
10p	5.	Se consideră punctele M, N și P astfel încât $MN = 12$ cm, $MP = 7$ cm și $NP = 5$ cm. Stabiliți dacă punctele M, N și P sunt coliniare.										
5p	6.	Se consideră patru puncte A, B, C și D . Care este cel mai mare număr de drepte care se pot obține unindu-le două câte două?										
5p	7.	<p>Folosind <i>Figura 3</i>, completează casetele.</p> <p>$AC \equiv$ <input type="text"/> $DE \equiv$ <input type="text"/></p> <p>$CD \equiv$ <input type="text"/> $BE \equiv$ <input type="text"/></p>										
		 <p><i>Figura 3</i></p>										
10p	8.	Considerăm A, B, C și D patru puncte coliniare, în această ordine și $AB \equiv CD$. Se consideră M mijlocul segmentului AB , P mijlocul segmentului BC și $Q \in AD$ astfel încât $MP \equiv PQ$. Arată că punctul Q este mijlocul segmentului CD .										
10p	9.	Se consideră punctele coliniare A, B și C , în această ordine, astfel încât $AB = 4$ cm și $BC = 3$ cm. Dacă punctul P este simetricul punctului B față de punctul A și punctul Q este simetricul punctului A față de punctul C , determină lungimea segmentului PQ . Arată cum ai procedat.										

Exersezi și progresezi!

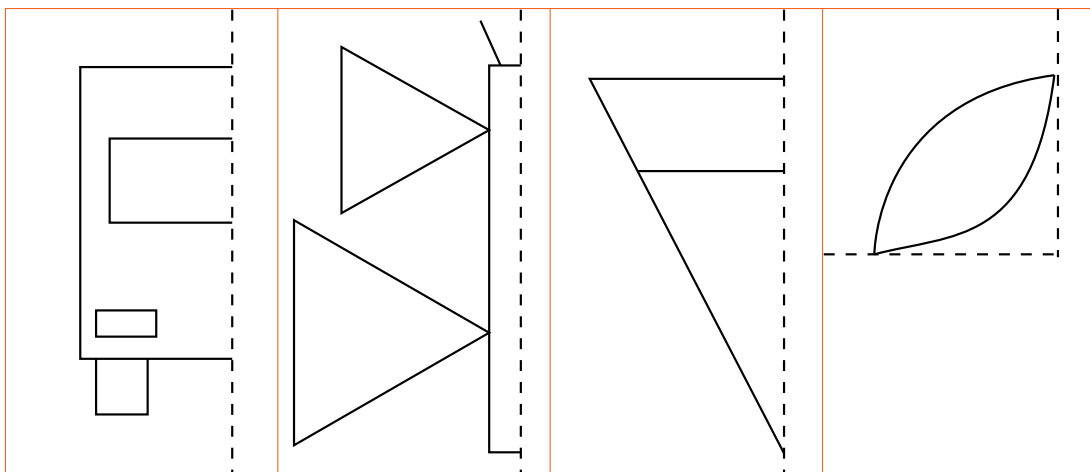
- Știind că distanța dintre casa lui Matei (M) și școala (S) unde învață el este de 6 km, iar la jumătatea drumului dintre casa lui Matei și școală se află un magazin cu înghețată (I), calculează distanțele MI și IS . Ce putem spune despre punctul I ?
- Elevii clasei a V-a merg în vizită la Planetariu. După prezentare, Rareș desenează în carnetul său ce constelații a văzut, după cum apare în figura de mai jos. Numără câte stele (puncte), câte segmente și câte linii frânte închise are fiecare constelație. Constelațiile sunt reprezentate în figura de mai jos.



- Găsește în sala ta de clasă trei perechi de drepte paralele.

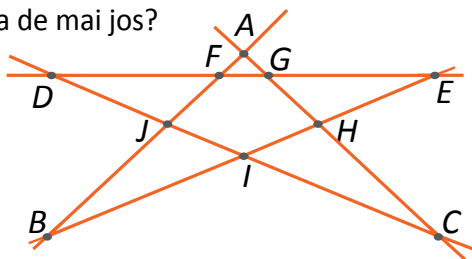
Portofoliu Așază desenul în portofoliul „Atelierul meu de geometrie”.

Știind că liniile punctate sunt oglinzi pentru figurile următoare, reconstruiește în fiecare dintre cazurile următoare imaginea în oglindă.



- Câte dintre imaginile complete conțin drepte paralele? Dar drepte concurente? Notează acolo unde este cazul trei puncte coliniare care aparțin conturului fiecărui desen.

- 4 Care sunt perechile de drepte concurente din imaginea de mai jos?



- 5 Între Iași (I) și București (B) este un drum european (dreapta IB). Orașul Focșani (F) se află la mijlocul drumului european, orașul Bârlad (D) se află la jumătatea distanței dintre Iași și Focșani, iar orașul Vaslui se află la jumătatea distanței dintre Iași și Bârlad. Dacă distanța de la Iași la Vaslui este de 66 km, care este lungimea drumului european?

- 6 Ionuț (I) se află la 512 m de casa (C) unde locuiește. În drum spre casă se gândește la un joc. El va parcurge drumul spre casă în mai multe etape. De fiecare dată, el va parcurge distanța IM , unde M este mijlocul segmentului determinat de el și casă, după care va staționa 10 minute pentru a se bucura de minunata vreme de afară. Jocul său are și un sfârșit: dacă ajunge la cel mult 2 m de casă, atunci mama lui îl va observa și îi va strica tot jocul, chemându-l mai repede acasă. Știind că Ionuț parcurge un metru într-o secundă, câte etape va avea jocul său și la ce oră va ajunge el acasă, având în vedere că a plecat de la școală la ora 14:00?

- 7 Se consideră două puncte A și B . Putem găsi un punct C care să fie la egală distanță de punctele A și B ? În câte moduri putem face acest lucru?

- 8 Dacă punctul A se află la egală distanță de punctele B și C , iar punctul C se află la egală distanță de punctele A și B , sunt cele trei puncte coliniare?

- 9 Desenează câte o figură pentru fiecare dintre cazurile în care trei drepte se intersectează în:

a) 0 puncte; b) 1 punct; c) 2 puncte; d) 3 puncte.

Putem obține mai mult de 3 puncte?

- 10 a) Se consideră A, B, M și N , patru puncte astfel încât M este mijlocul segmentului AN , iar N este mijlocul segmentului MB . Arată că segmentele AM, MN și NB sunt congruente.

b) Se consideră A, B, M și N , patru puncte astfel încât N este simetricul punctului A față de M , iar B este simetricul punctului M față de N . Arată că segmentele AM, MN și NB sunt congruente.

- 11 Dacă A, B și C sunt trei puncte coliniare, iar M, N și P sunt alte trei puncte coliniare, astfel încât dreptele AB și MN sunt paralele, câte drepte se formează unind oricare două puncte?

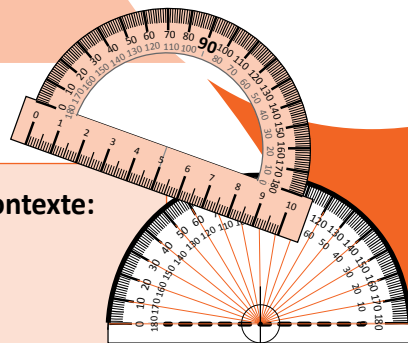
- 12 Având date cinci puncte distincte, A, B, C, D și E , care este numărul minim și numărul maxim de puncte noi, diferite față de cele cinci, pe care le putem obține efectuând următoarele construcții: simetricul lui A față de B , simetricul lui B față de C , simetricul lui C față de D și simetricul lui D față de E .

- 13 Se consideră A și B două puncte distincte. Se consideră punctul C simetricul lui A față de B , punctul D simetricul lui B față de C și punctul E simetricul lui A față de C . Arată că D este mijlocul segmentului CE și că segmentele AB, BC, CD și DE sunt congruente.

- 14 Pe măsură ce un segment *îmbătrânește* cu un an, el poate pierde un centimetru din lungimea sa sau poate câștiga un centimetru. Dacă un segment are acum lungimea de 2 017 cm, ce lungimi poate să aibă peste 4 ani? Ce observi la aceste lungimi? Poți spune ce lungimi poate să aibă segmentul inițial peste 2 016 ani?

- 15 Un segment *colosal* AB se întinde pe 2 017 de foi albe alăturate, în formă de pătrat, începând din marginea din stânga a primei foi până la marginea din dreapta a ultimei foi. Pe a câta foaie se află punctul P , unde P este mijlocul segmentului AM , cu M mijlocul segmentului AB ? Dar simetricul punctului P față de M ?

MATEMATICA ÎN GRADE ȘI MINUTE



Vei identifica noțiunile geometrice elementare și unitățile de măsură în diferite contexte:

- vei observa figuri geometrice pe modele fizice/desene;
- vei descrie și vei identifica elemente ale figurilor și ale corpurilor geometrice;
- vei identifica unghiuri congruente în configurații cu axe de simetrie.

Vei utiliza instrumentele geometrice pentru a măsura sau pentru a construi configurații geometrice:

- vei construi figuri geometrice cu dimensiuni date;
- vei construi unghiuri congruente;
- vei reprezenta prin desen configurații geometrice (drepte paralele, drepte perpendiculare, unghiuri de măsură date);
- vei măsura cu raportorul unghiuri date.

Vei determina perimetrele, ariile (pătrat, dreptunghi) și volumele (cub, paralelipiped dreptunghic) și le vei exprima în unități de măsură corespunzătoare:

- vei face operații cu măsuri de unghiuri exprimate în grade și minute sexagesimale.

Vei transpune în limbaj specific unele probleme practice referitoare la perimetre, arii, volume, utilizând transformarea convenabilă a unităților de măsură:

- vei compara distanțe, lungimi și măsuri de unghiuri;
- vei descrie reprezentări geometrice în situații practice, utilizând limbaj specific;
- vei determina coliniaritatea unor puncte folosind măsuri de unghiuri;
- vei argumenta congruența unor unghiuri folosind măsuri de unghiuri.

Vei interpreta prin recunoașterea elementelor, a măsurilor lor și a relațiilor dintre ele, unele configurații geometrice dintr-o problemă dată:

- vei determina prin pliere axele de simetrie pentru pătrat, dreptunghi;
- vei determina măsura unor unghiuri folosind informații date într-o configurație geometrică;
- vei determina măsura unor unghiuri folosind congruența obținută cu ajutorul axei de simetrie.

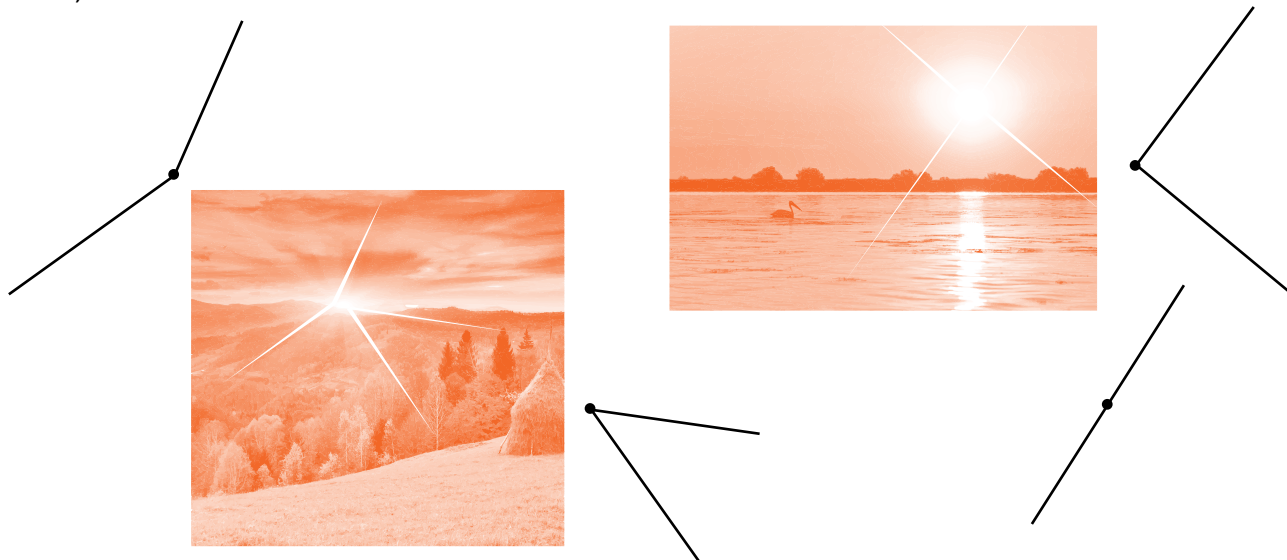
Vei analiza unele problemele practice care includ elemente de geometrie studiate, cu referire la unități de măsură și vei interpreta rezultatele:

- vei aplica în situații practice elemente de geometrie pentru a obține un răspuns la o problemă deschisă;
- vei modela situații date, referitoare la unghiuri, unghiuri congruente, prin transpunerea acestora din contextul dat în limbaj specific matematicii.

Unghi: definiție, notații, elemente. Interiorul unui unghi, exteriorul unui unghi

Amintește-ți!

- 1 Observă imaginile de mai jos. Folosește echerul pentru a măsura deschiderea fiecărui unghi. Precizează ce observi, în fiecare caz.



- 2 Desenează două semidrepte cu aceeași origine.



Important

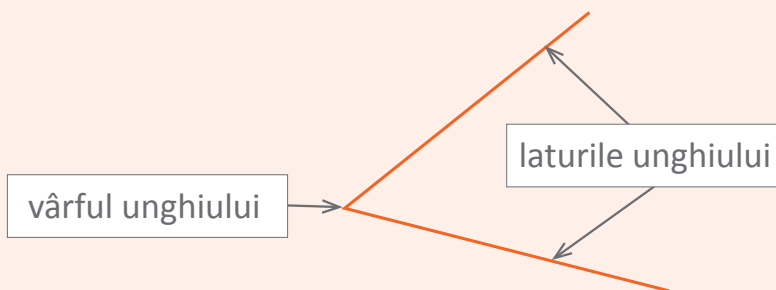
- **Unghiul** este figura geometrică formată din două semidrepte cu aceeași origine.



Exemple:

Elementele unui unghi sunt:

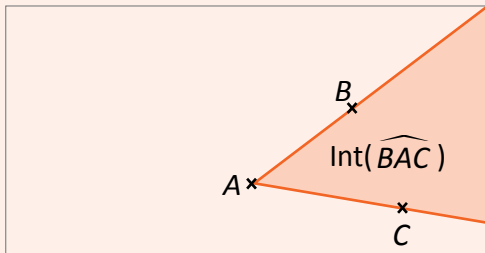
- **laturile unghiului:** cele două semidrepte;
- **vârful unghiului:** originea comună a celor două semidrepte.



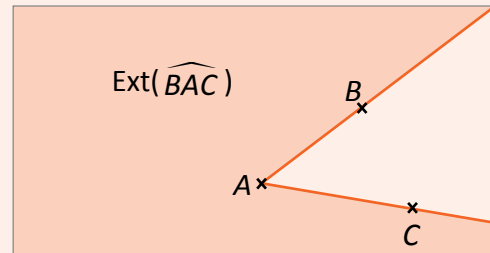
Desenez	Notez	Citesc
	$\sphericalangle BAC$ sau \widehat{BAC}	Unghiul BAC
	$\sphericalangle CAB$ sau \widehat{CAB}	Unghiul CAB
	$\sphericalangle A$ sau \hat{A} , atunci când nu există posibilitatea de confuzie ca mai jos	Unghiul A

- Un unghi împarte planul în două regiuni:

Interiorul unghiului;



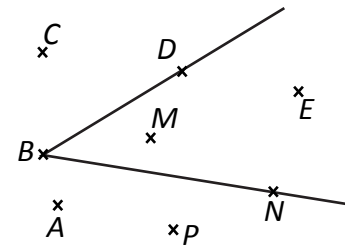
Exteriorul unghiului.



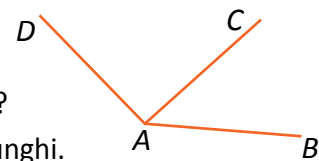
Exersează!

- 3 Folosind figura alăturată completează tabelul de mai jos.

Numește unghiul	
Numește laturile unghiului	
Numește vârful unghiului	
Numește punctele situate în interiorul unghiului	
Numește punctele situate în exteriorul unghiului	



- 4 Numește toate unghiurile din figura alăturată:

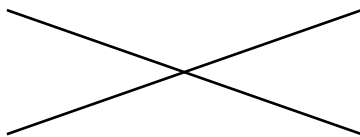


- 5 De ce „definiția”: „Un unghi este o pereche de semidrepte” este incompletă?

- Desenează, în caietul tău, o pereche de semidrepte care nu formează un unghi.

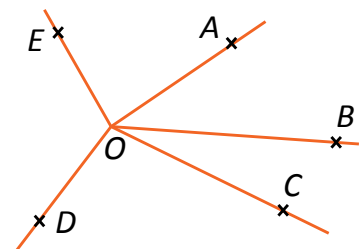
- 6 De ce „definiția”: „Un unghi este o pereche de drepte” este inexactă?

- Observă figura de mai jos pentru a da un răspuns.



- 7 Folosind figura de mai jos scrie care dintre afirmațiile următoare sunt adevărate și care sunt false.

- $B \in \text{Int}(\widehat{AOC})$;
- $D \notin \text{Int}(\sphericalangle EOC)$;
- $A \in \text{Ext}(\sphericalangle BOD)$;
- $E \in \text{Ext}(\widehat{AOE})$.



Portofoliu Așază desenul în portofoliul „Atelierul meu de geometrie”

Desenează un unghi MON și un punct P situat în interiorul unghiului.

Măsura unui unghi, unghiuri congruente. Clasificări de unghiuri. Calcule cu măsuri de unghiuri (I)

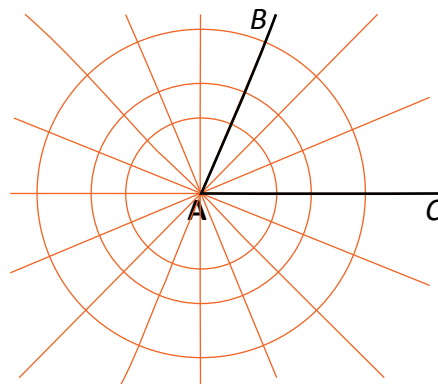
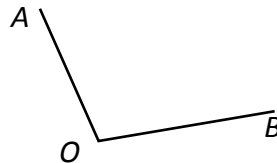
Observă și descoperă!

