

MINISTERUL EDUCAȚIEI

Niculae GHICIU  
Constantin HĂRĂBOR  
Gabriela LUPU  
Cristian Teodor OLTEANU



# Matematică

Manual pentru clasa a V-a

5



EDITURA CD PRESS  
www.cdpress.ro

Acest manual este proprietatea Ministerului Educației.

Manualul a fost aprobat prin ordinul ministrului educației nr. 4065/16.06.2022.

Acest proiect de manual școlar este realizat în conformitate cu Programa școlară aprobată prin Ordinul ministrului educației și cercetării nr. 3393/28.02.2017.

116.111 – numărul  
de telefon de asistență  
pentru copii

MINISTERUL EDUCAȚIEI

Nicolae GHICIU  
Constantin HĂRĂBOR  
Gabriela LUPU  
Cristian Teodor OLTEANU

# *Matematică*

Manual pentru clasa a -a



EDITURA CD PRESS  
www.cdpress.ro

**Editor:** Dr. Costin DIACONESCU**Coordonator tehnic și IT:** Răzvan SOCOLOV**Referenți științifici:**

- lector univ. dr. **MIHAI GABROVEANU**,  
Universitatea din Craiova, Departamentul  
de Informatică, Craiova
- prof. dr. **ADRIAN LUPU**, Liceul Tehnologic „Decebal”,  
Drobeta-Turnu Severin

**Credite foto/ilustrații:**

- Arhiva CD PRESS • Dreamstime • Wikimedia Commons  
– Domeniu Public

**Credite video:** • Arhiva CD PRESS • Storyblocks

Activități digitale interactive și platformă de e-learning:

**www.ClasaDigitala.ro**

© Copyright CD PRESS, 2022

Această lucrare, în format tipărit și electronic, este protejată de legile române și internaționale privind drepturile de autor, drepturile conexe și celelalte drepturi de proprietate intelectuală. Nicio parte a acestei lucrări nu poate fi reproducă, stocată ori transmisă, sub nicio formă (electronic, fotocopiere etc.), fără acordul expres al Editurii CD PRESS.

**Editura CD PRESS**

București, str. Logofătul Tăutu nr. 67, sector 3, cod 031212

Tel.: 021.337.37.17, 021.337.37.27, 021.337.37.37

e-mail: office@cdpress.ro • www.cdpress.ro • Editura CD PRESS

**Comenzi:**

• comanda@cdpress.ro • 021.337.37.37 • www.cdpress.ro

Inspectoratul Școlar al Județului/Municipiului .....

Școala/Colegiul/Liceul .....

**ACEST MANUAL A FOST FOLOSIT DE:**

Anul	Numele elevului	Clasa	Anul școlar	Aspectul manualului*	
				format tipărit	
				la primire	la predare
1					
2					
3					
4					

\*Pentru precizarea aspectului manualului se va folosi unul dintre următorii termeni: **nou, bun, îngrijit, neîngrijit, deteriorat.**

• Cadrele didactice vor verifica dacă informațiile înscrise în tabelul de mai sus sunt corecte.

• Elevii nu vor face niciun fel de însemnări pe manual.


  
EDITURA CD PRESS  
www.cdpress.ro
**REVISTE • CARTE ȘCOLARĂ •****MANUALE DIGITALE • DOTĂRI ȘCOLARE**

Prima alegere în domeniul produselor și al proiectelor  
educaționale românești de calitate  
pentru școală și familie



Scanează codul și consultă catalogul  
complet de titluri al Editurii CD PRESS.

# Ce învățăm în clasa a V-a la disciplina **Matematică**?

**Salut!**  
**Eu sunt Andrei.**  
Prețuiesc mult disciplina **Matematică**. Vă invit să aflăm împreună ce vom învăța în clasa a V-a.



**Bună!**  
**Eu sunt Maria.**  
Sunt la fel de pasionată ca Andrei de **Matematică**.

Manualul tău de **Matematică** pentru clasa a V-a îți formează competențe pentru argumentare, dezvoltare de raționament logic, spirit de gândire critică, analizare, interpretare și rezolvare de probleme, un simț de observație dezvoltat.

Te ajută să-ți formezi atitudini cum ar fi **respectul pentru adevăr și perseverența** pentru găsirea celor mai eficiente soluții, o **gândire deschisă și creativă** (în abordarea în spirit matematic a situațiilor cotidiene).

Manualul promovează exersarea obișnuinței de a recurge la modele matematice în abordarea unor situații cotidiene.

Îți oferă oportunitatea să **exersezi cu un scop**, în legătură cu realitatea înconjurătoare.

## Competențele generale și specifice pe care ți le vei dezvolta la orele de **Matematică**

### 1. Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar

- 1.1. Identificarea numerelor naturale în contexte variate
- 1.2. Identificarea fracțiilor ordinare sau zecimale în contexte variate
- 1.3. Identificarea noțiunilor geometrice elementare și a unităților de măsură în diferite contexte

### 2. Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale

- 2.1. Efectuarea de calcule cu numere naturale folosind operațiile aritmetice și proprietățile acestora
- 2.2. Efectuarea de calcule cu fracții folosind proprietăți ale operațiilor aritmetice
- 2.3. Utilizarea instrumentelor geometrice pentru a măsura sau pentru a construi configurații geometrice

### 3. Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice

- 3.1. Utilizarea regulilor de calcul pentru efectuarea operațiilor cu numere naturale și pentru divizibilitate
- 3.2. Utilizarea de algoritmi pentru efectuarea operațiilor cu fracții ordinare sau zecimale
- 3.3. Determinarea perimetrelor, a ariilor (pătrat, dreptunghi) și a volumelor (cub, paralelipiped dreptunghic) și exprimarea acestora în unități de măsură corespunzătoare