1 În figura alăturată avem un unghi.

- Putem măsura laturile unghiului? Justifică răspunsul dat.
- Putem măsura vârful unghiului? Justifică răspunsul dat.
- Ce putem măsura la un unghi?

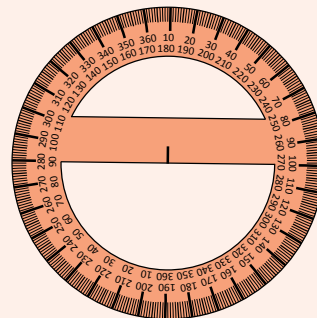
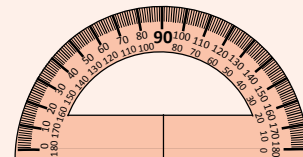
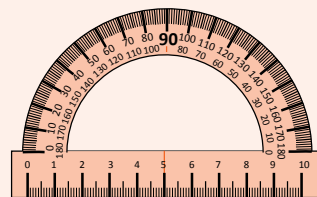
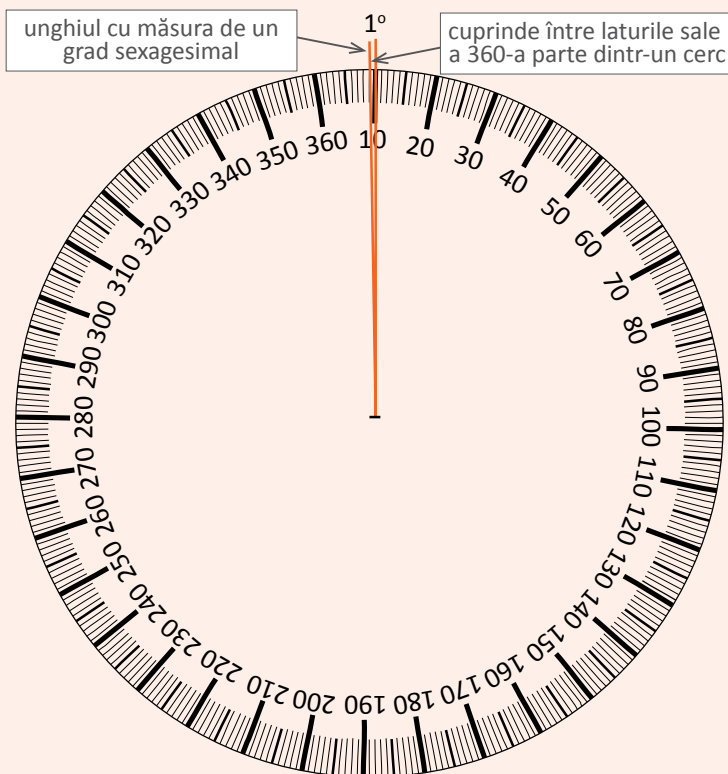
2 În figura alăturată sunt desenate trei cercuri și un unghi.

- În câte părți egale a fost împărțit cercul mare?
- Dar cel mijlociu? Dar cel mic?
- Câte părți egale, din cercul mare, sunt cuprinse între laturile unghiului BAC ?
- Câte părți egale, din cercul mic, sunt cuprinse între laturile unghiului BAC ?
- Dacă vom desena un alt cerc, așezat asemenea celorlalte trei, câte părți egale din el vor fi cuprinse între laturile unghiului BAC ?



Important

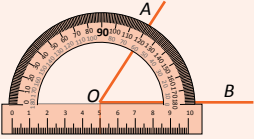

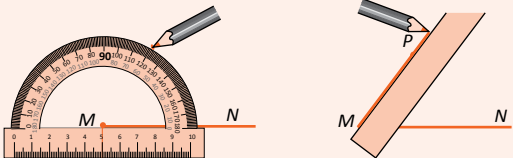
- La un unghi se măsoară deschiderea dintre laturi.
- Unitatea de măsură pentru unghiuri este **gradul sexagesimal**.



- Instrumentul pentru măsurarea unghiurilor este **raportorul**.

Important

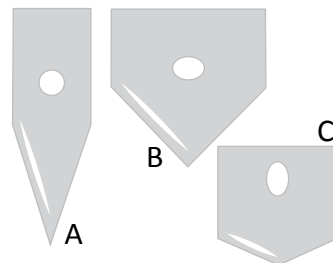
- Unghiurile care au aceeași măsură se numesc **unghiuri congruente**.
- Scriu $\sphericalangle AOB \equiv \sphericalangle PMN$ și citec „unghiul AOB este congruent cu unghiul PMN ”.
- Cum construiesc un unghi congruent cu un unghi dat?

Măsurăm unghiul	Luăm o semidreaptă	Construim unghiul cu măsura găsită
		

Observă și descoperă!

7 În figura alăturată sunt desenate trei modele de topoare din epoca preistorică.

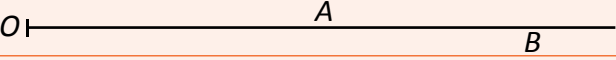
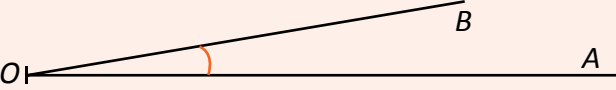
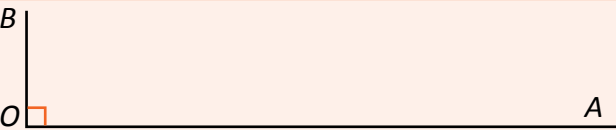


- Dacă ar trebui să alegi unul dintre topoare pentru a-l folosi, tu pe care l-ai alege? Motivează alegerea făcută.
- Măsoară unghiurile formate de tășurile celor trei topoare. Ce observație poți face despre aceste măsuri, comparându-le cu 90° ?



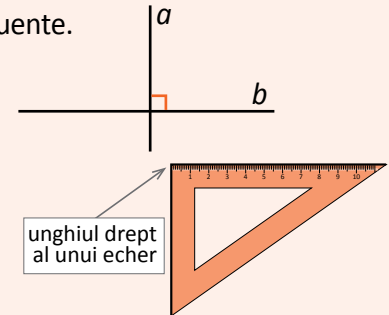
- Desenează două semidrepte care au aceeași origine și care împreună formează o dreaptă. Măsoară unghiul format de aceste semidrepte.
- Desenează două drepte AB și CD concurente în punctul O astfel încât $OA = OB$, $OC = OD$ și $\sphericalangle AOC = 50^\circ$. Măsoară unghiurile BOD , AOD și COB .
- Desenează două drepte MN și PQ concurente în punctul A astfel încât $\sphericalangle MAP = 90^\circ$. Măsoară unghiurile MAQ , NAQ și PAN .

Important

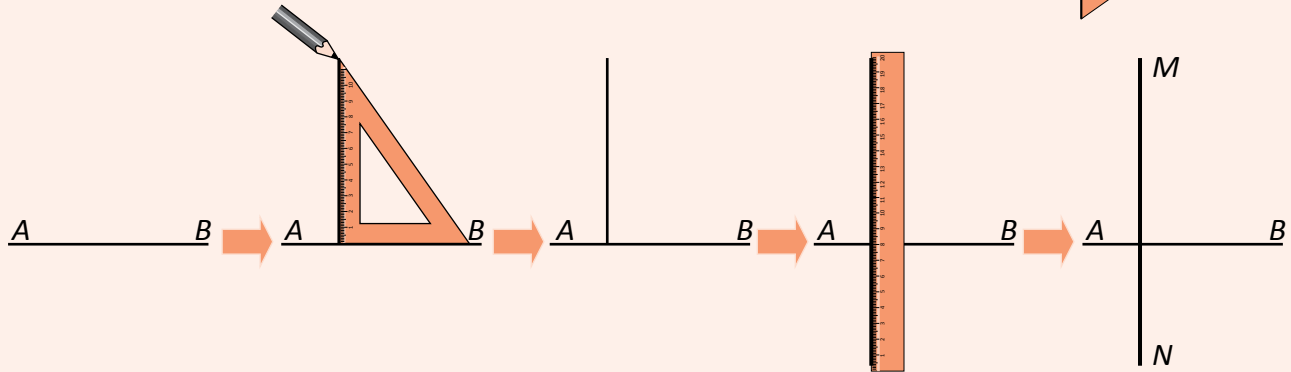
- După măsura lor unghiurile se clasifică astfel:

Măsura	Denumirea	Cum îl reprezintă prin desen
0°	unghi nul	
între 0° și 90°	unghi ascuțit	
90°	unghi drept	
între 90° și 180°	unghi obtuz	
180°	unghi alungit	

- Unghiul nul și unghiul alungit sunt unghiuri improprii; toate celelalte sunt unghiuri proprii.
- Dacă trei puncte A , B și C sunt situate astfel încât $\sphericalangle ABC = 180^\circ$, atunci punctele A , B și C sunt coliniare.
- Două drepte concurente formează patru unghiuri, două câte două congruente.
- Dacă două drepte formează un unghi drept (cu măsura de 90°), atunci toate unghiurile pe care le formează sunt unghiuri drepte.
- Scriu $a \perp b$ și citesc „dreapta a este perpendiculară pe dreapta b ”.
- Dreptele perpendiculare se pot desena cu ajutorul echerului.



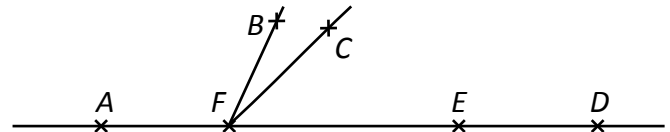
Cum procedez?



Exersează!

- 11 Desenează punctele A , B , C și D , coliniare în această ordine. Scrie toate unghiurile care apar în desenul tău și sunt:
a) nule; b) alungite.

- 12 Folosind figura alăturată scrie toate unghiurile:
a) proprii; b) nule; c) alungite.



Portofoliu

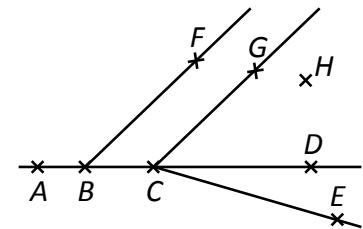
Așază desenul în portofoliul „Atelierul meu de geometrie”

Desenează, următoarele unghiuri:

- $\sphericalangle MAR$ propriu;
- $\sphericalangle POM$ alungit;
- $\sphericalangle NUC$ nul;
- $\sphericalangle TIC$ propriu și $\sphericalangle TAC$ alungit;
- $\sphericalangle ROZ$ propriu, $A \in \text{Int}(\sphericalangle ROZ)$, $\sphericalangle RAS$ alungit astfel încât S aparține segmentului OZ ;
- $\sphericalangle MOV$ nul, $\sphericalangle BMV$ propriu și $O \in \text{Ext}(\sphericalangle BMV)$.

- 13 Folosind figura de mai jos precizează care dintre următoarele propoziții este adevărată și care este falsă:

- $\sphericalangle BCD$ este nul;
- $\sphericalangle CBA$ este alungit;
- $\sphericalangle ABC$ este propriu;
- $\sphericalangle ABF$ este propriu;
- $F \in \text{Ext}(\widehat{DCE})$;
- $H \in \text{Int}(\widehat{GCE})$;
- $F \notin \text{Int}(\widehat{DCE})$.



- 14 Folosind raportorul, construiește un unghi cu măsura de: a) 60° ; b) 124° ; c) 90° ; d) 88° .

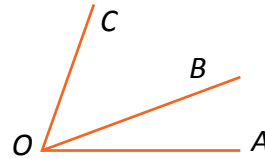
- 15 Dreptele AB și AC sunt perpendiculare, $AB = 3$ cm și $AC = 4$ cm. Realizați un desen respectând informațiile din enunț apoi determinați, prin măsurare, lungimea segmentului BC .

- 16 Desenează un unghi cu măsura de 60° și notează vârful său cu A . Pe una dintre laturi se consideră un punct B astfel încât $AB = 3$ cm, iar pe cealaltă latură se consideră un punct C astfel încât dreapta BC să fie perpendiculară pe dreapta AB . Stabilește, prin măsurare, lungimea segmentului AC .

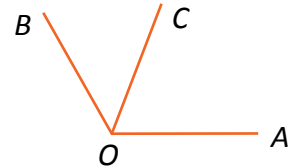
Măsura unui unghi, unghiuri congruente. Clasificări de unghiuri. Calcule cu măsuri de unghiuri (2)

Observă și descoperă!

- 1 În figura alăturată $\sphericalangle AOB = 20^\circ$ și $\sphericalangle BOC = 50^\circ$.
- Determină, prin măsurare, ce măsură are unghiul AOC.
 - Care este legătura dintre rezultatul obținut și măsurile celor două unghiuri?



- 2 În figura alăturată $\sphericalangle AOB = 120^\circ$ și $\sphericalangle BOC = 50^\circ$.
- Determină, prin măsurare, ce măsură are unghiul AOC.
 - Care este legătura dintre rezultatul obținut și măsurile celor două unghiuri?

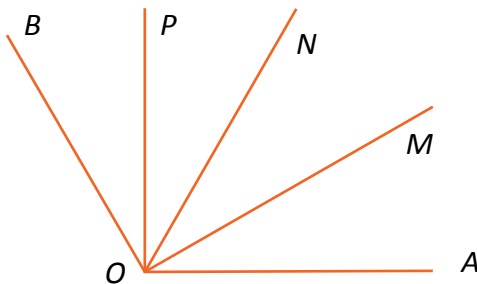


Portofoliu Așază desenul în portofoliul „Atelierul meu de geometrie”

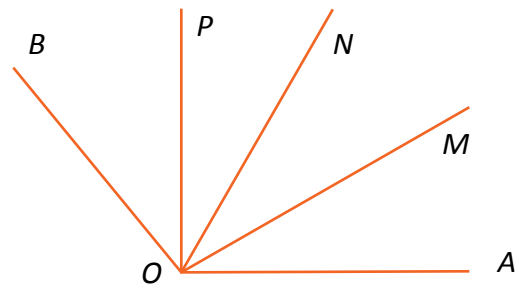
Desenează un unghi AOB cu măsura de 20° .

- Desenează acum unghiurile BOC și COD congruente cu unghiul AOB, semidreptele OA, OB, OC și OD sunt diferite. C nu este situat pe semidreapta OA și D nu este situat pe semidreapta OB. Ce măsură are unghiul AOD?
- De câte ori este mai mare măsura unghiului AOD decât măsura unghiului AOB?

- 3 În figura de mai jos $\sphericalangle AOB = 120^\circ$, iar unghiurile AOM, MON, NOP și POB sunt congruente. Fără a măsura poți spune câte grade are unghiul AOM?



- 4 În figura de mai jos $\sphericalangle AOB = 130^\circ$, iar unghiurile AOM, MON, NOP și POB sunt congruente. Fără a măsura poți spune câte grade are unghiul AOM?



Important

- Cu măsurile unghiurilor se pot face operații de adunare și de scădere.

$$\sphericalangle MON + \sphericalangle NOP = \sphericalangle MOP$$

$$25^\circ + 45^\circ = 70^\circ$$

$$\sphericalangle MOP - \sphericalangle NOP = \sphericalangle MON$$

$$70^\circ - 45^\circ = 25^\circ$$

- Dacă $\sphericalangle MON + \sphericalangle NOP = 180^\circ$, iar $\sphericalangle MON$ și $\sphericalangle NOP$ nu au puncte interioare comune, atunci punctele M , O și P sunt coliniare.
- Măsura unui unghi se poate înmulți cu un număr.

Exemplu:

$$\widehat{AOB} = 25^\circ \text{ și } \widehat{MNP} \text{ este de trei ori mai mare. } \widehat{MNP} = 3\widehat{AOB}; \widehat{MNP} = 3 \cdot 25^\circ = 75^\circ$$

- Măsura unui unghi se poate împărți la un număr.
- Deoarece la împărțire putem avea probleme (rămâne rest) este nevoie de submultipli pentru grad.
- Gradul sexagesimal are ca submultiplu **minutul de grad**.

$$1^\circ = 60' \text{ (un grad are șaizeci de minute)}$$

- Minutul de grad are ca submultiplu **secunda de grad**.

$$1' = 60'' \text{ (un minut are 60 de secunde)}$$

- Cum transformăm gradele în minute și minutele în grade?

Exemple:

Dacă un grad are șaizeci de minute, atunci 4 grade vor avea de patru ori mai multe minute.

$$4^\circ = 4 \cdot 60 = 240'$$

Dacă șaizeci de minute înseamnă un grad, atunci 240 de minute vor însemna de șaizeci de ori mai puține grade.

$$240' = 240 : 60 = 4^\circ$$

- La transformarea minutelor în grade poate rămâne rest.
- Cum împărțim un număr de grade la un număr natural atunci când rămâne rest?

$$130^\circ : 4 = 32^\circ 30'$$

1	3	0°	:	4	=	3	2°	3	0'
1	2								
=	1	0							
		8							
=	2°	=	1	2	0'				
				1	2				
			=	=					
							0'		



- Cum adunăm sau scădem măsurile de unghiuri exprimate în grade și minute.



$$23^\circ 47' + 54^\circ 52' = 78^\circ 39'$$

2	3°	4	7'	+															
5	4°	5	2'																
7	7°	9	9'																
7	8°	3	9'																



$$54^\circ 12' - 33^\circ 41' = 20^\circ 31'$$



$$24^\circ 46' \cdot 5 = 123^\circ 50'$$



$$124^\circ 42' : 3 = 41^\circ 34'$$

Exersează!

5 Asociază fiecărei valori din prima coloană valoarea corespunzătoare din coloana a doua.

Măsura unghiului AOB
în grade și minute

Măsura unghiului AOB
în minute

$28^{\circ}15'$

$3252'$

$48^{\circ}35'$

$3225'$

$108^{\circ}5'$

$1695'$

$2915'$

$54^{\circ}12'$

$6485'$

6 Asociază fiecărei valori din prima coloană valoarea corespunzătoare din coloana a doua.

Măsura unghiului AOB
în minute

Măsura unghiului AOB
în grade și minute

$3264'$

$107^{\circ}12'$

$10453'$

$54^{\circ}24'$

$6432'$

$174^{\circ}13'$

$3642'$

$60^{\circ}42'$

7 Efectuează:

a) $39^{\circ} + 41^{\circ}$;

f) $29^{\circ}40' - 13^{\circ}15'$;

k) $15^{\circ}13' \cdot 6$;

p) $14^{\circ}18' \cdot 5$;

b) $123^{\circ} - 47^{\circ}$;

g) $6^{\circ}24' \cdot 2$;

l) $30^{\circ}48' : 6$;

q) $135^{\circ}45' - 78^{\circ}37'$;

c) $24^{\circ} \cdot 5$;

h) $6^{\circ}24' : 3$;

m) $27^{\circ}14' + 72^{\circ}46'$;

r) $134^{\circ}26' : 2$;

d) $132^{\circ} : 3$;

i) $47^{\circ}47' + 42^{\circ}43'$;

n) $23^{\circ}14' \cdot 2$;

s) $105^{\circ}12' - 89^{\circ}58'$;

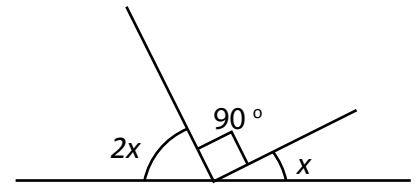
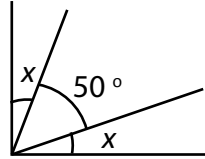
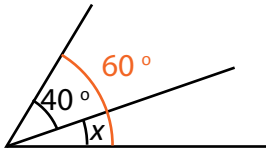
e) $14^{\circ}15' + 15^{\circ}14'$;

j) $6^{\circ} - 3^{\circ}54'$;

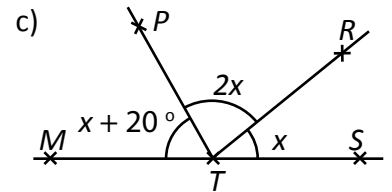
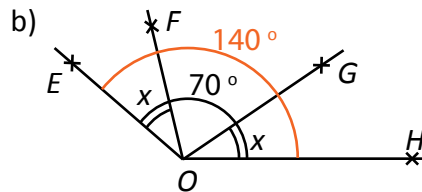
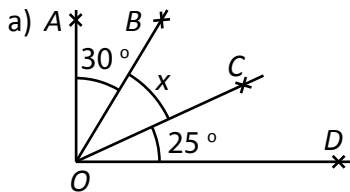
o) $73^{\circ}29' + 64^{\circ}37'$;

t) $103^{\circ}23' : 5$.

8 Folosind figurile de mai jos, determină x :



9 Folosind figurile de mai jos, determină x :



10 În Figura 1, $\sphericalangle ABD = 72^{\circ}23'$ și $\sphericalangle CBD = 107^{\circ}37'$. Sunt coliniare punctele A, B și C ? Justifică răspunsul dat.

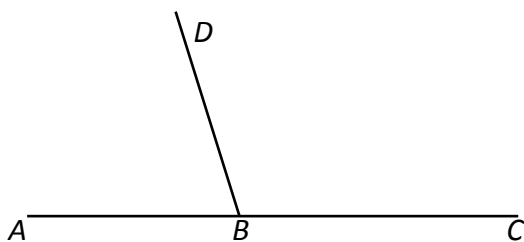


Figura 1

11 În Figura 2 $\sphericalangle ABD = 59^{\circ}49'$. Care este măsura unghiului DBC , dacă punctele A, B și C sunt coliniare?

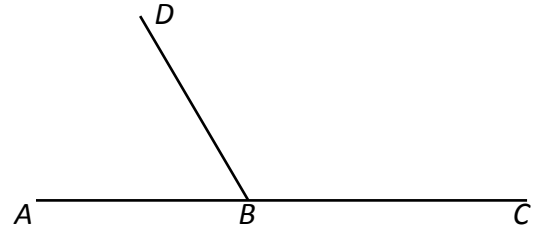
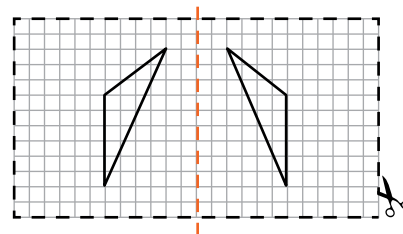
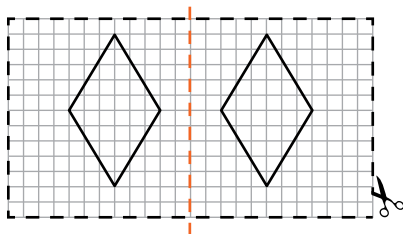
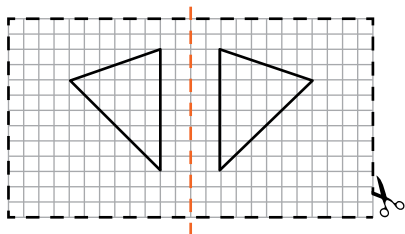


Figura 2

Figuri congruente. Axa de simetrie

Observă și descoperă!

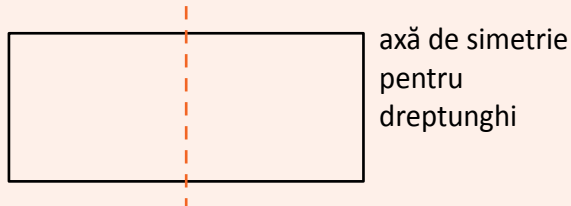
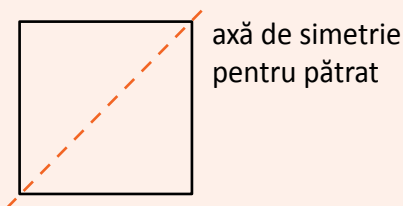
- 1 Desenează, pe o foaie de matematică, figurile de mai jos. Decupează foaia, apoi pliază după linia punctată. Ce observi?



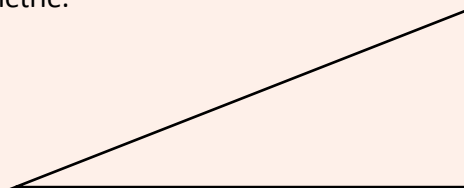
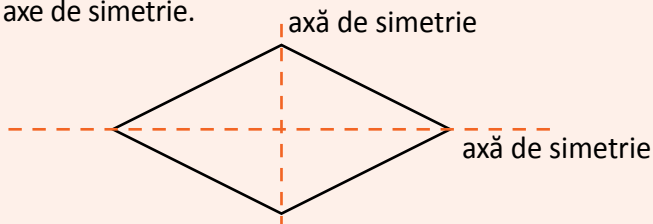
Important

- Figurile geometrice care prin suprapunere coincid se numesc **figuri congruente**.
- Putem obține o figură congruentă cu o figură dată prin plierea (îndoirea) colii de hârtie, pe care este proaspăt pictată figura, după o dreaptă oarecare din planul figurii.
- Dreapta după care se pliază coala de hârtie o numim **axă de simetrie**.
- Despre figurile astfel obținute spunem că sunt simetrice una față de cealaltă.
- Spunem că o figură geometrică are o axă de simetrie dacă există o dreaptă astfel încât atunci când pliem după acea dreaptă, cele două părți ale figurii geometrice coincid prin suprapunere.

Exemple:

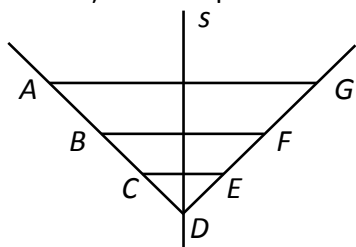


- O figură geometrică poate avea mai multe axe de simetrie.
- Există figuri geometrice care nu au axă de simetrie.

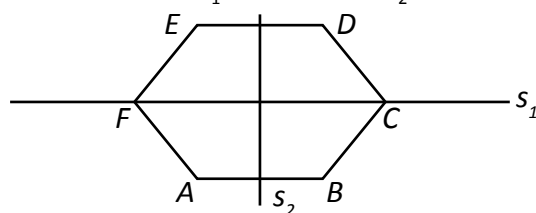


Exersează!

- 2 Observă figura de mai jos și scrie perechile de puncte simetrice față de dreapta s .



- 3 Folosind figura de mai jos scrie toate perechile de puncte și toate perechile de segmente simetrice față de: a) dreapta s_1 ; b) dreapta s_2 .



4 Copiază, în caietul tău, figurile de mai jos și desenează pentru fiecare simetricele lor față de dreapta s :

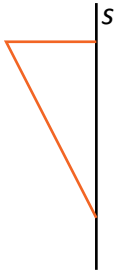


Figura 1



Figura 2

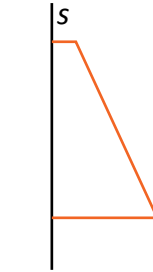


Figura 3

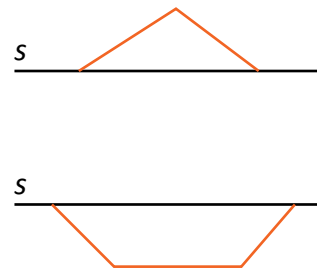


Figura 4

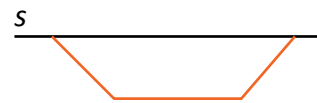


Figura 5

5 Pentru care dintre figurile de mai jos dreapta s este axă de simetrie?

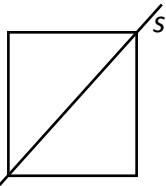


Figura 1

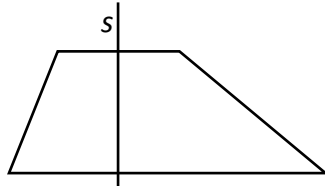


Figura 2

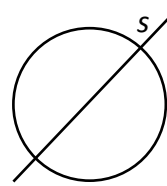


Figura 3

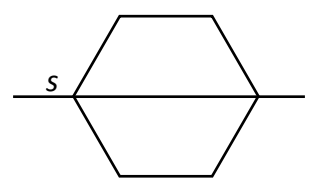


Figura 4

6 Copiază în caietul tău cele trei figuri de mai jos și trasează, pentru fiecare, axa de simetrie.

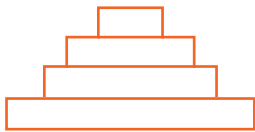


Figura 1



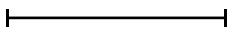
Figura 2



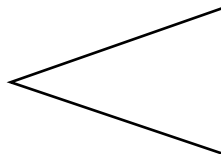
Figura 3

7 Este adevărat că drapelul Uniunii Europene admite o axă de simetrie? Caută, folosind Internetul, și numește încă trei drapele care admit axe de simetrie. Justifică răspunsul dat.

8 Copiază în caietul tău și trasează axele de simetrie ale figurilor:



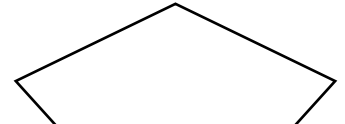
a)



b)



c)



d)

9 Care dintre desenele următoare reprezintă figuri simetrice față de dreapta s ?



a)



b)



c)

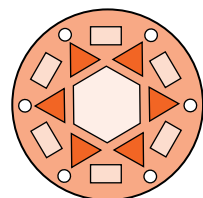


d)

Portofoliu Activitate practică. Așază desenul în portofoliul „Atelierul meu de geometrie”.

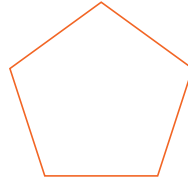
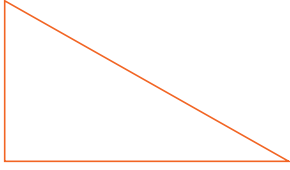
Mandala este un desen geometric bazat pe simetrie. Construiește și tu o mandala, astfel:

- decupează un cerc și marchează-i centrul;
- pornește din centru și desenează diferite figuri geometrice folosind simetria după propria imaginație;
- continuă să construiești figuri geometrice prin simetrie și colorează-le cu aceeași culoare.



Recapitulare

1 Câte unghiuri sunt reprezentate în fiecare din figurile de mai jos?

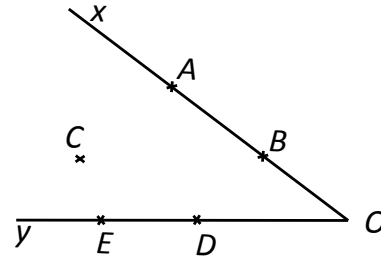


2 Câte unghiuri formează două drepte concurente?

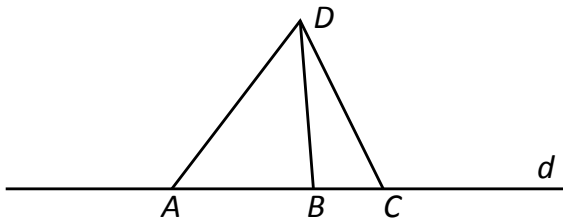
3 Un unghi este notat \widehat{MON} . Care este vârful său? Care sunt laturile?

4 Folosind figura alăturată, precizează care dintre notațiile următoare sunt corecte și care sunt incorecte pentru a denumi $\sphericalangle XOY$.

$\sphericalangle AOE$	Corect
$\sphericalangle DOA$	
$\sphericalangle AOB$	
$\sphericalangle COB$	
$\sphericalangle EOB$	



5 În figura de mai jos punctele A , B și C aparțin dreptei d , iar punctul D este exterior dreptei d .

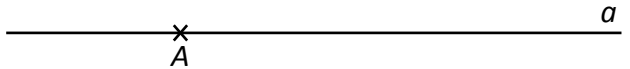


- Scrive toate unghiurile cu vârful în punctul D , care apar în figură.
- Scrive toate unghiurile improprii care au vârful în punctul B .
- Scrive toate unghiurile proprii care au vârful în punctul B .

6 Construiește o dreaptă d perpendiculară pe dreapta a din figura de mai jos.



7 Construiește o dreaptă perpendiculară pe dreapta a care să treacă prin punctul A .



8 Transformă în minute:

- | | | | |
|-----------------|------------------|----------------------|--------------------|
| a) 18° ; | c) 90° ; | e) $37^\circ 27'$; | g) $5^\circ 20'$; |
| b) 49° ; | d) 134° ; | f) $112^\circ 54'$; | h) $7^\circ 20'$. |

9 Transformă în grade și minute: a) $127'$; b) $79'$; c) $179'$; d) $111'$.

10 Suma măsurilor a două unghiuri este egală cu 90° . Determină măsurile celor două unghiuri, știind că una dintre măsuri este egală cu: a) o optime din cealaltă; b) triplul celeilalte; c) o șeptime din cealaltă.

11 Efectuează:

- | | | | |
|------------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------|-------------------------|
| a) $37^\circ 44' + 48^\circ 29'$; | c) $13^\circ 17' - 8^\circ 38'$; | e) $22^\circ 22' \cdot 2$; | g) $48^\circ 48' : 4$; |
| b) $67^\circ 39' + 28^\circ 47'$; | d) $12^\circ 3' - 9^\circ 45'$; | f) $22^\circ 22' \cdot 3$; | h) $50^\circ 24' : 7$. |

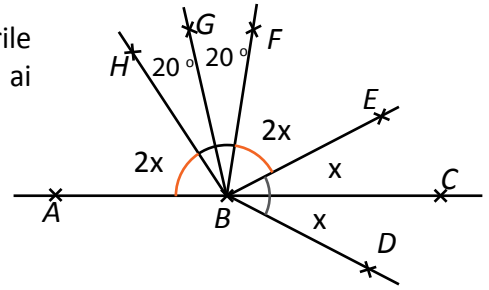
Joc În oglindă

Lucrați în perechi. Care este reflecția potrivită a formei aflate în stânga? Cine o colorează primul, câștigă!

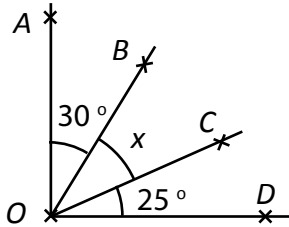


- 12 Desenează, folosind raportorul, două unghiuri AOB și BOC cu măsurile de 38° , respectiv 26° și calculează măsura unghiului AOC . (Atenție, ai două cazuri).

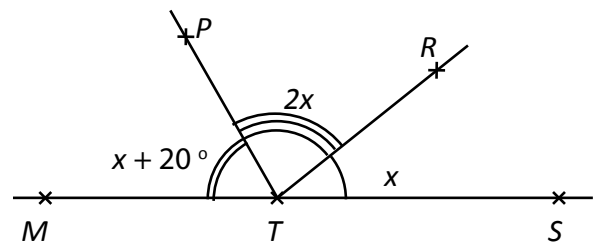
- 13 În figura alăturată punctele A, B și C sunt coliniare.
a) Scrie perechile de unghiuri congruente.
b) Determină măsura unghiului ABD .



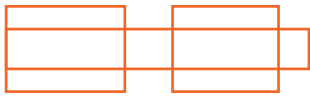
- 14 În figura de mai jos unghiul AOD este unghi drept. Determină x .



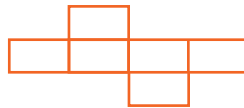
- 15 În figura de mai jos punctele M, T și S sunt coliniare. Determină x .



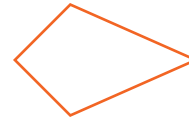
- 16 Care dintre figurile de mai jos admit o axă de simetrie?



a)



b)



c)



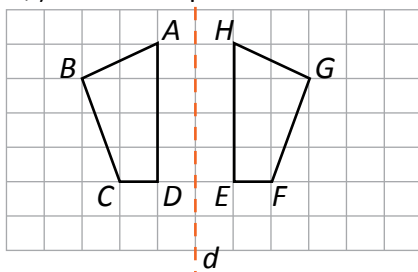
d)

- Trasează axa de simetrie, acolo unde e cazul.