### 4. Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată

- 4.1. Exprimarea în limbaj matematic a unor proprietăți referitoare la comparări, aproximări, estimări și ale operațiilor cu numere naturale
- 4.2. Utilizarea limbajului specific fracțiilor/procentelor în situații date
- 4.3. Transpunerea în limbaj specific a unor probleme practice referitoare la perimetre, arii, volume, utilizând transformarea convenabilă a unităților de măsură

### 5. Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date

- 5.1. Analizarea unor situații date în care intervin numere naturale pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule
- 5.2. Analizarea unor situații date în care intervin fracții pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule
- 5.3. Interpretarea prin recunoașterea elementelor, a măsurilor lor și a relațiilor dintre ele, a unei configurații geometrice dintr-o problemă dată

### 6. Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii

- 6.1. Modelarea matematică, folosind numere naturale, a unei situații date, rezolvarea problemei obținute prin metode aritmetice și interpretarea rezultatului
- 6.2. Reprezentarea matematică, folosind fracțiile, a unei situații date, în context intra și interdisciplinar (geografie, fizică, economie etc.)
- 6.3. Analizarea unor probleme practice care includ elemente de geometrie studiate, cu referire la unități de măsură și la interpretarea rezultatelor

# Cuprins

Competențe specifice	Unități de învățare	Prezentarea manualului / 6 Lecții	Metode complementare de evaluare
	<b>AM ÎNVĂȚAT ÎN CLASA A IV-A</b>	<i>Recapitulare inițială / 12</i> <i>(Auto)Evaluare inițială / 14</i>	Portofoliu: / <b>14</b>
1.1., 2.1., 3.1., 4.1., 5.1.	<b>Unitatea 1 NUMERE NATURALE</b>	L.1: Scrierea și citirea numerelor naturale / <b>18</b> L.2: Compararea numerelor naturale / <b>20</b> L.3: Reprezentarea pe axă a numerelor naturale. Aproximări / <b>22</b> L.4: Adunarea numerelor naturale / <b>24</b> L.5: Scăderea numerelor naturale / <b>26</b> L.6: Înmulțirea numerelor naturale / <b>28</b> L.7: Distributivitatea înmulțirii. Factor comun / <b>30</b> L.8: Împărțirea numerelor naturale / <b>32</b> L.9: Puterea cu exponent natural a unui număr natural / <b>36</b> L.10: Pătrate perfecte / <b>38</b> L.11: Reguli de calcul cu puteri / <b>40</b> L.12: Compararea puterilor / <b>42</b> L.13: Scrierea în baza 10. Scrierea în baza 2 / <b>44</b> L.14: Ordinea efectuării operațiilor. Utilizarea parantezelor / <b>46</b>  <i>Antrenament PLUS / 48</i> <i>Recapitulare / 49</i> <i>(Auto)Evaluare / 51</i>	Proiect: <i>Istoria numerelor</i> / <b>16</b> Portofoliu: / <b>51</b> Fișa <i>Observ! Apreciez! Evoluez!</i> / <b>51</b>
1.1., 2.1., 3.1., 4.1., 5.1., 6.1.	<b>Unitatea 2 METODE ARITMETICE DE REZOLVARE A PROBLEMELOR</b>	L.1: Metoda reducerii la unitate / <b>54</b> L.2: Metoda comparației / <b>55</b> L.3: Metoda figurativă / <b>56</b> L.4: Metoda mersului invers / <b>60</b> L.5: Metoda falsei ipoteze / <b>61</b>  <i>Antrenament PLUS / 62</i> <i>Recapitulare / 63</i> <i>(Auto)Evaluare / 65</i>	Portofoliu: / <b>52</b> / <b>65</b> Proiect: <i>Matematica și geografia</i> / <b>52</b> Fișa <i>Observ! Apreciez! Evoluez!</i> / <b>65</b>
1.1., 2.1., 3.1., 4.1., 5.1.	<b>Unitatea 3 DIVIZIBILITATEA NUMERELOR NATURALE</b>	L.1: Divizibilitate. Divizor. Multiplu / <b>68</b> L.2: Divizori comuni / <b>70</b> L.3: Multipli comuni / <b>71</b> L.4: Criterii de divizibilitate cu 2, 5, 10 <sup>n</sup> / <b>72</b> L.5: Criterii de divizibilitate cu 3 și cu 9 / <b>74</b> L.6: Numere prime. Numere compuse / <b>76</b>  <i>Antrenament PLUS / 78</i> <i>Recapitulare / 79</i> <i>(Auto)Evaluare / 81</i>	Portofoliu: / <b>81</b> Proiect: <i>Povestea numerelor prime</i> / <b>66</b> Fișa <i>Observ! Apreciez! Evoluez!</i> / <b>81</b>
1.2., 2.2., 3.2., 4.2., 5.2., 6.2.	<b>Unitatea 4 FRAȚII ORDINARE</b>	L.1: Frații ordinare / <b>84</b> L.2: Frații echivalente. Procente / <b>85</b> L.3: Scoaterea întregilor dintr-o fracție / <b>86</b> L.4: Introducerea întregilor în fracție / <b>87</b> L.5: Reprezentarea pe axă a unei fracții ordinare / <b>88</b> L.6: Compararea fracțiilor / <b>89</b> L.7: Cel mai mare divizor comun. Cel mai mic multiplu comun / <b>90</b> L.8: Amplificarea și simplificarea fracțiilor / <b>91</b> L.9: Frații ireductibile / <b>92</b> L.10: Aducerea fracțiilor la un numitor comun / <b>93</b> L.11: Adunarea și scăderea fracțiilor / <b>94</b> L.12: Înmulțirea fracțiilor / <b>96</b> L.13: Împărțirea fracțiilor / <b>98</b> L.14: Ridicarea la o putere a unei fracții / <b>99</b> L.15: Aflarea unei fracții dintr-un număr sau o fracție / <b>100</b> L.16: Probleme / <b>102</b>	Proiect: <i>Matematica și muzica</i> / <b>82</b> Portofoliu: / <b>107</b> Fișa <i>Observ! Apreciez! Evoluez!</i> / <b>107</b>