- 17 Se consideră unghiul AOB cu măsura de 60° și $OA = OB = 4$ cm, iar P un punct situat în interiorul unghiului AOB astfel încât $\sphericalangle AOP = 30^\circ$. Notăm cu M punctul de intersecție a dreptei OP cu dreapta AB . Realizează un desen corespunzător enunțului, respectând dimensiunile date. Măsoară unghiurile AMO și MBO .

- Stabilește prin măsurare dacă dreapta OP este perpendiculară pe dreapta AB .

- 18 Identifică perechile de unghiuri congruente din figura de mai jos, știind că dreapta d este axă de simetrie.



- 19 Care dintre literele următoare are o axă de simetrie M, A, L? Găsește toate literele care au o axă de simetrie.

- 20 Acesta este cifrul care deschide camera de la Camera enigmelor. Descoperă-l.



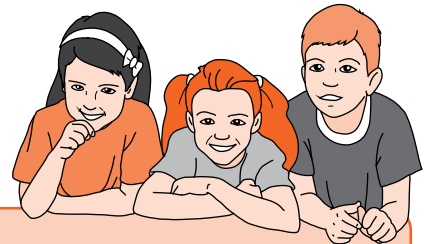
- 21 În figura alăturată este o carte de vizită.

- Descoperă numele, ocupația și numărul de telefon al persoanei de pe cartea de vizită.

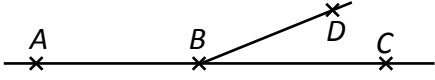
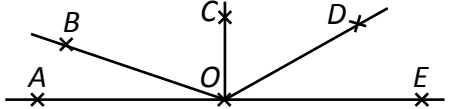
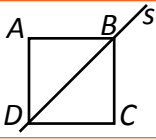
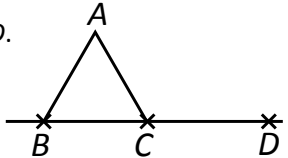
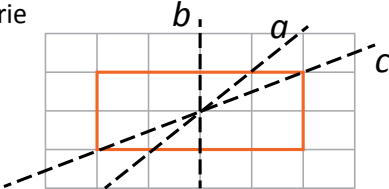
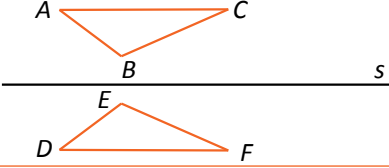
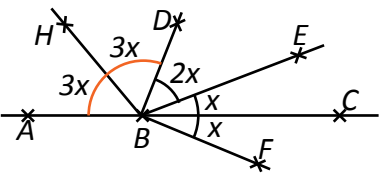
Indicație: Fiecare caracter este „dublat” de o axă de simetrie.



Evaluare



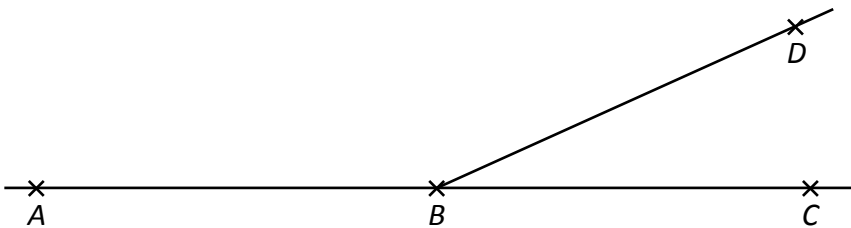
Tim de lucru: 50 de minute

10p	Din oficiu												
10p	1.	În figura alăturată punctele A , B și C sunt coliniare. Citește enunțurile și completează spațiile punctate: a) $\sphericalangle ABC$ se numește unghi b) $\sphericalangle BAC$ se numește unghi											
													
10p	2.	Scrive toate unghiurile proprii din desenul alăturat.											
													
10p	3.	Identifică, pe figura alăturată, cel puțin două perechi de unghiuri congruente. Scrive-le.											
													
10p	4.a.	În figura alăturată este construită o dreaptă a . Construiește o dreaptă b perpendiculară pe dreapta a și apoi o dreaptă c perpendiculară pe dreapta b . _____ a											
20p	4.b.	Unește fiecare dintre operațiile din coloana A cu rezultatul corespunzător din coloana B .											
		<table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <thead> <tr><th>A</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>$42^\circ 24' + 24^\circ 42'$</td></tr> <tr><td>$42^\circ 24' - 24^\circ 42'$</td></tr> <tr><td>$42^\circ 24'' \cdot 3$</td></tr> <tr><td>$42^\circ 24' : 4$</td></tr> </tbody> </table> <table border="1" style="display: inline-table;"> <thead> <tr><th>B</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>$127^\circ 12'$</td></tr> <tr><td>$10^\circ 36'$</td></tr> <tr><td>$67^\circ 6'$</td></tr> <tr><td>$18^\circ 18'$</td></tr> <tr><td>$17^\circ 42'$</td></tr> </tbody> </table>	A	$42^\circ 24' + 24^\circ 42'$	$42^\circ 24' - 24^\circ 42'$	$42^\circ 24'' \cdot 3$	$42^\circ 24' : 4$	B	$127^\circ 12'$	$10^\circ 36'$	$67^\circ 6'$	$18^\circ 18'$	$17^\circ 42'$
A													
$42^\circ 24' + 24^\circ 42'$													
$42^\circ 24' - 24^\circ 42'$													
$42^\circ 24'' \cdot 3$													
$42^\circ 24' : 4$													
B													
$127^\circ 12'$													
$10^\circ 36'$													
$67^\circ 6'$													
$18^\circ 18'$													
$17^\circ 42'$													
5p	5.	În figura alăturată punctele B , C și D sunt coliniare. Folosind un raportor, determină măsurile unghiurilor ABC , BAC și ACD . Scrive-le.											
													
5p	6.	Care dintre dreptele a , b și c sunt axe de simetrie pentru dreptunghiul din figura alăturată?											
													
5p	7.	Citește și completează în casetă. În figura alăturată cele două triunghiuri sunt simetrice față de dreapta s . Dacă $\sphericalangle ACB = 25^\circ$, atunci $\sphericalangle EFD =$ <input type="text"/>											
													
5p	8.	Se consideră unghiul drept AOB cu $OA = OB$. Determină, prin măsurare, câte grade are unghiul ABO .											
10p	9.	În figura alăturată punctele A , B și C sunt coliniare. a) Scrive trei perechi de unghiuri congruente. b) Determină măsura $\sphericalangle ABF$.											
													

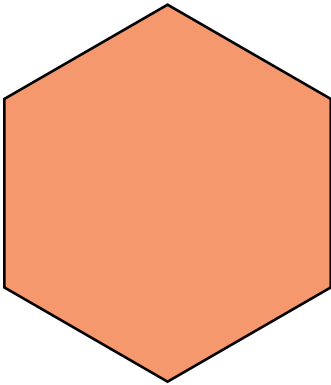
Exersezi și progresezi!

- 1 a) Măsura unui unghi nul este egală cu °.
 b) Măsura unui unghi drept este egală cu °.
 c) Măsura unui unghi alungit este egală cu °.
- 2 a) Dacă suma măsurilor a trei unghiuri congruente este de 360° , atunci fiecare unghi are măsura de °.
 b) Dacă împărțim un unghi alungit în opt unghiuri congruente, atunci fiecare dintre cele opt unghiuri va avea măsura de °.
 c) Dacă suma măsurilor a două unghiuri este de 180° , iar unul dintre ele are măsura egală cu dublul măsurii celuilalt, atunci măsura unghiului ascuțit este de °.

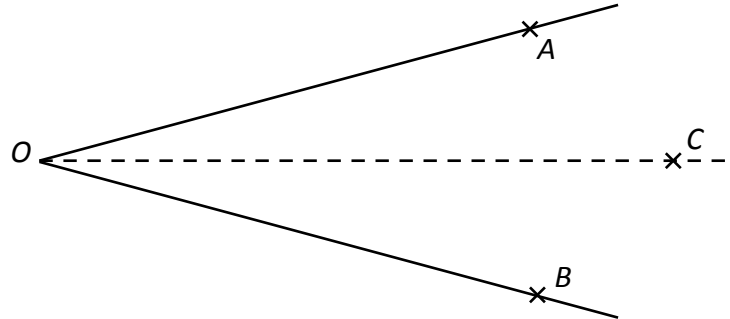
- 3 În figura de mai jos $\sphericalangle ABD = 153^\circ 27'$ și $\sphericalangle CBD = 26^\circ 33'$. Stabilește dacă punctele A, B și C sunt coliniare.



- 4 Trasează toate axele de simetrie ale desenului din figura de mai jos.



- 5 În figura de mai jos, semidreapta punctată OC reprezintă axa de simetrie a unghiului AOB .



Determină măsura $\sphericalangle AOB$, știind că $\sphericalangle AOC = 14^\circ 30'$.

- 6 Efectuează următoarele calcule:

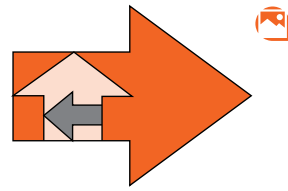
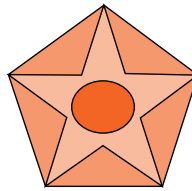
- a) $23^\circ 10' + 31^\circ 2' + 10^\circ 23'$;
 b) $175^\circ - 134^\circ 20' + 6^\circ 30' : 3 \cdot 2$;
 c) $(1^\circ + 2^\circ + 3^\circ + \dots + 13^\circ) - 90^\circ$;
 d) $(1^\circ + 2^\circ + 3^\circ + \dots + 14^\circ) : 21 + 85^\circ$;
 e) $1^\circ 1' + 2^\circ 2' + 3^\circ 3' + \dots + 16^\circ 16'$;
 f) $180^\circ - (2^\circ 2' + 22^\circ 22' - 24^\circ 24') - (40^\circ 40' - 40')$.

- 7 Calculează:

- a) 10 % din $1^\circ =$ ';
 b) 25 % din $3^\circ =$ ';
 c) 35 % din $1^\circ =$ ';
 d) 15 % din $13^\circ 20' =$ ';
 e) 36 % din $15^\circ =$ ';
 f) 1 % din $5^\circ =$ '.

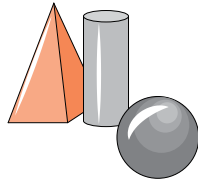
- 8 Se consideră unghiul AOB cu măsura egală cu 60° și $OA = OB$. Folosind raportorul, determină măsurile unghiurilor ABO și BAO .

- 9 **Lucrați în perechi.** Câte unghiuri cu măsura mai mică decât 90° observați în figurile alăturate?



Portofoliu

Prezintă portofoliul *Atelierul meu de geometrie*.



Autoevaluare

- Portofoliul conține piesele recomandate?
- Piesele respectă cerințele de realizare?
- Aspectul este îngrijit?

- 10 Desenează un triunghi și măsoară cele trei unghiuri. Calculează apoi suma măsurilor unghiurilor. Repetă procedeul pentru un alt triunghi. Ce observi?

- 11 Se consideră unghiul AOB cu măsura egală cu 30° astfel încât măsura unghiului OAB este de 60° . Folosind raportorul, determină măsura unghiului ABO .

- 12 Desenează un unghi ABC cu măsura egală cu 120° și $AB = BC = 2$ cm. Construiește apoi unghiul BCD cu măsura egală cu 120° , $CD = BC$ și $D \in \text{Int } \widehat{ABC}$. Desenează acum unghiul CDE cu măsura tot de 120° , $DE = CD$ și $E \in \text{Int } \widehat{DCB}$. Din nou, construiește unghiul DEF cu aceeași măsură de 120° , $DE = EF$ și $F \in \text{Int } \widehat{CDE}$. Dacă dorim acum să construim unghiul EFG , cu măsura egală cu 120° , $EF = FG$ și $G \in \text{Int } \widehat{DEF}$, ce poți spune despre punctele A și G ?

- 13 Desenează un unghi AOB cu măsura egală cu 60° . Poți desena o dreaptă d , astfel încât reflexia unghiului AOB față de dreapta d să fie tot unghiul AOB ? Dacă răspunsul este da și C este un punct de pe dreapta d , astfel încât C să fie în interiorul unghiului AOB , atunci, folosind raportorul, măsoară unghiurile AOC și COB . Ce observi? Ce se întâmplă dacă măsura unghiului AOB este de 90° ? Dar dacă este de 180° ?

- 14 Dacă 14 unghiuri au măsura exprimată printr-un număr natural de grade, iar suma măsurilor tuturor acestor 14 unghiuri este de 90° , demonstrează că există cel puțin două din cele 14 care sunt congruente.

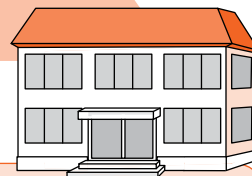
- 15 Dorim să acoperim unghiul de 180° cu mai multe unghiuri cu aceeași origine, de diferite mărimi, în felul următor: începem cu un unghi de 1° , apoi desenăm un alt unghi cu măsura de 2° , apoi de 3° , ș.a.m.d, astfel încât interioarele a două unghiuri consecutiv desenate nu au nimic în comun, iar una dintre laturile ultimului unghi desenat devine una dintre laturile noului unghi desenat. Ne vom opri din desenat atunci când suma măsurilor unghiurilor desenate este de cel puțin 180° . Ce măsură are ultimul unghi desenat? Dar dacă începem cu $1'$, apoi $2'$, apoi $3'$, ș.a.m.d., ce măsură va avea ultimul unghi desenat?

- 16 Suma măsurilor a 5 unghiuri este de 153° . Dacă primul unghi are o măsură de 2 ori mai mică decât măsura celui de-al doilea, al doilea unghi are o măsură de trei ori mai mică decât măsura celui de-al treilea, iar al treilea unghi are o măsură de patru ori mai mică decât cea a celui de-al patrulea unghi, să se determine măsurile acestor unghiuri, cunoscând faptul că ultimul unghi are măsura de cinci ori mai mare decât măsura celui de-al patrulea unghi.

- 210 17 Câte unghiuri ascuțite au măsura exprimată printr-un număr natural de grade?

UNITĂȚI DE MĂSURĂ

15



MATEMATICA ÎN CURTEA ȘCOLII

Vei identifica noțiunile geometrice elementare și unitățile de măsură în diferite contexte:

- vei alege unitatea de măsură pentru estimarea lungimilor ariilor și volumelor în diferite situații practice.

Vei utiliza instrumentele geometrice pentru a măsura sau pentru a construi configurații geometrice:

- vei măsura lungimi pe modele sau obiecte din realitatea înconjurătoare utilizând instrumente de măsură adecvate;
- vei aplica metode practice pentru măsurarea perimetrelor pe modele sau obiecte din realitatea înconjurătoare;
- vei estima volumul/capacitatea unui corp.

Vei determina perimetre, arii (pătrat, dreptunghi) și volume (cub, paralelipiped dreptunghic) și le vei exprima în unități de măsură corespunzătoare:

- vei transforma unități de măsură standard folosind fracții zecimale;
- vei calcula perimetrele unor figuri geometrice, evidențiind intuitiv perimetrul;
- vei determina aria unui pătrat sau dreptunghi, utilizând rețeaua de pătrate cu lungimea laturii de 1;
- vei aplica formula pentru aria unui pătrat sau a unui dreptunghi;
- vei determina volumul unui cub sau al unui paralelipiped dreptunghic, utilizând rețeaua de cuburi cu lungimea muchiei egală cu 1;
- vei aplica formula pentru volumul cubului și al paralelipipedului dreptunghic.

Vei transpune în limbaj specific unele probleme practice referitoare la perimetre, arii, volume, utilizând transformarea convenabilă a unităților de măsură:

- vei compara distanțe, lungimi, perimetre, arii și volume exprimate prin unități de măsură diferite.
- vei descrie reprezentări geometrice în situații practice, utilizând limbaj specific.

Vei interpreta prin recunoașterea elementelor, a măsurilor lor și a relațiilor dintre ele, unele configurații geometrice dintr-o problemă dată:

- vei determina ariile unor suprafețe în contexte reale, utilizând carioaje/pavaje;
- vei estima aria unei piese de pavaj atunci când cunoști aria suprafeței și numărul de piese;
- vei estima lungimi, arii, volume pentru obiecte din mediu înconjurător;
- vei estima capacitatea unui vas prin raportare la capacitatea altui vas ca activitate practică sau lecție demonstrativă utilizând calculatorul.

Vei analiza unele problemele practice care includ elemente de geometrie studiate, cu referire la unități de măsură și la interpretarea rezultatelor:

- vei alege etalonul adecvat pentru activități practice referitoare la lungimi, arii, volume, capacități;
- vei stabili legături, în contexte reale, între diferite tipuri de măsurători;
- vei aplica în situații practice elemente de geometrie pentru a obține un răspuns la o problemă deschisă.

Unități de măsură pentru lungime, transformări. Perimetre

Amintește-ți!

1 Completează spațiile punctate, folosind cuvintele potrivite:

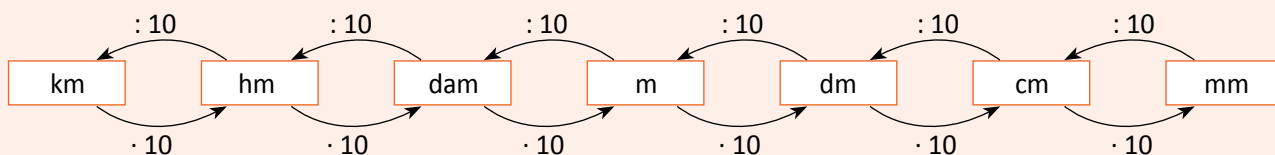
- pentru a exprima distanța dintre două localități folosim ca unitate de măsură ;
- pentru a preciza înălțimea unei persoane folosim ca unitate de măsură ;
- pentru a exprima grosimea unui creion folosim ca unitate de măsură ;
- lungimea unui gard care delimitează un teren în formă de dreptunghi reprezintă dreptunghiului.