Competențe specifice	Unități de învățare	Lecții	Metode complementare de evaluare
		<i>Antrenament PLUS / 104</i> <i>Recapitulare / 105</i> <i>(Auto)Evaluare / 107</i>	
1.2, 2.2, 3.2, 4.2, 5.2, 6.2.	<b>Unitatea 5 FRAȚII ZECIMALE</b>	L.1: Frații zecimale / 110 L.2: Compararea, ordonarea și reprezentarea pe axă a unor fracții zecimale / 113 L.3: Adunarea și scăderea fracțiilor zecimale finite / 116 L.4: Înmulțirea fracțiilor zecimale finite / 118 L.5: Împărțirea a două numere naturale cu rezultat fracție zecimală / 120 L.6: Media aritmetică / 122 L.7: Împărțirea unei fracții zecimale finite la un număr natural / 124 L.8: Împărțirea a două fracții zecimale finite / 126 L.9: Transformarea unei fracții zecimale periodice într-o fracție ordinară / 128 L.10: Număr rațional pozitiv. Ordinea efectuării operațiilor / 129 L.11: Probleme / 132  <i>Antrenament PLUS / 134</i> <i>Recapitulare / 135</i> <i>(Auto)Evaluare / 137</i>	Portofoliu: / 108 / 137 Proiect: <i>Fracții ordinare și zecimale speciale / 108</i> Fișa <i>Observ! Apreciez! Evoluez! / 137</i>
1.1., 4.1., 5.1., 6.1., 6.2.	<b>Unitatea 6 ORGANIZAREA DATELOR</b>	L.1: Probleme de organizare a datelor. Frecvență / 140 L.2: Tabele și grafice / 142 L.3: Media unui set de date statistice / 144  <i>Antrenament PLUS / 146</i> <i>Recapitulare / 147</i> <i>(Auto)Evaluare / 149</i>	Proiect: <i>Date statistice în clasa noastră / 108</i> Portofoliu: / 149 Fișa <i>Observ! Apreciez! Evoluez! / 149</i>
1.3., 2.3., 3.3., 4.3., 5.3., 6.3.	<b>Unitatea 7 ELEMENTE DE GEOMETRIE</b>	L.1: Punct. Dreaptă. Plan / 152 L.2: Pozițiile unui punct față de o dreaptă. Pozițiile relative a două drepte / 154 L.3: Distanța dintre două puncte. Segmente congruente / 157 L.4: Unghi / 160 L.5: Măsura unui unghi. Unghiuri congruente. Clasificarea unghiurilor / 162 L.6: Calcule cu măsuri de unghiuri / 164 L.7: Figuri congruente. Axa de simetrie / 167  <i>Antrenament PLUS / 170</i> <i>Recapitulare / 171</i> <i>(Auto)Evaluare / 173</i>	Portofoliu: / 150 / 173 Proiect: <i>Geometria și natura – Fractali / 150</i> Fișa <i>Observ! Apreciez! Evoluez! / 173</i>
1.3., 3.3., 4.3., 5.3., 6.3.	<b>Unitatea 8 UNITĂȚI DE MĂSURĂ</b>	L.1: Unități de măsură pentru lungime / 176 L.2: Perimetrul / 177 L.3: Unități de măsură pentru arie / 178 L.4: Aria pătratului și aria dreptunghiului / 179 L.5: Unități de măsură pentru volum / 180 L.6: Volumul cubului și al paralelipipedului dreptunghic / 181  <i>Antrenament PLUS / 182</i> <i>Recapitulare / 183</i> <i>(Auto)Evaluare / 184</i>	Proiect: <i>Matematica și informatica / 174</i> Portofoliu: / 184 Fișa <i>Observ! Apreciez! Evoluez! / 184</i> Investigație / 190 / 191
1.1., 1.2., 1.3., 2.1., 2.2., 2.3., 3.1., 3.2., 3.3., 4.1., 4.2., 4.3., 5.1., 5.2., 5.3., 6.1., 6.2., 6.3.	<b>AM ÎNVĂȚAT ÎN CLASA A V-A</b>	RECAPITULARE FINALĂ / 185 (AUTO)EVALUARE FINALĂ / 188 Răspunsuri / 192	Portofoliu: / 188



### Pagini de deschidere de unitate

TITLUL ȘI NUMĂRUL UNITĂȚII DE ÎNVĂȚARE

#### Proiect

Are ca scop rezolvarea unor situații problematice diverse, utilizând atât corelații intradisCIPLINARE, cât și interdisciplinare. Proiectele de grup cultivă spiritul de echipă, încrederea în sine și respectul față de ceilalți, toleranța și curajul de a prezenta o opinie personală, spiritul de inițiativă. Te ajută să analizezi caracteristicile matematice ale unei situații date sau să modelezi matematic o situație, integrând achiziții din diverse domenii.

## Unitatea 1 Numere naturale

**Sistemul numeric s-a dezvoltat în India în secolul al V-lea. Cifrele, simbolul cu ajutorul cărora scriem acum numerele, sunt rezultatul unei transformări treptate.**

**Originea „cifrelor arabe“**  
Așa-numitele „cifre arabe“ își au, de fapt, originea în India. Comerțul, cultura și războiele au fost factori importanți în răspândirea lor.

**EUROPA:** În Evul Mediu, cruciați au răspândit cunoștințele științifice ale arabilor.  
**ARABII:** Comerțul și pelerinajele au contribuit la răspândirea cifrelor preluate de la indieni. În Europa, ele au pătruns prin Spania (unde arabii au ocupat teritoriul între 711 și 1492). Tot arabii au introdus cifra 0 (zero).

**INDIA:** În secolul III î.Hr. existau deja semne pentru scrierea numerelor de la 1 la 9. Sistemul folosit azi a fost dezvoltat în secolul V d.H.

### Matematica de lângă noi

**Temă: Istoria numerelor**

**De ce vei face?**  
● Realiza un poster în care vei descoperi cum numărăm oamenii, cum mulți ar în urmă, într-un alt sistem de numerare, diferit de cel zecimal.

**Introducere:**  
Deși nu cunoșteam numerele, nu știu să scrie, să socotească, oamenii din vechile civilizații aveau să pălă evidentă nevoie să înțeleagă și să folosească simboluri care să reprezinte un sistem de numerare, să determine simboluri pentru număr și operații aritmetice. Sistemele de numerare conștă în formarea de grupe de câte un anumit număr de unități, numărul de grupe. Baza nu era încă împărțitor de numărul sistemului de numerare. Baza 5 conștințușă degetelor de la mână, dar și baza 20 - degetele de la mână și de la picioare, s-au mai folosit baza 12, care are legătură cu cele 12 ore ale zilei și, respectiv, baza 60 număr și sistem sexagesimal, folosit și astăzi în astronomie și în geometrie, la măsurarea timpului și a acelor de ceas.

**Structura activității:**  
Împarte o coală de hârtie A3 în patru părți egale și notează alături câte patru pătrți cu literele A, B, C, D. Vei completa cele 4 părți astfel:  
**A. DESCRIE**  
Sunt cunoscute multe sisteme de numărare folosite în Antichitate, ca de exemplu egiptul, sistemele de numerare egiptene, elene, babilonien, romani, mayaș.  
**B. COMPARĂ**  
Compară sistemul de numerare ales cu sistemul zecimal.  
**C. ANALIZAZĂ**  
Cătușează în timp și descrie modul cum numărăm oamenii cu sistemul de numerare ales, ce impedimente apare în măsurarea obiectelor.  
**D. APLICA**  
Scrie folosind simbolurile specifice sistemului de numerare ales:  
● Un număr de o cifră.  
● Un număr de două cifre.  
● Un număr de trei cifre.  
● Scrie câte cifre are cel mai lung număr pe care poți să îl scrii.  
● Numerele: 7, 132, 25, 36, 268.

**Evoluția elementelor grafice**

Sec. 19	Sec. 18	Sec. 17	Sec. 16	Sec. 15	Sec. 14	Sec. 13	Sec. 12	Sec. 11	Sec. 10	Sec. 9	Sec. 8	Sec. 7	Sec. 6	Sec. 5	Sec. 4	Sec. 3	Sec. 2	Sec. 1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
0																		

**Evoluția cifrei „cinci“ de la simbolul arab la cel european**

**Cifrele romane**

I	V	X	L	XL	LX	XC	C	D	DC	DCC	DLXXX	DCCC	M
1	5	10	50	40	60	90	100	500	600	700	800	900	1000

Hm... oare la ce folosește asta?

Ți prezintă o serie de aplicații practice ale noțiunilor matematice noi cu care te vei întâlni în acesta unitate.

### Pagini de predare-învățare

#### Observ. Descoper. Înțeleg

- Te provoacă să înțelegi matematică prin raportare la experiența cotidiană, prin situații-problemă concrete și variate.
- Te ajută să identifici elemente noi în diferite contexte.
- Introducerea noțiunilor noi se realizează intuitiv, pornind de la exemple din realitatea înconjurătoare și din experiența ta anterioară. Aici poți propune metode de rezolvare a unor situații date sau să anticipezi diverse situații posibile.

#### Rețin

Include noțiuni noi, cu ajutorul cărora și se formează și dezvoltă competențe specifice. Noțiunile sunt selectate pe principiul continuității și al coerenței și sunt interconectate. După parcurgerea lor integrală, vei putea face conexiuni între idei, texte cu conținut matematic, reprezentări grafice și formule.

#### Istoric

Elemente din istoria matematicii relevante pentru tema lecției

## Unitatea 1 Numere naturale

### Lecția 2 | Compararea numerelor naturale

**Observ. Descoper. Înțeleg**

Familia Martin și-a stabilit un buget cuprins între 4 040 lei și 4 150 lei pentru organizarea vacanței de vară.

a) Stabilește dacă îți pot petrece vacanța în Maldive, știind că un pachet costă 4 138 lei.  
b) Scrie prețul cel mai mic și cel mai mare al unui pachet ce poate intra în calculul familiei.

**Rezolvare:**  
a) Da, pentru că  $4\ 040 < 4\ 138 < 4\ 150$ .  
b) Cel mai mic preț: 4 040 lei; cel mai mare: 4 150 lei.