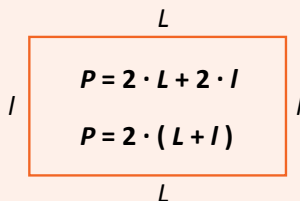
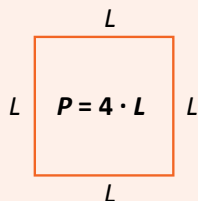
Important

- În sistemul internațional de unități de măsură, unitatea principală pentru lungime este **metrul (m)**.
- Metrul are multipli și submultipli.

Denumirea unității de măsură	kilometrul	hectometrul	decametrul	metrul	decimetrul	centimetrul	milimetrul
Prescurtarea	km	hm	dam	m	dm	cm	mm



- Suma lungimilor laturilor unui poligon este **perimetrul poligonului (P)**.



1 km = 10 hm = 100 dam = 1 000 m
 1 m = 10 dm = 100 cm = 1 000 mm
 1 m = 0,1 dam = 0,01 hm = 0,001 km
 1 mm = 0,1 cm = 0,01 dm = 0,001 m

Exersează!

2 Care este cea mai potrivită unitate de măsură pentru a determina:

- lungimea unui creion;
- distanța de la București până la Iași;
- grosimea unui geam termopan;
- înălțimea unui munte;
- dimensiunile unei cărți.



3 Transformă în metri:

- 7 dam;
- 350 dm;
- 57 000 mm;
- 0,5 km;
- 750 cm;
- 5,7 dm.

4 Completează:

- 1 m = dm;
- 1 km = m;
- 1 dam = m;
- 1 cm = mm;

- 1 m = mm;
- 1 dm = cm;
- 1 km = hm;
- 1 dm = m;

- 1 km = dm;
- 1 hm = m;
- 3 km = mm;
- 5 hm = km.

5 Transformă 370 m în:

- dm;
- dam;
- hm;
- cm;
- km;
- mm.

6 Copiază și completează:

a) $3,6 \text{ m} = \square \text{ dm}$
 $470 \text{ dm} = \square \text{ m}$
 $7 \text{ dm și } 8 \text{ cm} = \square \text{ cm}$
 $3,6 \text{ m} = \square \text{ cm}$

b) $1 \text{ m} = \square \text{ mm}$
 $1 \text{ dm} = \square \text{ cm}$
 $1 \text{ km} = \square \text{ hm}$
 $1 \text{ dm} = \square \text{ m}$

c) $1 \text{ km} = \square \text{ dm}$
 $1 \text{ hm} = \square \text{ m}$
 $3 \text{ km} = \square \text{ mm}$
 $5 \text{ hm} = \square \text{ km}$

7 Copiază și completează:

a) $\frac{1}{5} \text{ m} = \square \text{ cm}$
 $\frac{1}{10} \text{ m} = \square \text{ cm}$
 $\frac{1}{8} \text{ m} = \square \text{ cm}$

b) $\frac{1}{5} \text{ km} = \square \text{ m}$
 $\frac{1}{2} \text{ km} = \square \text{ m}$
 $\frac{1}{4} \text{ km} = \square \text{ m}$

c) $\frac{5}{4} \text{ m} = \square \text{ cm}$
 $\frac{5}{4} \text{ km} = \square \text{ m}$
 $\frac{1}{4} \text{ m} = \square \text{ dm}$

8 Transformă în kilometri:

a) $3\ 600 \text{ m}$
 $3\ 200 \text{ dam}$
 80 hm

b) $75,27 \text{ dam}$
 738 m
 $3\ 700 \text{ dm}$

c) $60,35 \text{ mm}$
 600 cm
 $3,6 \text{ dm}$

9 Transformă:

a) $4,5 \text{ mm}$ în dm;
 b) $\frac{1}{100} \text{ km}$ în m;
 c) $\frac{289}{500} \text{ hm}$ în cm;

d) $0,003 \text{ dam}$ în dm;
 e) $\frac{43}{125} \text{ km}$ în m;
 f) $\frac{17}{25} \text{ m}$ în cm.

10 Copiază și completează:

a) $35 \text{ m} + 50 \text{ dm} = \square \text{ m}$; e) $34 \text{ dm} + 8 \text{ m} = \square \text{ m}$;
 b) $37 \text{ hm} + 3,5 \text{ km} = \square \text{ km}$;
 c) $\frac{3}{8} \text{ km} + \frac{7}{2} \text{ dam} + \frac{5}{4} \text{ hm} = \square \text{ m}$;
 d) $17 \text{ m} + 70 \text{ cm} = \square \text{ dam}$;
 f) $530 \text{ mm} + 6 \text{ dm} = \square \text{ m}$;
 g) $\frac{3}{4} \text{ m} + \frac{2}{5} \text{ dm} + 0,5 \text{ cm} = \square \text{ cm}$;
 h) $65 \text{ hm} + 3 \text{ km} = \square \text{ km}$.



11 Pentru împodobirea clasei în vederea sfârșitului de an școlar, elevii din clasa a V-a vor să cumpere o beteață pe care să o pună de jur împrejurul tablei. Explică ce au de făcut. Câți metri de beteață trebuie să cumpere, dacă dimensiunile tablei sunt de 1,20 m, respectiv de 2,40 m.

12 Un triunghi are o latură de 35 m și alta de 2,7 dam. Câți metri are a treia latură, dacă perimetrul este egal cu 101 m?

13 Un triunghi are perimetrul 84 dm. Una din laturi este de 41 dm, iar celelalte două au lungimi egale. Determină lungimile lor.

14 Calculează (în cm) perimetrul dreptunghiului cu dimensiunile:

a) 9 cm și 5 cm; b) 11 cm și 8,5 cm; c) 0,07 m și 0,36 dm; d) 12 m și $\frac{13}{5} \text{ cm}$.

15 Perimetrul unui dreptunghi este de 80 m.

Determină dimensiunile dreptunghiului, știind că:

- a) lungimea este triplul lățimii;
 b) lățimea este de 4 ori mai mică decât lungimea;
 c) lungimea este de 7 ori mai mare decât lățimea;
 d) diferența dintre lungime și lățime este de 20 m;
 e) lățimea reprezintă $\frac{2}{3}$ din lungime.

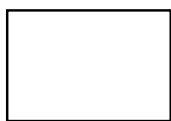
Portofoliu

Activitate practică. Pentru jocul de badminton terenul este un dreptunghi cu lungimea de 13,40 m și lățimea de 5,18 m. Folosind instrumente potrivite trasează cu creta, în curtea școlii, un teren de badminton. Fotografiază terenul. Așază fotografiile în portofoliul tău *Măsurare și măsuri*.

Unități de măsură pentru arie, transformări. Aria pătratului și aria dreptunghiului

Amintește-ți!

1 Observă desenele de mai jos, apoi răspunde la întrebări.



a



b

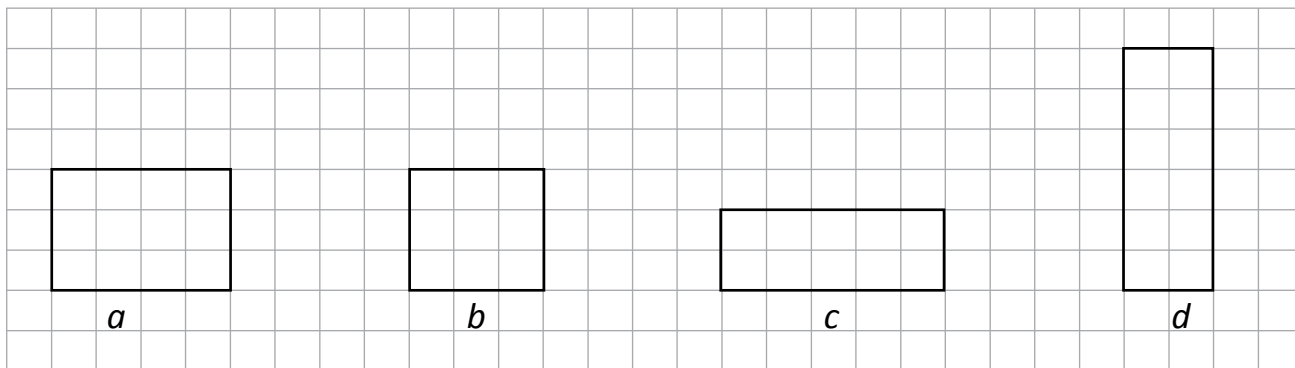


c



d

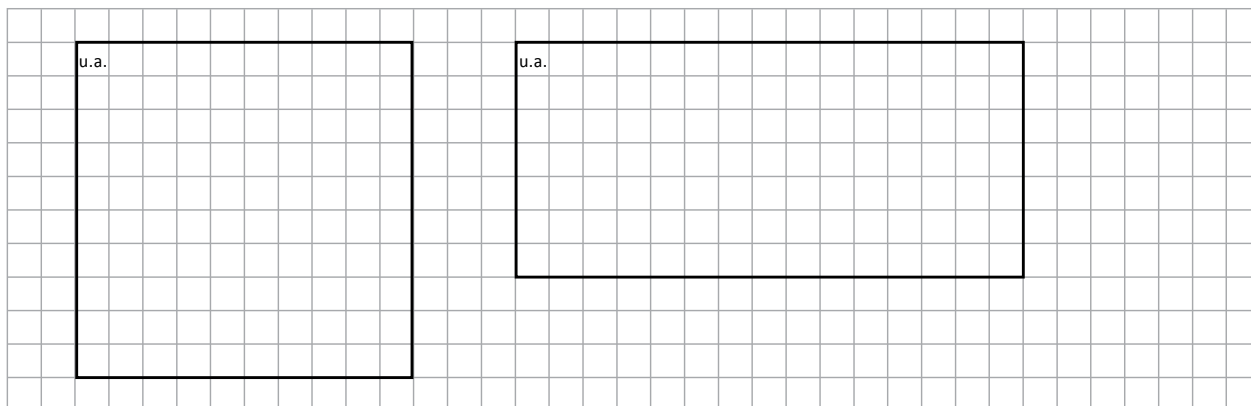
- Care dintre poligoanele de mai sus delimitează cea mai mare suprafață? Dar cea mai mică?
- Folosind desenul de mai sus, poți spune cu cât este mai mare suprafața *a* decât suprafața *b*?
- Folosește desenul de mai jos pentru a verifica dacă ai răspuns corect la prima întrebare.
- Dacă folosești desenul de mai jos, poți spune cu cât este mai mare suprafața *a* decât suprafața *b*?



- Ce te-a ajutat să răspunzi corect la ultimele două întrebări?

Observă și descoperă!

2 **Lucreți în perechi.** Curtea școlii este pavată cu dale în formă de pătrat, de aceeași dimensiune. În curte sunt marcate printr-un pătrat locul de adunare în caz de incendiu și printr-un dreptunghi terenul de tenis. Folosind ca unitate de arie o dală din pavaj, trebuie să numărați câte dale conțin fiecare din suprafețele marcate. Găsiți o metodă rapidă de numărare a dalelor.





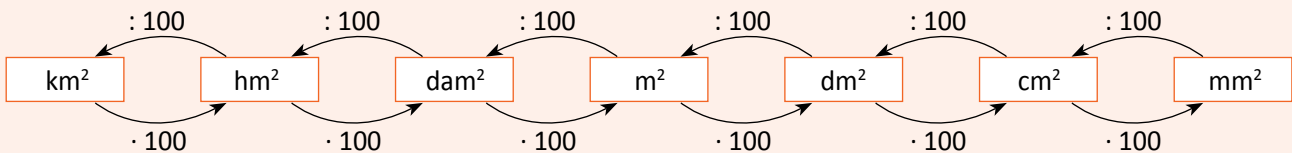
Important

- Oricărei suprafețe îi putem asocia un număr care să arate de câte ori o suprafață aleasă de noi și numită unitate de arie se cuprinde în suprafața dată. Acest număr se numește **aria suprafeței (A)**.

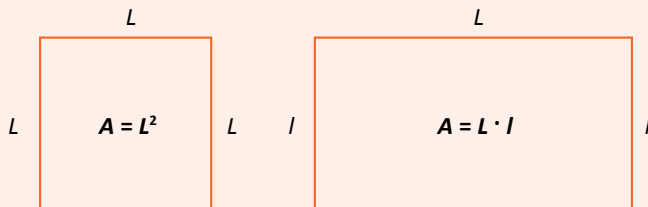
Exemplu: În situația de mai sus (*Amintește-ți!*) putem folosi drept unitate de arie o pătrăciță de caiet. Atunci suprafața a are aria 12 unități de arie ($A_a = 12$ unități de arie), suprafața b are 9 unități de arie ($A_b = 9$ unități de arie) etc.

- În sistemul internațional de unități de măsură, unitatea principală pentru arie este **metrul pătrat (m^2)**.
- Metrul pătrat este suprafața pe care o ocupă un pătrat cu latura de un metru.
- Metrul pătrat are multipli și submultipli.

Denumirea unității de măsură	kilometrul pătrat	hectometrul pătrat (hectar)	decametrul pătrat (ar)	metrul pătrat	decimetrul pătrat	centimetrul pătrat	milimetrul pătrat
Prescurtarea	km^2	hm^2 (ha)	dam^2 (ar)	m^2	dm^2	cm^2	mm^2



- Pentru pătrat și dreptunghi aria se poate calcula pe baza unei formule.



$$1 \text{ km}^2 = 100 \text{ hm}^2 = 10\,000 \text{ dam}^2 = 1\,000\,000 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2 = 1\,000\,000 \text{ mm}^2$$

$$1 \text{ m}^2 = 0,01 \text{ dam}^2 = 0,0001 \text{ hm}^2 = 0,000001 \text{ km}^2$$

$$1 \text{ mm}^2 = 0,01 \text{ cm}^2 = 0,0001 \text{ dm}^2 = 0,000001 \text{ m}^2$$

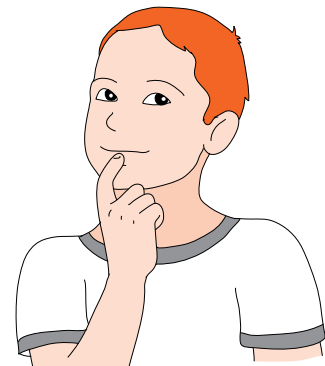
Exersează!

- 3 Alege unitatea de măsură cea mai potrivită pentru a exprima:

- aria sălii de clasă;
- aria unei coli de hârtie;
- aria unei unghii;
- aria terenurilor deținute de o fermă agricolă;
- aria suprafeței unei țări.

- 4 Transformă în m^2 :

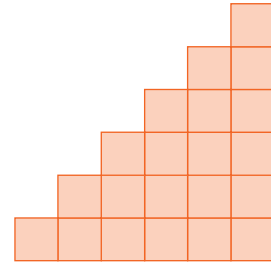
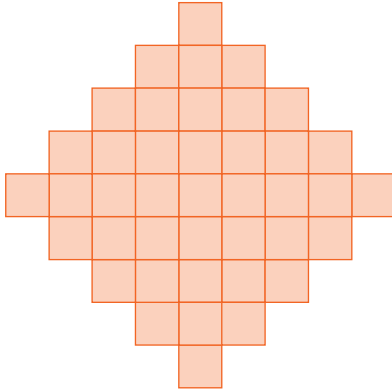
- 7 dam^2 ;
- $1\,200 \text{ dm}^2$;
- 9 hm^2 ;
- 5 km^2 ;
- $230\,000 \text{ cm}^2$;
- $13\,000\,000 \text{ mm}^2$.



- 5 Transformă 600 m^2 în:
a) dam^2 ; b) ha; c) dm^2 ; d) km^2 ; e) cm^2 ; f) mm^2 .
- 6 Transformă în hectare:
a) 5 km^2 ; b) 2 300 ari; c) $37\,000 \text{ m}^2$; d) $27\,000\,000 \text{ cm}^2$; e) $470\,000 \text{ dm}^2$.
- 7 Transformă 64 ha în:
a) m^2 ; b) km^2 ; c) dam^2 ; d) dm^2 .
- 8 Calculează aria pătratului cu latura de:
a) 6 m; b) 1,5 m; c) $\frac{7}{2} \text{ m}$; d) 0,5 dam.
- 9 Câte hectare are o suprafață în formă de pătrat cu latura de 12 m?
- 10 Calculează (în m^2) aria unui pătrat care are perimetrul de:
a) 12 m; b) 1 m; c) 36 cm; d) 14 cm.
- 11 Calculează (în m) perimetrul unui pătrat cu aria de:
a) 9 m^2 ; b) $0,36 \text{ m}^2$; c) 16 ha; d) 25 ari.
- 12 Cum se modifică aria pătratului dacă latura: a) se dublează; b) se triplează; c) se înjumătățește?
- 13 Curtea unei școli are forma unui dreptunghi cu lungime de 36 m și lățimea de 20 m. În curte se construiește un chioșc alimentar în formă de dreptunghi cu lățimea de 3,5 m și lungimea de 6 m. Cât va fi acum aria curții?
- 14 Calculează aria unui dreptunghi, dacă:
a) perimetrul dreptunghiului este de 32 cm, iar lungimea este de 7 ori mai mare decât lățimea;
b) perimetrul dreptunghiului este de 72 cm, iar lățimea este de 11 ori mai mică decât lungimea;
c) perimetrul dreptunghiului este de 120 cm, iar lățimea reprezintă $\frac{3}{7}$ din lungime.
- 15 Un dreptunghi are dimensiunile de 12 cm și 8 cm. Cum se modifică aria dreptunghiului dacă:
a) lungimea se mărește cu 3 cm, iar lățimea se micșorează cu 3 cm;
b) lungimea se mărește cu $\frac{2}{3}$ din ea, iar lățimea se micșorează cu $\frac{1}{4}$ din ea?
- 16 Un dreptunghi cu lățimea de 10 cm și lungimea de 18 cm are același perimetru cu un pătrat. Care dintre cele două patrulatere are aria mai mare?
- 17 Holul unei școli are forma unui dreptunghi. El se acoperă cu plăci întregi de gresie în formă de pătrat cu latura de 33 cm. Care este aria holului, exprimată în metri pătrați, știind că se folosesc 1 200 de plăci întregi?
- 18 Curtea unei școli are forma unui pătrat cu latura de 40 m. Se pavează cu dale de beton în formă de dreptunghi cu lungimea de 50 cm și lățimea de 40 cm. Câte plăci sunt necesare pentru a acoperi întreaga suprafață?