**Rețin**

Dacă numerele sunt scrise cu număr diferit de cifre, este mai mare numărul scris cu mai multe cifre.

Dacă numerele sunt scrise cu același număr de cifre, se compară valorile cifrelor; de la stânga la dreapta.

**Aplic**

Compară numerele a și b și dă:  
a)  $a = 3\ 333$ ;  $b = 999$   
Se observă că a este format din patru cifre, în schimb b, conține 3 cifre.  
Deci  $a > b$ .

b)  $a = 2\ 017$ ;  $b = 2\ 018$   
Numerele au același număr de cifre, deci comparăm de la stânga la dreapta:  
 $2 = 2$     $0 = 0$     $1 < 1$     $7 < 8$   
Așadar:  $2\ 017 < 2\ 018$ .

**Rețin**

Ordinarea crescătoare: numerele sunt așezate de la cel mai mic la cel mai mare.  
Ordinarea descrescătoare: numerele sunt așezate de la cel mai mare la cel mai mic.

**Rețin**

Sirul numerelor naturale: 0, 1, 2, 3, ..., n-1, n este infinit, deoarece nu există un cel mai mare număr natural.

Doi termeni care urmează unul după altul: n și n+1 se numesc numere consecutive.  
Numerele consecutive pot fi scrise astfel: crescător: 20, 30, 31, 32, 33; 24 sau  $c + 1$ ;  $c + 2$ ;  $c + 3$ ;  $c + 4$ ;  $c + 5$ , și descrescător: 39, 38, 37, 36, 35; 34 sau  $c - 1$ ;  $c - 2$ ;  $c - 3$ ;  $c - 4$ ;  $c - 5$ .  
Fie numerele consecutive n și n+1.  
● n se numește **predecesorul** lui n+1.  
● n+1 se numește **sucesorul** lui n.

**Istoric**

În 1611, englezul Thomas Harriot (1560-1621) introduce termenul „0”, și „1” pentru a denumi „mai mare” și „mai mic”. Thomas Harriot a fost matematician, astronom și etnolog. Fie cănecut ca prima persoană care a realizat un desen de Lună văzută printr-un telescop, dar și cel care a introdus cartoful în Marea Britanie.

**Lucrez**

1. Distanța rutieră București - Hamburg este de 1 977 km, iar București - Moscova, 1 895 km. Stabilește care dintre cele două orașe este mai îndepărtat față de București.

2. Observă tabelul.

Orașul	Număr de locuitori
Debi	18 916 890
Isahul	14 300 423
Lagos	15 500 000
Londra	13 945 000
Los Angeles	18 584 159
Rio de Janeiro	14 387 000

a) Enumeră orașele în ordinea crescătoare a numărului de locuitori.  
b) Care este orașul cu cea mai mare populație? Dar cu cea mai mică?

3. Compară următoarele numere naturale folosind în scriere semnele „>”, „=”, „<” sau „=”:  
a) 25 781 < 25 780  
b) 1 123 975 > 10 123 411  
c) 985 607 > 985 787  
d) 671 234 < 671 234  
e) 100 000 > 99 999

4. Scrie:  
a) predecesorul lui 1 111;  
b) succesorul lui 1 001;  
c) succesorul celui mai mare număr natural scris cu două cifre;  
d) numărul al cărui predecesor este cel mai mic număr natural de 4 cifre distincte;  
e) predecesorul numărului 192.

5. Dă un exemplu de 4 numere de 4 cifre astfel încât să formeze un șir crescător de numere naturale.

6. a) Câte numere sunt în șirul: 1, 2, 3, ..., 129?  
b) Câte numere sunt în șirul: 1, 2, 3, ..., 997?  
c) Câte numere sunt în șirul: 98, 99, ..., 129?  
d) Care dintre următoarele șiruri are mai multe termeni?  
73, 74, 75, ..., 293 sau  
117, 118, 119, ..., 336?

7. Ocupanții primelor 5 locuri la un concurs de alegere au obținut timpuri exprimate prin numere naturale consecutive. Afia în câte minute au terminat cursa cei cinci concurenți, în fiecare dintre situațiile următoare:  
a) primul clasat a parcurs cursa în 329 minute; și timpul celui de-al cincilea clasat reprezintă cel mai mare număr natural de două cifre distincte;  
c) cel de-al treilea clasat a parcurs distanța în 40 minute.  
8. În tabiera de la Buzeni au fost 3 296 de copii, la Atroșca 2 296, iar la Brașov, 3 290 de copii. Ordonează crescător numărul de copii participanți în tabere și stabilește tabiera cu cei mai puțini participanți.

9. La un concurs s-au obținut următoarele punctaje:  
Răzvan: 2 187 puncte; Mihail: 2 189 puncte; Viorel: 2 173 puncte; Lucrui: 198 puncte; Ionuț: 199 puncte.  
Ordonează descrescător punctajele obținute și stabilește cei trei premiați.

**Test**

O modalitate alternativă de evaluare a cunoștințelor dobândite la o temă sau un grup de teme

**Rubrica Gândesc creativ**

Te încurajează să abordezi din perspective multiple o problemă și să gândești creativ. Verifică răspunsurile în manualul digital.

**Alte variante coră:**

	A	B	C	D
1. Numărul treisprezece milioane treiseci și șase sute este:	13 300 407	13 030 407	13 030 407	13 300 047
2. Între 27 și 43 se află:	16 numere	17 numere	15 numere	14 numere
3. Cel mai mic număr natural de patru cifre diferite este:	1 234	1 032	1 012	1 023
4. Numărul de numere de două cifre egale este:	9	10	8	11

Ți permite să prelucrezi date, folosind o regulă sau o formulă dată și să utilizezi algoritmi, metodele și regulile învățate în situații diverse. Conține exerciții aplicative și de antrenament diferențiate pe niveluri de dificultate (cele mai dificile sunt marcate cu ✪).

Test  
O modalitate alternativă de evaluare a cunoștințelor dobândite la o temă sau un grup de teme

#### Rubrica Gândesc creativ

Te încurajează să abordezi din perspective multiple o problemă și să gândești creativ. Verifică răspunsurile în manualul digital.



## Pagină de recapitulare

**Unitate 1** **Numere naturale** **RECAPITULARE**

1 Se consideră numărul scris în baza 10:  $abcde7fgh$ , unde:  $a = 2^1$ ,  $b = 2^2$ ,  $c = 2^3$ ,  $d = 2^4$ ,  $e = 2^5$ ,  $f = 2^6$ ,  $g = 2^7$ ,  $h = 2^8$ ,  $i = 2^9$ .

a) Scrie cu cifre și litere numărul de mai sus.  
b) Determină suma cifrelor numărului dat.  
c) Arată că produsul cifrelor numărului dat nu este pătrat perfect.

2 Reprezintă pe axa numerelor naturale punctele ce au coordonate primele puteri consecutive ale lui 2.

3 Marian scrie pe tablă trei numere consecutive. Dacă unul dintre ele este 123 345 789, ce numere a scris Marian pe tablă? Pentru fiecare variantă găsită, determină suma celor trei numere.

123 345 789

?

4 Calculează produsul dintre succesivul numărului 129 și predecesorul numărului 100.

5 Dacă  $3x + 5y = 197$ , calculează  $20x + 12y$ .

6 Compară numerele naturale  $a$  și  $b$  dacă  $a = 43 \cdot 59 + 43 \cdot 27$  și  $b = 32 \cdot 87 + 32 \cdot 44$ .

7 Dacă  $a = 1 + 2 + 3 + \dots + 299$  și  $b = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 297$ , calculează  $a - b$ .

8 Determină numărul natural care, împărțit la un număr mai mic decât 48, dă câtul 21 și restul 46.

9 Calculează suma tuturor resturilor împărțirii unui număr natural a:

a) 11; b) 101.

10 Se consideră numărul:  
 $a = 543215432154321 \dots 54321$ .

a) Scrie cu cifre și cu litere numărul format cu primele 7 cifre ale lui  $a$ .  
b) Stabilește dacă numărul format cu primele 8 cifre ale lui  $a$  este pătrat perfect.  
c) Care este cifra de pe poziția 258?

11 Determină numărul natural care, împărțit la un număr de două cifre identice, dă câtul 29 și restul 89.

12 Determină produsul dintre suma și diferența numerelor 96 și 56.

13 Calculează:  
a)  $27 \cdot 39 - 39 \cdot 26$   
b)  $97 + 97 - 99$   
c)  $37 \cdot 63 + 37 \cdot 24 - 87 \cdot 35$   
d)  $3^3 \cdot 3^4 - (3^3)^2 + 3^3 - 0^3$   
e)  $2^3 \cdot 4^2 + 3^3 \cdot 9^3 \cdot 3^3$   
f)  $2 \cdot (3 \cdot 5^2 - 2^3 \cdot 18 \cdot 3^2 + 3 \cdot 11) \cdot 2^3 + 6$

14 Calculează:  
a)  $81^3 - 81 \cdot 79$   
b)  $[(5^2 \cdot 5 \cdot 5) \cdot 2^3 - 2^3] \cdot 3^3$   
c)  $201 - 201 \cdot 3$   
d)  $a^2$  dacă  $a = 3 \cdot 675 \cdot 25$  și  $b = 97 \cdot 98 - 98 \cdot 95 - 2 \cdot 97$

15 Determină suma cifrelor numărului  $10^4 + 5^4$ .

16 Dacă  $a = b = 2^3 \cdot 3^3 \cdot c = 2^2 \cdot 5^3 \cdot b = 3^3 \cdot 5 \cdot a^4$  ( $a, b, c$  folosind proprietățile puterilor).

17 Calculează:  
a)  $1 \ 416 : \{[(32 \cdot 43 - 9 \ 999 \cdot 11) \cdot 2 + 256 : 8] \cdot 2 - 99 \cdot 9\}$   
b)  $\{(160 - 6 \cdot 4) \cdot 3 + 612 \cdot 6\} \cdot 2 + 24 \cdot 4 \cdot 4$

18 Scrie crescător numerele următoare:  
 $a = 4 \ 725 \cdot 63$     $b = 376 \cdot 89$   
 $c = 104 \ 040 \cdot 102$     $d = 1 \ 044 \cdot 1 \ 044 \cdot 2$

19 Compară numerele:  
a)  $A = (2^3)^3$  și  $B = (2^3)^3$ ;   b)  $A = 125^3$  și  $B = 3^9$ .

Ți amintești și exersezi, cu ajutorul problemelor și al exercițiilor propuse, tot ceea ce ai învățat pe parcursul unității de învățare.

Rezolvi sarcinile propuse pentru a-ți aprecia singur/singură progresul obținut la orele de Matematică.

Verifici o parte dintre răspunsuri în manualul tipărit.