- 19 Calculează ariile suprafețelor reprezentate mai jos, știind că sunt acoperite cu pătrățele având, fiecare, latura de 0,5 cm.



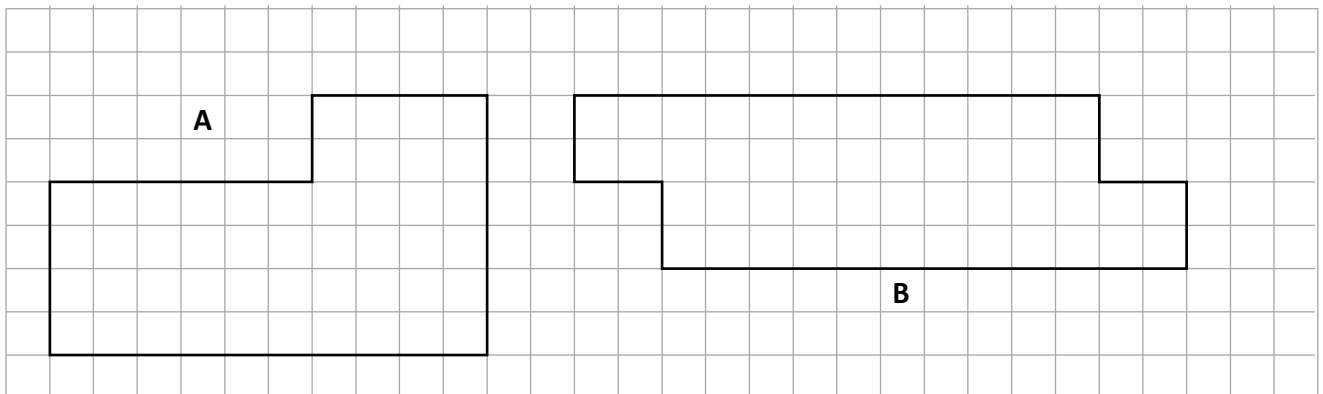
- 20 Reprodu și completează tabelul de mai jos pentru un dreptunghi cu perimetrul de 20 m.

AB (m)	BC (m)	Aria lui ABCD (m ²)
1		
2		
3		
4		
5		

- În care caz se obține cea mai mare arie?

- 21 Ana trebuie să încadreze un lot de teren în formă de dreptunghi sau pătrat. Pentru aceasta folosește o sfoară cu lungimea de 100 de metri. Cum va așeza Ana sfoara pentru a obține o suprafață cu cea mai mare arie și câți metri pătrați va avea această arie?

- 22 Împarte suprafața **A** în trei suprafețe de aceeași formă și cu aceeași arie, iar suprafața **B** în patru suprafețe de aceeași formă și cu aceeași arie.



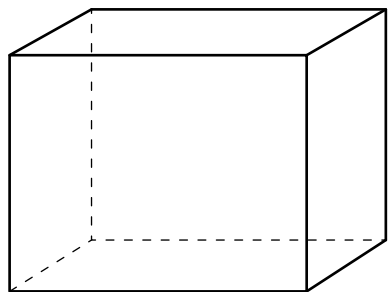
Portofoliu

Activitate practică. Lucrați în perechi. Folosind instrumente de măsură potrivite și efectuând măsurătorile necesare, determinați aria holului de la parterul școlii voastre. Realizați o machetă a acestui hol, respectând proporțiile. Așază macheta în portofoliul tău *Măsurare și măsurii*.

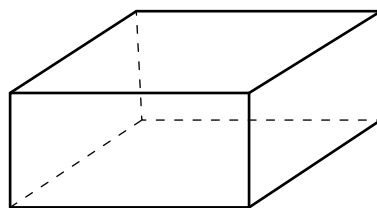
Unități de măsură pentru volum, transformări. Volumul cubului și volumul paralelipipedului dreptunghic

Amintește-ți!

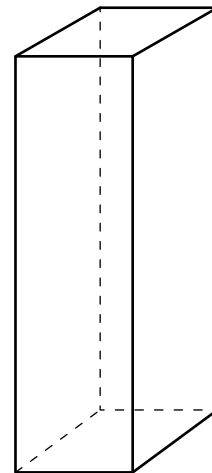
1 Observă desenele de mai jos, apoi răspunde la întrebări.



a

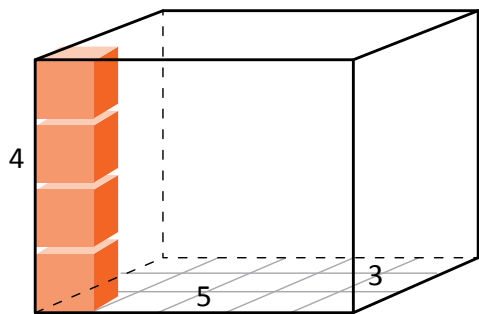


b

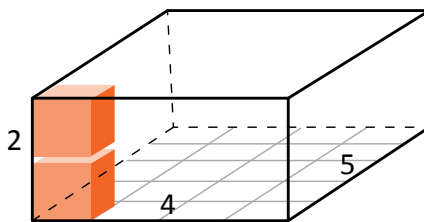


c

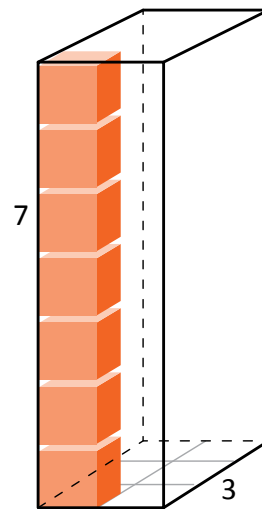
- Care dintre corpurile de mai sus ocupă cel mai mare spațiu? Dar cel mai mic?
- Folosind desenul de mai sus poți spune cu cât este mai mare spațiul ocupat de corpul *a* decât spațiul ocupat de corpul *c*?
- Folosește desenul de mai jos pentru a verifica dacă ai răspuns corect la prima întrebare.
- Dacă folosești desenul de mai jos, poți spune cu cât este mai mare spațiul ocupat de corpul *a* decât spațiul ocupat de corpul *c*?



a



b



c

- Cum procedezi pentru a număra repede câte cubulețe sunt necesare pentru a umple spațiul ocupat de fiecare corp?

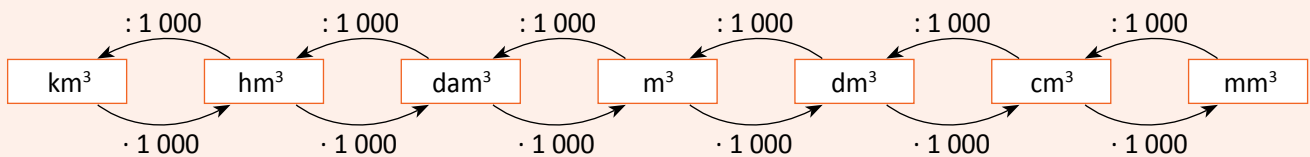
**Important**

- Oricărui corp îi putem asocia un număr care să arate de câte ori un corp ales de noi și numit unitate de volum se cuprinde în corpul dat. Acest număr se numește **volumul corpului (V)**.

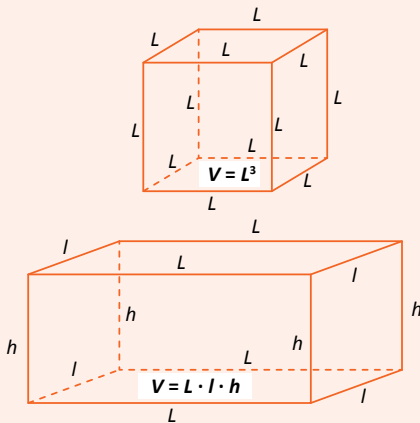
Exemplu: În situația de mai sus putem folosi drept unitate de volum un cub a cărui latură este egală cu lungimea laturii unei pătrățele de caiet. Atunci corpul a are volumul 60 unități de volum ($V_a = 60$ de unități de volum), corpul b are 40 de unități de volum ($V_b = 40$ unități de volum) și corpul c are 42 de unități de volum ($V_c = 42$ unități de volum).

- În sistemul internațional de unități de măsură, unitatea principală pentru volum este **metrul cub (m^3)**.
- Metrul cub este spațiul ocupat de un cub cu muchia de un metru.
- Metrul cub are multipli și submultipli.

Denumirea unității de măsură	kilometrul cub	hectometrul cub	decametrul cub	metrul cub	decimetrul cub	centimetrul cub	milimetrul cub
Prescurtarea	km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3



- Pentru cub și paralelipiped dreptunghic volumul se poate calcula pe baza unei formule.



$$1 \text{ km}^3 = 1\,000 \text{ hm}^3 = 1\,000\,000 \text{ dam}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ m}^3$$

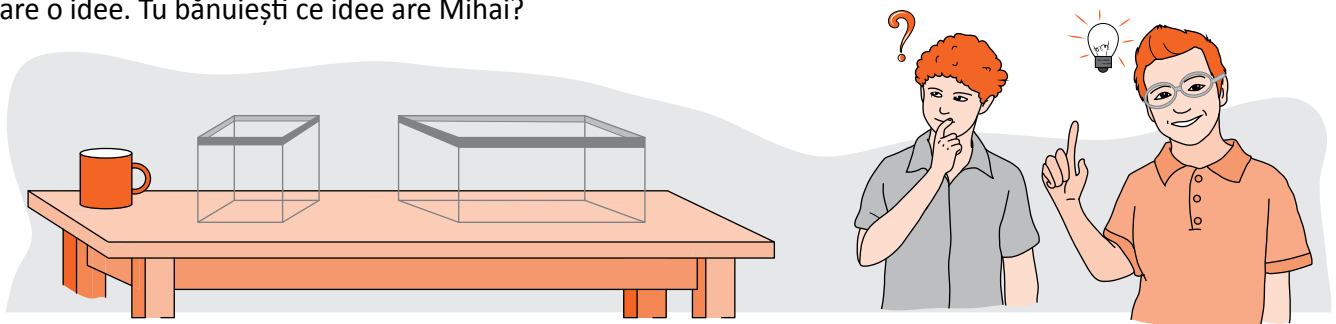
$$1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ mm}^3$$

$$1 \text{ m}^3 = 0,001 \text{ dam}^3 = 0,000001 \text{ hm}^3 = 0,000000001 \text{ km}^3$$

$$1 \text{ mm}^3 = 0,001 \text{ cm}^3 = 0,000001 \text{ dm}^3 = 0,000000001 \text{ m}^3$$

Observă și descoperă!

- 2 Radu se gândește cum ar putea afla care dintre acvarii are un volum mai mare. Văzând cana pe masă, Mihai are o idee. Tu bănuiești ce idee are Mihai?



Soluție: Mihai toarnă apă cu cana în fiecare acvariu și numără câte căni de apă au fost necesare pentru umplerea fiecărui acvariu.

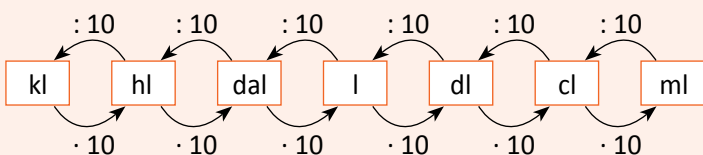
Important

- Acvariile, dar și alte vase, au capacitatea de a păstra în interiorul lor apă sau alte lichide.
- Din acest motiv, în loc de **volumul unui vas** spunem uneori **capacitatea unui vas**.
- Pentru volumul lichidelor folosim ca unitate de volum **litrul (l)**.
- Un litru este cantitatea de lichid care umple un cub cu muchia de 1 dm.

$$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$$

- Litrul are multipli și submultipli.

Denumirea unității de măsură	kilolitrul	hectolitrul	decalitrul	litrul	decilitrul	centilitrul	mililitrul
Prescurtarea	kl	hl	dal	l	dl	cl	ml



$$1 \text{ kl} = 10 \text{ hl} = 100 \text{ dal} = 1\,000 \text{ l}$$

$$1 \text{ l} = 10 \text{ dl} = 100 \text{ cl} = 1\,000 \text{ ml}$$

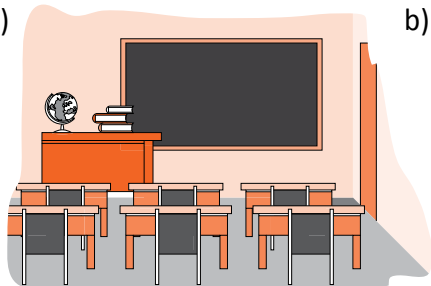
$$1 \text{ l} = 0,1 \text{ dal} = 0,01 \text{ hl} = 0,001 \text{ kl}$$

$$1 \text{ ml} = 0,1 \text{ cl} = 0,01 \text{ dl} = 0,001 \text{ l}$$

Exersează!

3 Care este cea mai potrivită unitate de măsură pentru a exprima volumul:

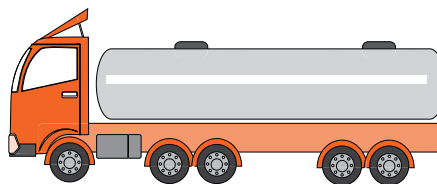
a)



b)



c)



d)



4 Transformă în metri cubi: a) 17 dam³; b) 2,3 hm³; c) 235,8 dm³; d) 35 600 cm³.

5 Completează:

a)

$$17 \text{ m}^3 = \square \text{ dm}^3$$

$$3,2 \text{ m}^3 = \square \text{ dm}^3$$

$$1,0345 \text{ m}^3 = \square \text{ dm}^3$$

b)

$$15\,000 \text{ dm}^3 = \square \text{ m}^3$$

$$34,5 \text{ dm}^3 = \square \text{ m}^3$$

$$0,36 \text{ dm}^3 = \square \text{ m}^3$$

c)

$$30 \text{ dm}^3 = \square \text{ cm}^3$$

$$7,3 \text{ cm}^3 = \square \text{ mm}^3$$

$$2\,700 \text{ cm}^3 = \square \text{ dm}^3$$

6 a) Calculează volumul unui cub cu latura de 2 m.

b) De câte ori se mărește volumul unui cub, dacă lungimea laturii sale se dublează? Dar dacă se triplează?

7 Completează:

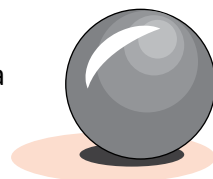
$$a) 35,4 \text{ dm}^3 + 13,5 \text{ dm}^3 = \square \text{ dm}^3;$$

$$c) 47 \text{ m}^3 + 0,0034 \text{ dam}^3 = \square \text{ m}^3;$$

$$b) 4,5 \text{ m}^3 - 1\,234 \text{ dm}^3 = \square \text{ m}^3;$$

$$d) 6,5 \text{ mm}^3 + 0,45 \text{ cm}^3 = \square \text{ mm}^3.$$

- 8 Determină lungimea muchiei unui cub care are:
a) suma muchiilor de 480 m;
b) volumul de 8 m^3 ;
c) volumul de $0,125 \text{ m}^3$.
- 9 Câte cuburi cu muchia de 2 cm intră într-un cub cu muchia de 80 cm?
- 10 Calculează volumul unui paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile:
a) 5 m; 4 m; 3 m în m^3 ;
b) 8 dm; 2,5 dm; 10 m în dm^3 ;
c) 10 cm; 0,3 dm; 100 mm în cm^3 .
- 11 Calculează volumul unui paralelipiped dreptunghic în următoarele cazuri:
a) lungimea de 20 cm, lăţimea $\frac{3}{4}$ din lungime, iar înălţimea $\frac{1}{5}$ din lungime;
b) lungimea de 24 cm, lăţimea 50 % din lungime, iar înălţimea media aritmetică dintre lungime şi lăţime.
- 12 Din 100 de cuburi cu muchia de 1 cm construim un cub cu un volum cât mai mare posibil. Câte cuburi rămân neutilizate?
- 13 Într-un vas în formă de paralelipiped dreptunghic cu lungimea de 0,4 m şi lăţimea de 20 cm se pune apă. În vas se scufundă un cub. Calculează volumul cubului, ştiind că nivelul apei creşte cu 10 cm.
- 14 Calculează (în kl) capacitatea unei piscine în formă de paralelipiped dreptunghic cu lungimea de 25 m, lăţimea de 8 m şi adâncimea de 2 m.
- 15 La ce înălţime se va ridica apa într-un vas în formă de paralelipiped dreptunghic cu baza un pătrat cu latura de 20 cm, dacă în vas se toarnă 12 l de apă?
- 16 O bilă din fier cu volumul de $1,5 \text{ m}^3$ are masa egală cu 11 700 kg. Câte kilograme va avea o bilă de fier cu volumul de $1,5 \text{ dm}^3$?



Problemă rezolvată

La buletinul meteo s-a anunţat: „cantitatea de precipitaţii va fi de 10 litri pe metru pătrat”. Ce înălţime ar avea apa dacă nu s-ar infiltra în pământ?

Rezolvare: Dacă apa nu s-ar infiltra în pământ, pe o suprafaţă de 1 m^2 , s-ar forma un paralelipiped dreptunghic cu înălţimea x , unde x este înălţimea la care se ridică apa. Volumul acestui paralelipiped este egal cu 10 dm^3 ($10 \text{ l} = 10 \text{ dm}^3$). Dar $V_{\text{paralelipiped}} = L \cdot l \cdot h$ şi atunci $10 \text{ dm}^3 = 1 \text{ m}^2 \cdot x$. Transformăm metri pătraţi în decimetri pătraţi şi avem $10 = 100 \cdot x$, de unde $x = 0,1 \text{ dm} = 1 \text{ cm}$. Prin urmare apa s-ar ridica la 1 cm.



- 17 La o activitate din programul „Săptămâna şcoala altfel”, un copil a anunţat prognoza meteo: „cantitatea de precipitaţii va fi de 15 litri pe metrul pătrat”. Ana aşază în grădina şcolii un vas în formă de paralelipiped dreptunghic pentru a acumula apa de la ploaie. Dimensiunile vasului sunt: lungimea de 20 dm, lăţimea de 15 dm şi înălţimea de 30 cm. La ce înălţime se va ridica apa din vas după precipitaţii?