## Pagină de (auto)evaluare

**Unitate 1** **Numere naturale** **(AUTO)EVALUARE**

**TEST**

Subiectul 1 (30 p)

1 Scrie pe foaie răspunsurile corecte:  
a) Care este succesivul răsturnatului numărului 9 9777?  
b) Rotunjirea la mii a numărului 1 903.

2 Scrie pe foaia ta răspunsul corect:  
a) Produsul primelor cinci numere naturale este:  
A. 24      B. 120      C. 0      D. 240  
b) Câte perechi de numere naturale (a, b) cu  $a > b$  au produsul egal cu 36?  
A. 9      B. 5      C. 8      D. 10

3 Copiază cerința pe foaie, apoi unește printr-o linie de altă culoare fiecare exercițiu cu rezultatul corect, conform modelului:  
Model:  $2 \cdot 99 - 2 \cdot 97 = 2 \cdot (99 - 97) = 2 \cdot 2 = 4$

a.  $2 \cdot 2 - 2 \cdot 2 = 2$       b.  $3^3 - 2^2 = 27 - 4 = 23$       c.  $10^{100} \cdot 10^{100} = 10^{200}$       d.  $2 \cdot 999 - 2 \cdot 997 = 2 \cdot (999 - 997) = 2 \cdot 2 = 4$       e.  $2 \cdot 99 - 2 \cdot 97 = 4$

1. 22      2. 44      3. 1      4. 4      5. 3      6. 10

Subiectul 2 (30 p)

4 Reprezintă pe o axă a numerelor naturale punctele cu abscisele precizate: K(8), I(3), H(2), N(5) și O(0), apoi calculează suma  $OI + OI + IN + 1E$ .

5 Calculează câtul și restul împărțirii celui mai mare număr natural de formă  $20Z^2$ , unde  $x + y + z = 0$  la cel mai mic număr de această formă.

Subiectul 3 (30 p)

6 Calculează:  $2 \cdot \{(3 \cdot 5^2 - 2^3 \cdot 18 \cdot 3^2 + 3 \cdot 11) \cdot 2^3 + 6\}$

7 Un croitor confecționează într-o lună 40 costume din 150 m de stofă, apoi vinde toate costumele cu 500 lei bucata. Alina câștigă el în aceeași lună, dacă un metru de stofă costă 60 lei, accesoriile folosite pentru un costum costă 4 lei și el a plătit un impozit la stat de 1 840 lei.

8 Află toate numere naturale nenule care împărțite la 7 dau câtul egal cu dublul restului.

9 Calculează suma numerelor aflate la punctul a) de mai sus.

Verifică dacă ai răspuns corect consultând manualul digital

Descarcă din manualul digital, apoi completează fișa Observ! Apreciez! Evoluez! Adaug-o în portofoliu.

## Pagină de investigație

**INVESTIGAȚIE**

Ajută turiștii să facă cea mai bună alegere în sezonul estival!

Pentru această investigație va trebui să urmărești etapele de mai jos:

- Culege informații despre 5 hoteluri din Mamaia.
- Pe baza informațiilor culese, răspunde la întrebările de mai jos.
  - ✓ Ce hotel este cel mai apropiat de plajă? Dar cel mai îndepărtat? De câte ore este mai scurtă cea mai mică distanță față de cea mare? (Aproximează la sutimi, dacă este cazul!)
  - ✓ Care este cel mai ieftin hotel pentru cazare?
  - ✓ Care este prețul mediu al unei camere?
  - ✓ Care este prețul mediu al celor 2 mese (prânz și cină)?
  - ✓ Care sunt hotelurile cu internet în toate camerele?
  - ✓ Care sunt costurile petrecerii unei săptămâni în hotelul ales de tine?
- Compară și ordonează crescător datele după prețul de cazare per cameră, pe zi.
- Inregistrează aceste informații într-un tabel care să conțină:
- Formulează și alte întrebări și răspunde la ele.

1. numele hotelului  
2. date exacte pentru fiecare hotel despre prețurile pentru:  
- cazare și mic-dejun pentru o cameră/zi  
- prânz și cină pentru 1 persoană/zi  
3. informații despre:  
- număr de camere existente în hotel  
- număr de camere cu acces WIFI  
- parcare păzită  
- distanța față de plajă

## Simboluri utilizate în manualul tipărit

- Activitate în perechi
- Activitate în grup
- Probleme cu grad sporit de dificultate
- Portofoliu
- Verifică folosind calculatorul de buzunar!

## Fișa Observ! Apreciez! Evoluez!

Completează fișa, apoi adaug-o în portofoliu.

Unitate 1 | Numere naturale

Citește cu atenție fiecare afirmație din fișă, apoi exprimă și acordul sau dezacordul în legătură cu fiecare afirmație, bifând caseta corespunzătoare: acord, Indecis/Indecisă, dezacord.

Afirmații	Acord	Indecis/Indecisă	Dezacord
a. Am reușit să identific numărul natural în contexte variate.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b. Mi-am însușit regulile de comparare a numerelor naturale.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c. Am efectuat cu ușurință calcule cu numere naturale folosind operațiile aritmetice și proprietățile acestora.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d. Am utilizat regulile de calcul pentru efectuarea operațiilor cu numere naturale.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e. Am reușit să aplic în limbaj matematic proprietăți referitoare la compararea, apropierea, estimerii și operații cu numere naturale.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
f. Am analizat sursele de date în care întâlnim numere naturale pentru a estima sau a verifica validitatea unor calcule.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
g. Am participat la proiectul Asociațiilor Matematice.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
h. Mi-am îmbogățit vocabularul matematic cu noi termeni.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
i. Am colaborat foarte bine cu ceilalți colegi.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
j. Există aspecte pe care nu le-am înțeles, pentru care am nevoie de explicații suplimentare.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Fișă personalizată




La finalul fiecărei unități de învățare, descarci fișa Observ! Apreciez! Evoluez!