Recapitulare

1 Asociază fiecărui enunț din coloana A cuvântul potrivit din coloana B.

A

Pentru a exprima grosimea unui fir de păr folosim

Pentru a exprima aria unui teren de fotbal folosim

Pentru a exprima volumul unei cutii pentru chibrituri folosim

Pentru a exprima volumul de lapte obținut de la o vacă folosim

B

litru

metrul cub

centimetrul cub

milimetrul

centimetrul

metrul pătrat

hectarul

2 Scrie unitățile de măsură corespunzătoare în casete pentru a obține propoziții adevărate:

a) $5 \text{ m} + 7 \square = 5,07 \text{ m}$;

b) $0,3 \text{ km} + 0,4 \square = 340 \text{ m}$;

c) $6,75 \text{ km} + 3 \text{ 200 m} = 9,95 \square$;

d) $18,4 \square - 135 \text{ mm} = 17,05 \text{ dm}$.



3 Calculează:

a) $7,5 \text{ dam} + 450 \text{ dm} = \square \text{ m}$;

b) $1 \text{ 500 cm} + 4,5 \text{ m} + 0,75 \text{ hm} = \square \text{ dam}$;

c) $\frac{1}{2} \text{ m} + \frac{3}{5} \text{ dm} + \frac{1}{25} \text{ dam} = \square \text{ cm}$;

d) $0,35 \text{ km} - \frac{1}{25} \text{ hm} + \frac{1}{5} \text{ dam} = \square$.

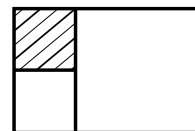
4 Completează tabelul următor, știind că se referă la un pătrat:

Latura	175 m		4,75 m		0,275 hm
Perimetrul		728 m		2,536 km	

5 Compară perimetrul unui dreptunghi cu dimensiunile de 17 cm și 19 cm cu perimetrul unui pătrat cu latura de 1,8 dm.

6 Un dreptunghi se împarte în trei pătrate, ca în figura alăturată.

Știind că perimetrul pătratului hașurat este 236 m, calculează perimetrul dreptunghiului.



7 Un triunghi are lungimile laturilor de 2,75 dm, 3,43 dm și 5,03 dm. Calculează lungimea laturii unui pătrat care are perimetrul egal cu perimetrul triunghiului.

8 Din 30 de pătrate cu latura de 1 cm construim un pătrat cu cea mai mare arie posibilă (măsurată în cm²). Câte pătrate rămân nefolosite?

9 Calculează aria unui dreptunghi, știind că, dacă se micșorează lungimea dreptunghiului cu 0,7 dm, se obține un pătrat cu perimetrul de 0,32 m.

10 Completează:

a) $3,5 \text{ m}^2 + \square = 2 \text{ dam}^2$;

c) $417 \text{ m}^2 + 237 \text{ m}^2 + \square = 1 \text{ hm}^2$;

e) $425 \text{ cm}^2 + \square = 1 \text{ m}^2$;

b) $47 \text{ dam}^2 + \square = 1 \text{ hm}^2$;

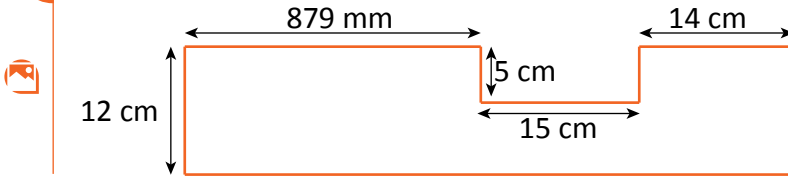
d) $35 \text{ dm}^2 + \square = 1 \text{ m}^2$;

f) $41 \text{ dm}^2 + 320 \text{ cm}^2 + \square = 1 \text{ m}^2$.

11 Calculează în m^2 :

- a) $36 \text{ dam}^2 + 45,34 \text{ hm}^2 + 325 \text{ m}^2$; c) $574,35 \text{ dam}^2 - 0,62 \text{ hm}^2$;
 b) $83,40 \text{ m}^2 + 387 \text{ 456 cm}^2 + 67 \text{ dm}^2$; d) $3,25 \text{ m}^2 - 43,75 \text{ dm}^2$.

12 Calculează perimetrul și aria figurii de mai jos:



13 Calculează în metri cubi:

- a) volumul unui cub cu latura de 6 dm;
 b) volumul unui paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile 0,6 dam, 40 dm și 50 cm.

14 Un dreptunghi are lungimea de 55 m și lățimea 25 m. Compară aria dreptunghiului cu aria unui pătrat care are același perimetru.

15 Un dreptunghi are lungimea egală cu dublul lățimii și aria 72 m^2 . Calculează perimetrul dreptunghiului.

16 Calculează aria unui dreptunghi, știind că:

- a) dacă dublăm lățimea, aria crește cu 15 cm^2 ;
 b) dacă dublăm lățimea și triplăm lungimea, aria se mărește cu 80 cm^2 .

18 **Lucați în perechi.** Latura unui pătrat este mai mare de 1,2 cm și mai mică de 1,3 cm.

Este posibil ca aria acestui pătrat (exprimată în mm^2) să fie de 156,25? Dar de 143,75? Dar de 169,50? Justificați răspunsul.

17 Completează:

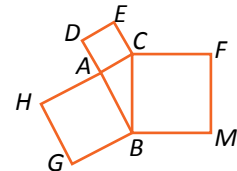
- a) $2,75 \text{ m}^3 + 34 \text{ dm}^3 = \square \text{ m}^3$;
 b) $85,4 \text{ dam}^3 - 480 \text{ 000 dm}^3 = \square \text{ m}^3$;
 c) $3,5 \text{ cm}^3 + 85 \text{ mm}^3 + 0,002 \text{ dm}^3 = \square \text{ dm}^3$;
 d) $2 \text{ 700 dam}^3 + 4,8 \text{ m}^3 + 300 \text{ dm}^3 = \square \text{ m}^3$;
 e) $7 \text{ km}^3 + 0,004 \text{ hm}^3 + 335 \text{ 000 dam}^3 = \square \text{ dam}^3$.

19 Transformă în km^3 :

- a) 18 000 000 m^3 ; b) 60 000 hm^3 ; c) 3 200 dam^3 .

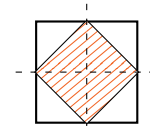
Problemă rezolvată

- Pe laturile triunghiului ABC se construiesc pătratele $ABGH$, $ADEC$ și $BCFM$, ca în figura alăturată. Știind că $AB = 4 \text{ cm}$, $AC = 3 \text{ cm}$ și $BC = 5 \text{ cm}$, calculează ariile celor trei pătrate și verifică dacă suma a două dintre arii este egală cu a treia arie.



Rezolvare: Aria pătratului $ABGH$ este $4^2 \text{ cm}^2 = 16 \text{ cm}^2$. Aria pătratului $ADEC$ este $3^2 \text{ cm}^2 = 9 \text{ cm}^2$. Aria pătratului $BCFM$ este $5^2 \text{ cm}^2 = 25 \text{ cm}^2$. Și, într-adevăr, suma a două dintre ele $16 + 9 = 25$, adică este egală cu a treia arie. Asta înseamnă că laturile triunghiului ABC verifică relația $AB^2 + AC^2 = BC^2$.

20 Estimează aria pătratului exterior din figura alăturată, știind că aria pătratului hașurat este de 16 cm^2 . Verifică estimarea prin calcul.



21 Transformă în metri cubi: a) 700 000 cm^3 ; b) 3 000 000 mm^3 ; c) 7 500 dm^3 ; d) $7,6 \text{ dam}^3$; e) $3,25 \text{ hm}^3$; f) $8,5 \text{ km}^3$.

22 Transformă în centimetri cubi: a) 560 mm^3 ; b) 42 dm^3 ; c) $6,34 \text{ m}^3$; d) $0,0006 \text{ hm}^3$.

Portofoliu

Prezintă portofoliul *Măsurare și măsuri*.

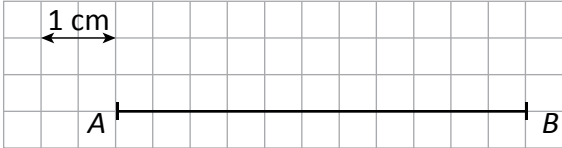
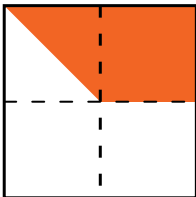
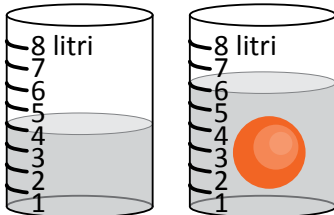
Autoevaluare

- a) Portofoliul conține piesele recomandate?
 b) Piesele respectă cerințele de realizare?
 c) Aspectul este îngrijit?

Evaluare



Timp de lucru: 50 de minute

10p	Din oficiu													
10p	1.	Completează enunțul: Cea mai potrivită unitate de măsură pentru a exprima suprafața unei frunze de tei este, iar pentru a exprima înălțimea unui munte este												
5p	2.	<p>Observă figura de mai jos și determină lungimea segmentului AB.</p>  <p style="text-align: right;">$AB = \square$ cm</p>												
10p	3.	Transformă: a) $234,567 \text{ hm} = \square \text{ dm}$; b) $234,567 \text{ dm}^2 = \square \text{ m}^2$; c) $123,4567 \text{ dm}^3 = \square \text{ cm}^3$; d) $234,567 \text{ dal} = \square \text{ cl}$; e) $1\ 234 \text{ dl} = \square \text{ dm}^3$.												
15p	4.	<p>Asociază fiecărei afirmații din coloana A răspunsul corect din coloana B</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 60%; text-align: center;">A</th> <th style="width: 40%; text-align: center;">B</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Perimetrul unui dreptunghi cu lungimea de 5 cm și lățimea de 3 cm este egal cu ...</td> <td>8 cm</td> </tr> <tr> <td>Aria unui pătrat cu latura de 4 cm este egală cu ...</td> <td>8 cm²</td> </tr> <tr> <td>Volumul unui paralelipiped dreptunghic cu lungimea de 5 cm, lățimea de 3 cm și înălțimea de 4 cm este egală cu ...</td> <td>60 cm³</td> </tr> <tr> <td></td> <td>16 cm</td> </tr> <tr> <td></td> <td>16 cm²</td> </tr> </tbody> </table>	A	B	Perimetrul unui dreptunghi cu lungimea de 5 cm și lățimea de 3 cm este egal cu ...	8 cm	Aria unui pătrat cu latura de 4 cm este egală cu ...	8 cm ²	Volumul unui paralelipiped dreptunghic cu lungimea de 5 cm, lățimea de 3 cm și înălțimea de 4 cm este egală cu ...	60 cm ³		16 cm		16 cm ²
A	B													
Perimetrul unui dreptunghi cu lungimea de 5 cm și lățimea de 3 cm este egal cu ...	8 cm													
Aria unui pătrat cu latura de 4 cm este egală cu ...	8 cm ²													
Volumul unui paralelipiped dreptunghic cu lungimea de 5 cm, lățimea de 3 cm și înălțimea de 4 cm este egală cu ...	60 cm ³													
	16 cm													
	16 cm ²													
10p	5.	Un dreptunghi are lungimea de 8 dm și lățimea de 20 cm. Compară aria dreptunghiului cu aria unui pătrat care are același perimetru ca dreptunghiul.												
10p	6.	Pe un teren în formă de dreptunghi cu lungimea de 12 m și lățimea de 4 m se plantează lalele. Pentru fiecare fir de lalea este necesară o suprafață de 100 cm ² . Câte fire de lalea se pot planta, respectând necesarul de suprafață pentru un fir de lalea?												
10p	7.	Un vas având forma unui cub are suma lungimilor tuturor muchiilor de 120 cm. Câți litri de apă se pot turna în vas pentru a-l umple complet?												
10p	8.	<p>Pătratul din figura de mai jos are latura de 12 cm. Estimează aria suprafeței hașurate. Verifică estimarea prin calcul.</p> 												
10p	9.	<p>Observă imaginea din figura de mai jos și determină volumul bilei, în cm³.</p> 												

Exersezi și progresezi!

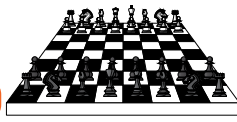
1 Alege unitatea de măsură potrivită pentru a exprima:



înălțimea



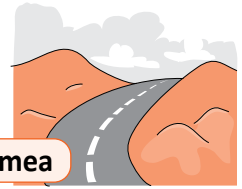
aria



capacitatea



lungimea



2 Transformă:

a) 24 hm = dm

e) 29,49345 dam² = dm²

i) 4 892 345 137 mm³ = dm³

b) 12,456 km = dam

f) 4 892 345 137 mm² = m²

j) 234 678 cm³ = l

c) 189 675 mm = hm

g) 234 678 m² = ha

k) 2 017 l = m³

d) 435,67 cm = m

h) 29,49345 dam² = m²

l) 235 l = hl

3 Perimetrul unui dreptunghi cu lungimea de 8 m și lățimea de 6 m este egal cu m.

4 Perimetrul unui pătrat cu latura de 7 dm este egal cu dm.

5 Aria dreptunghiului cu lungimea de 9 dm și lățimea de 6 dm este egală cu dm².

6 Un pătrat cu lungimea laturii de 8 cm are aria egală cu cm².

7 Volumul unui cub cu muchia de 5 m este egal cu m³.

8 Florin conduce începând de acum 5 ani un camion cu cisternă având capacitatea de 20 000 l, camion cu care transportă de la Iași la București, în fiecare săptămână, 100 m³ de lapte. De-a lungul timpului, el a observat următoarele:

- drumul de la Iași la București este de 400 km;
- dacă își încarcă complet cisterna, camionul său va consuma 30 de litri de combustibil la fiecare 100 km parcurși;
- dacă își încarcă doar pe trei sferturi cisterna, camionul său va consuma doar 15 litri de combustibil la fiecare 100 km parcurși;
- dacă cisterna este goală, camionul său va consuma doar 5 litri de combustibil la fiecare 100 km parcurși;
- camionul se dovedește a fi instabil dacă își încarcă cisterna în vreun mod diferit, deci Florin a decis că singurele variante sigure de încărcare sunt fie 0 %, fie 75 %, fie 100 %;
- În orice variantă de încărcare, el poate efectua un drum Iași – București – Iași într-o singură zi. (La întors, cisterna este goală deoarece Florin a livrat laptele în București.)

Știind că el este obligat prin contractul său să livreze cei 100 m³ de lapte într-o săptămână:

a) care este varianta economică din punct de vedere al timpului?

b) care este varianta economică din punct de vedere al consumului de carburant?

9 Un paralelipiped cu lungimea de 5 dm, lățimea de 4 dm și înălțimea de 3 dm are volumul egal cu dm³.

10 Dacă mașina tatălui lui Cristian a parcurs 188 673 km, de câte ori ar fi parcurs complet ecuatorul această mașină, dacă lungimea ecuadorului este de aproximativ 40 075 km? Câți km trebuie să mai parcurgă această mașină pentru ca răspunsul la întrebarea precedentă să fie cu o unitate mai mare?

- 11 Compania ce se ocupă cu furnizarea de electricitate montează stâlpi care să susțină cablurile de curent, pe una dintre marginile unui drum de 5 km care leagă două localități. Având în vedere că fiecare stâlp are o dimensiune de 50 cm, iar între 2 stâlpi consecutivi trebuie să existe o distanță de exact 50 m, câți stâlpi vor fi montați pe marginea aceluia drum?
- 12 Tatăl lui Răzvan a cumpărat un bidon cu lichid pentru curățarea parbrizului. Știind că parbrizul mașinii sale are formă dreptunghiulară, având lungimea de 1 500 mm și lățimea de 50 cm, iar pentru un metru pătrat de geam are nevoie de 40 ml de lichid și mecanismul instalat pe mașina sa îi permite să împrăștie câte 10 cm² de lichid de parbriz la fiecare pulverizare, calculează:
- De câte pulverizări are nevoie tatăl lui Răzvan pentru a-și curăța geamul?
 - Dacă tatăl lui Răzvan folosește mecanismul de curățare a parbrizului de două ori pe zi, pentru cât timp îi va ajunge un bidon de 3 litri? Dar unul de 5 litri?
 - Dacă un bidon de 3 litri costă 24 de lei, iar unul de 5 litri 30 de lei, care dintre ele este mai avantajos pentru cumpărător?



Problemă rezolvată

- Avem o cutie în formă de paralelipiped dreptunghic cu lungimea de 1,60 m, lățimea de 0,80 m și înălțimea de 0,90 m. Putem introduce în cutie 18 cuburi cu muchia de 40 cm?

Rezolvare: Lucrăm în decimetri. 1,60 m = 16 dm, 0,80 m = 8 dm, 0,90 m = 9 dm, 40 cm = 4 dm. Volumul paralelipipedului este $16 \cdot 8 \cdot 9 = 1\,152$ (dm³). Volumul unui cub este $4^3 = 64$ (dm³). Dacă pentru un cub îmi trebuie 64 dm³, atunci pentru 18 cuburi îmi trebuie $64 \cdot 18 = 1\,152$ (dm³).

Prin urmare răspunsul este DA. Și totuși răspunsul este NU. Cum justifici?

Pe lungime putem așeza 4 cuburi deoarece lungimea paralelipipedului este de 16 dm, iar muchia cubului este de 4 dm. Pe lățime putem așeza 2 cuburi deoarece lățimea paralelipipedului este de 8 dm. În acest fel obținem un strat de $4 \cdot 2 = 8$ (cuburi). Pentru a introduce 18 cuburi trebuie să avem trei straturi de cuburi. Cum înălțimea paralelipipedului este de 9 dm nu putem introduce decât 2 straturi de cuburi, adică cel mult 16 cuburi.

- 13 Pardoseala unei săli de sport cu lungimea de 55 m și lățimea de 25 m este acoperită cu plăci de tartan (material sintetic) în formă de pătrat cu latura de 50 cm. Câte plăci se folosesc pentru acoperirea întregii pardoseli?
- 14 Pentru acoperirea pardoselii unei încăperi se folosesc 250 de plăci de gresie în formă de dreptunghi cu lungimea de 50 cm și lățimea de 30 cm. Câți metri pătrați are pardoseala?
- 15 Perimetrul unui pătrat este un număr egal cu lungimea laturii unui alt pătrat. Calculează volumele a două cuburi având ca baze pătratele date, știind că suma perimetrelor celor două pătrate este de 20 cm.
- 16 Se presupune că suprafața terestră este de aproximativ 510 072 000 km². Dacă am putea să înfășurăm planeta noastră cu o foaie imensă sub forma unui pătrat, care ar fi lungimea aproximativă exprimată în metri a laturii acestui pătrat?
- Rezolvare:* Putem să aproximăm suprafața terestră cu 500 000 000 km², adică cu $5 \cdot 10^8 = 5 \cdot (10^4)^2$ km², după care aproximăm acest număr cu un pătrat perfect „apropiat”: $4 \cdot (10^4)^2 = (2 \cdot 10^4)^2$ km², de unde obținem că lungimea laturii ar fi $2 \cdot 10^4$ km = $2 \cdot 10^7$ m. (Spunem „apropiat” pentru că există pătrate ale unor numere naturale aflate la o distanță mai mică de $5 \cdot 10^8$ decât numărul găsit de noi, spre exemplu: $22\,360^2 = 499\,969\,600$, pe când $(2 \cdot 10^4)^2 = 400\,000\,000$.)

RECAPITULARE FINALĂ ȘI EVALUARE FINALĂ

16

MATEMATICA LA SFÂRȘIT DE AN ȘCOLAR



Divizibilitatea numerelor naturale – recapitulare

1 Stabilește relația de divizibilitate între următoarele numere: *Exemplu: 12 și 4 putem scrie $12 : 4$ sau $4 | 12$.*
a) 7 și 35; b) 40 și 8; c) 1 și 151; d) 21 și 0.

2 Scrie numerele naturale care sunt divizori ai numărului:
a) 1; b) 2; c) 11; d) 12; e) 14; f) 17; g) 18; h) 19; i) 20.

3 Scrie multiplii de cel mult două cifre ai numărului:
a) 21; b) 31; c) 41.

4 Copiază și completează următorul tabel, după model:

Numărul natural n	Numerele naturale care sunt divizori ai numărului natural n	
	Divizori proprii	Divizori improprii
6	2, 3	1, 6
4		
9		
15		
17	nu are	1, 17
24		
28		
29		

5 Pentru fiecare dintre numerele 33, 44, 49 și 55, scrie:
a) numerele de o cifră care sunt divizori ai numărului;
b) cel mai mare divizor propriu;
c) multiplii de două cifre;
d) cel mai mic multiplu nenul.

6 Determină numerele naturale de forma $\overline{7x}$ divizibile cu:
a) 2; b) 3; c) 5; d) 9; e) 10.

7 Determină numerele naturale de forma $\overline{x8}$ care sunt multipli ai numerelor:
a) 4; b) 7; c) 11; d) 13.

8 Determină numărul natural x astfel încât:
a) $x | 3^3$; b) $x - 1 | 41$; c) $2x + 3 | 14$; d) $x + 1 | 2^2 \cdot 9$.

9 Scrie cel mai mic și cel mai mare divizor propriu al numărului:
a) 39; b) 6^3 ; c) 10^7 ; d) 15^5 .

11 Scrie numerele naturale care sunt divizori comuni ai numerelor:
a) 6 și 9; b) 10 și 15; c) 14, 21 și 28; d) 20, 30 și 50.

12 Scrie primele cinci numere naturale care sunt multipli comuni ai numerelor:
a) 6 și 9; b) 10 și 15; c) 14, 21 și 28; d) 20, 30 și 50.

13 Determină cel mai mic număr natural nenul care se divide cu numerele 16 și 20.

14 Determină cel mai mic număr natural n care, împărțit pe rând la numerele 9, 12 și 15, dă de fiecare dată restul 8.

10 Copiază și completează tabelul următor, după model:

Numerele	Divizorii comuni	Multiplii comuni de cel mult două cifre	Cel mai mare divizor comun	Cel mai mic multiplu comun nenul
12 și 18	1, 2, 3 și 6	0, 36 și 72	6	36
16 și 24				
15 și 20				
14 și 35				
5 și 9				
8 și 11				
7 și 13	1	0 și 91	1	91

Operații cu numere raționale pozitive – recapitulare

1 Calculează, simplificând rezultatul pentru a obține o fracție ireductibilă:

a) $\frac{1}{15} + \frac{2}{15} + \frac{3}{15} + \frac{4}{15}$; b) $\frac{3}{4 \cdot 25} + \frac{1}{2^2 \cdot 5^2} + \frac{21}{2^2 \cdot 25}$.

2 Efectuează: a) $\frac{2}{5} + \frac{3}{20} + \frac{1}{4} + \frac{7}{10}$; b) $\frac{1}{6} + \frac{5}{21} + \frac{3}{7} + \frac{11}{42}$; c) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \frac{4}{3^4}$; d) $\frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3^2} + \frac{1}{3^3}$.

3 Calculează, simplificând rezultatul pentru a obține o fracție ireductibilă:

a) $\frac{11}{2 \cdot 3^2} - \frac{4}{3 \cdot 6} - \frac{1}{18}$; b) $\frac{8}{9} - \frac{7}{9} + \frac{5}{9} + \frac{2}{9} - \frac{1}{9}$; c) $\frac{1}{2 \cdot 5} - \frac{1}{2^2 \cdot 5} - \frac{1}{2 \cdot 5^2} - \frac{1}{2^2 \cdot 5^2}$; d) $\frac{2^3}{5} - \frac{2^2}{5^2} - \frac{2}{5^3} - \frac{1}{5^4}$.

4 Efectuează: a) $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6}$; b) $\frac{1}{5} - \frac{1}{10} + \frac{1}{15}$; c) $\left(1 - \frac{1}{3}\right) + \left(2 - \frac{2}{3}\right) + \left(2 - \frac{1}{3}\right) + \left(1 - \frac{2}{3}\right)$; d) $\left(3\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right) + \left(1\frac{1}{3} - \frac{1}{3}\right)$.

5 Calculează:

a) $2\frac{1}{2} - \left[\frac{3}{4} - \left(1 - \frac{5}{8}\right)\right]$; b) $3\frac{1}{4} + \left[1\frac{1}{6} - \left(1 - \frac{1}{12}\right)\right]$; c) $\left(1\frac{1}{3} - 1\frac{1}{5}\right) + \left[2 - \left(1 - \frac{1}{15}\right)\right]$; d) $\left[1 + \left(1 - \frac{2}{3}\right)\right] - \left(2\frac{1}{6} - 1\frac{1}{3}\right)$.

6 Calculează: a) $\frac{7}{30} \cdot \frac{6}{35}$; b) $3\frac{1}{3} \cdot 1\frac{4}{5}$; c) $\frac{4}{7} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{7}{8}$; d) $6 \cdot \frac{7}{12} \cdot \frac{4}{21} \cdot 9$.

7 Calculează, scoțând factorul comun: a) $\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{12} \cdot \frac{13}{6}$; b) $\frac{1}{8} \cdot \frac{5}{6} - \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{18}$; c) $\frac{2}{12} \cdot 6 - \frac{1}{13} \cdot 6 + \frac{12}{13} \cdot 6$.

8 Calculează:

a) $\frac{1}{9} + \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right)$; c) $\frac{4}{5} \cdot \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)\right]$; e) $\left[\frac{1}{5} + \left(\frac{1}{5} - \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{8}\right) \cdot 3\right] \cdot \frac{2}{3}$;
 b) $\frac{3}{10} - \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{7}{10} - \frac{1}{5}\right)$; d) $\left[1\frac{1}{3} - \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{3}\right)\right] \cdot \frac{3}{10}$; f) $\left[1 - \frac{1}{4} \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{8}{15} + \frac{1}{3}\right] \cdot \frac{6}{5}$.

9 Calculează: a) $\frac{2}{5} : \frac{16}{25}$; b) $\frac{9}{22} : \frac{3}{44}$; c) $\frac{27}{20} : \frac{81}{40}$; d) $\frac{4}{27} : 1\frac{1}{3}$; e) $\frac{25}{16} : \frac{5}{8} : 2\frac{1}{2}$; f) $2\frac{1}{6} : 4\frac{7}{8} : \frac{2}{9}$.

10 Calculează: a) $\left[\frac{3}{5} : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) + \frac{2}{5}\right] \cdot 2\frac{1}{2}$; b) $\left[\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right) : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right) - \frac{1}{5}\right] : 1\frac{1}{5}$;

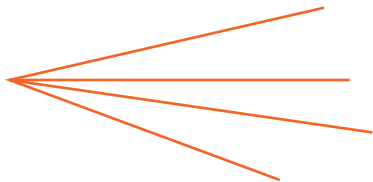
11 Calculează: a) $\left(\frac{2}{11}\right)^6 \cdot \left(\frac{2}{11}\right)^4 : \left(\frac{2}{11}\right)^3 : \left(\frac{2}{11}\right)^5$; b) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3 \cdot \left[\left(\frac{1}{4}\right)^3\right]^2 : \left(\frac{1}{8}\right)^6$.

12 Calculează: a) $\left(\frac{1}{2}\right)^6 : \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^3$; b) $\left(\frac{1}{3}\right)^0 - \left(\frac{1}{3}\right)^1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^3$; c) $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right)^2 : \frac{5}{12}$; d) $\left(1 + \frac{1}{3}\right)^2 : \left(1 - \frac{1}{3}\right)^2$.

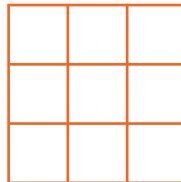
13 Calculează: a) $2,8 + 0,9 + (15 + 6,7)$; b) $4,5 + (6,2 + 62) + 45$.

Elemente de geometrie și unități de măsură – recapitulare

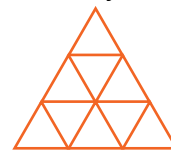
1 Câte unghiuri sunt în figura de mai jos?



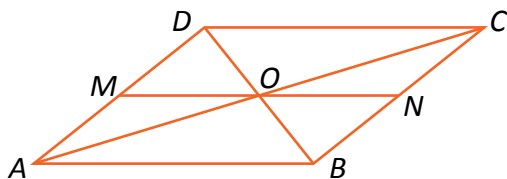
2 Câte pătrate sunt în figura de mai jos?



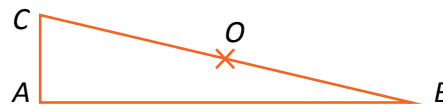
3 Câte triunghiuri sunt în figura de mai jos?



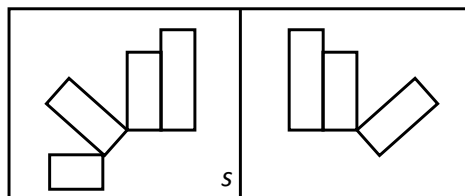
4 Scrie toate perechile de puncte, simetrice față de punctul O , din figura de mai jos.



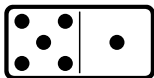
5 a) Copiază figura de mai jos și desenează simetricul punctului A față de punctul O , precum și simetricul punctului O față de punctul C .
b) Care este simetricul punctului B față de punctul O ?



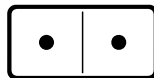
6 Copiază și completează desenul de mai jos astfel încât dreapta s să fie axă de simetrie.



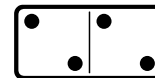
7 **Lucrați în perechi.** Care dintre piesele de domino de mai jos au ca axă de simetrie linia care desparte piesa în două părți?



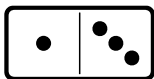
A



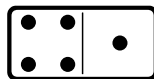
B



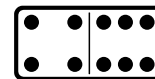
C



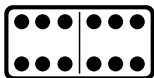
D



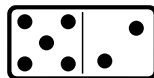
E



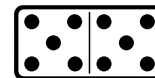
F



G



H

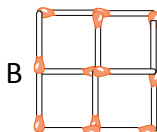


I

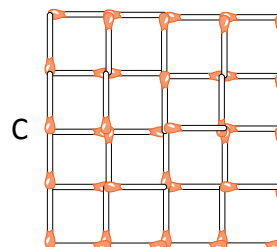
8 Pătratul din figura **A** este format din 4 chibrituri, iar cel din figura **B** este format din 12 chibrituri. Câte chibrituri sunt necesare pentru a construi pătratul din figura **C**?



A



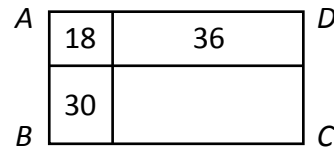
B



C



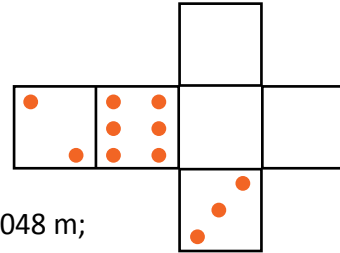
- 9 Calculează latura unui pătrat cu aria egală cu aria dreptunghiului $ABCD$ din figura alăturată, dreptunghi împărțit în patru dreptunghiuri, dintre care trei au ariile 18, 30 și 36.



- 10 Desenul alăturat reprezintă două fețe din desfășurarea unui paralelipiped dreptunghic. Copiază și completează întreaga desfășurare.



- 11 Suma cifrelor înscrise pe două fețe opuse ale unui zar este egală cu 7. Copiază și completează astfel încât să obții desfășurarea unui zar.



- 12 Calculează:

- perimetrul unui triunghi cu lungimile laturilor de 3,2 cm, 0,5 dm și 0,048 m;
 - perimetrul și aria pătratului cu latura de 50 cm;
 - perimetrul și aria dreptunghiului care are lățimea de 2,5 cm și lungimea de trei ori mai mare;
 - aria unui pătrat cu perimetrul egal cu 0,48 dm;
 - aria unui dreptunghi știind că are perimetrul de 60 cm, iar lățimea reprezintă $\frac{2}{3}$ din lungime.
- 13 a) Care este numărul de cuburi cu muchia de 2 cm care intră într-un paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile de 1,2 dm, 18 cm și 0,3 m?
b) Determină numărul minim de cuburi egale cu muchia exprimată în centimetri printr-un număr natural care intră într-un paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile de 1,2 dm, 18 cm și 0,3 m.
- 14 Desenează un segment $AB = 6$ cm și apoi construiește mijlocul său.
- 15 a) Desenează un unghi AOB cu măsura de 60° , cu $OA = 4$ cm, $OB = 4$ cm.
b) Construiește simetricul punctului O față de punctul M , mijlocul segmentului AB .

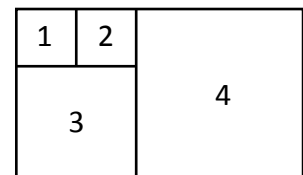
- 16 Marchează cu **X** răspunsul corect, după model:

figura	Are o axă de simetrie	Are două axe de simetrie	Are mai multe axe de simetrie
	X		

- 17 Determină perimetrul unui dreptunghi cu lungimea de 5 dm și lățimea de 12 cm.

- 18 Determină aria unui pătrat cu perimetrul de 24 cm.

- 19 Figura alăturată se compune din patru pătrate 1, 2, 3 și 4. Știind că aria pătratului 2 este de 64 cm^2 , calculează aria și perimetrul figurii.



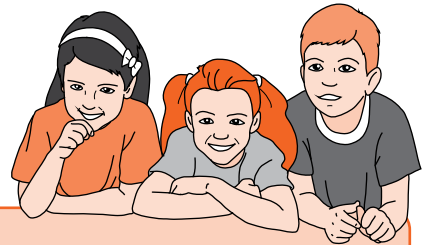
- 20 Un dreptunghi are lungimea de 1,2 m și lățimea de 0,8 m. Compară aria dreptunghiului cu aria unui pătrat care are același perimetru.

- 21 Un dreptunghi are dimensiunile exprimate în cm prin numere naturale și are aceeași arie cu un pătrat având perimetrul egal cu 12 cm. Câte astfel de dreptunghiuri există și ce dimensiuni au ele?

- 22 Un dreptunghi are lungimea egală cu triplul lățimii și aria egală cu $0,27 \text{ m}^2$. Câți cm are perimetrul dreptunghiului?

Evaluare finală

Timp de lucru: 50 de minute



10p	Din oficiu	
	I.	Completează casetele cu răspunsurile corecte.
5p	1.	$12,568 + 125,68 = \square$
5p	2.	$125,68 - 12,58 = \square$
5p	3.	$0,56 \cdot 7,29 = \square$
5p	4.	$1,765425 : 0,15 = \square$
5p	5.	Numărul $\overline{37x}$ este divizibil cu 2 dacă x este \square , \square , \square , \square sau \square .
5p	6.	Numărul $\overline{3x7}$ se divide cu 3 atunci când x este \square , \square sau \square .
5p	7.	Aria unui pătrat cu lungimea laturii de 5 cm este egală cu \square dm ² .
5p	8.	Un paralelipiped dreptunghic are lungimea egală cu 4,3 m, lățimea egală cu 275 cm și înălțimea egală cu 4 dm. Volumul paralelipipedului este egal cu \square dm ³ .
	II.	Pentru exercițiile următoare se cer rezolvările complete.
15p	1.a.	Calculează: $5^2 - [51 : (2^2 \cdot 5 - 15 : 5) + 42 : 7 \cdot 3] =$
15p	1.b.	Efectuează: $2 \cdot \left\{ 1 + \frac{1}{2} \cdot \left[2 + \frac{1}{4} : (0,375 - 0,0625) \right] \right\} =$
10p	2.	Media aritmetică a 10 numere este 23,61. Media aritmetică a patru dintre ele este 1,101. Care este media aritmetică a celorlalte 6 numere?
10p	3.	Un rezervor în formă de paralelipiped dreptunghic are lățimea egală cu $\frac{2}{3}$ din lungime și înălțimea egală cu $\frac{3}{4}$ din lățime. Câți litri de apă încap în bazin, dacă suma lungimii, lățimii și înălțimii este egală cu 6,5 m?



MATEMATICĂ

clasa a V-a

ISBN: 978-606-8681-74-0

www.intuitext.ro