Completezi fișa din manualul digital, reflectând asupra a ceea ce ai observat, ai învățat, ai realizat. Citești cu atenție fiecare afirmație din fișă. Ți manifesti acordul sau dezacordul în legătură cu fiecare afirmație, bifând una dintre cele trei casete:

acord, indecis/indecisă, dezacord.

La final, adaugi fișa în portofoliu.

## INSTRUCȚIUNI PENTRU UTILIZAREA MANUALULUI DIGITAL

Cu un singur **click pe copertă** sau **prin simpla atingere** a acesteia (pe tabletă/telefon) pătrunzi în minunata lume a manualului digital. Aici vei descoperi numeroase **activități multimedia interactive de învățare (AMII)** legate de tema lecției. Acestea sunt evidențiate în varianta digitală și în cea tipărită prin simbolurile următoare:   

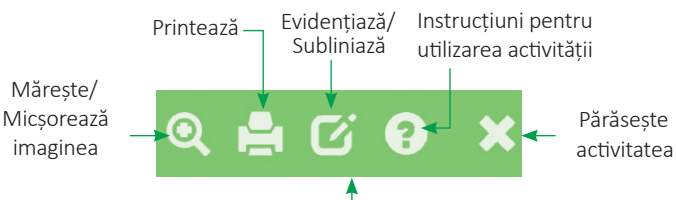
### Pagina principală a manualului digital

Coperta digitală a manualului



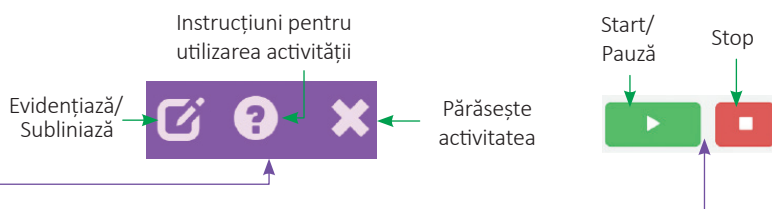
#### AMII STATICE

- planșe ilustrate explicative
- fișe de lucru



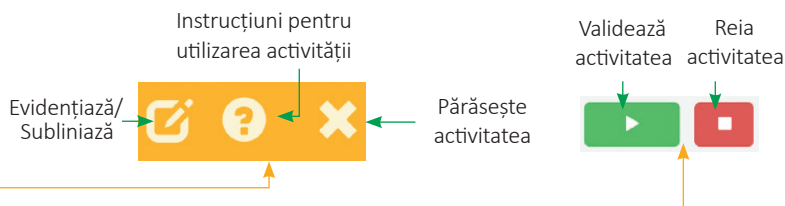
#### AMII ANIMATE

- secvențe video



#### AMII INTERACTIVE

- exerciții
- jocuri
- teste de evaluare
- pagină virtuală pentru desen



Cu ajutorul acestei aplicații vei putea desena forme, figuri geometrice etc. Este un prieten care te va însoți pe parcursul întregului an. Trebuie doar să apeși butonul de start!

# N motive pentru a învăța matematica

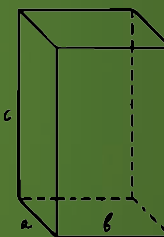
Voi utiliza  
vreodată matematica?

În fiecare zi!

Matematica te învață:



- să analizezi informațiile
- să rezolvi probleme
- să vizualizezi soluții
- să descoperi modele repetitive
- să planifici din timp
- să folosești în mod corect diverse instrumente
- să interpretezi informația
- să te exprimi precis
- să gândești critic
- să perseverezi
- să folosești cunoștințele anterioare
- să faci conexiuni
- să argumentezi alegerile făcute
- să explici
- să înveți din greșeli



# Începuturile matematicii

Nu întotdeauna oamenii au făcut diferența între un copac și o pădure, un lup și o haită, o stea și o constelație și n-au înțeles de la început ce au în comun „un” copac, „un” lup și „o” stea. Se pare că prima noțiune a ceea ce noi numim acum „număr” ar fi început să se dezvolte în urmă cu aproximativ 30 000 de ani. Numărarea obiectelor, înregistrate prin marcate pe bucăți de lemn sau os, a condus la apariția unui sistem de simboluri. Iar degetele de la mâini, un „accident anatomic”, după părerea lui Aristotel, este posibil să fie la originea sistemului zecimal.

## Practica pe primul loc

Odată cu descoperirea, în 1799, a Pietrei de la Rosetta, oamenii de știință au putut să descifreze hieroglifele egiptene și să regândească viziunea modernă a matematicii în Egiptul antic. Egiptenii nu au considerat numerele ca entități abstracte, așa cum grecii au făcut-o secole mai târziu, ci le-au folosit pentru a indica obiecte. Acest pragmatism a încurajat matematica mesopotamiană în urmă cu 2000 de ani. Sunt tăblițe cu operații matematice pentru a proiecta clădiri, pentru a ajuta comerțul sau activitățile agricole, pentru a măsura timpul sau pentru sistematizarea observațiilor astronomice.



## Pitagora și Euclid

Filosoful grec Pitagora a petrecut 21 de ani studiind împreună cu matematicieni, preoți și arhitecți egipteni. Euclid, părintele geometriei, a studiat și el în orașul Alexandria din Egipt.



Instrument cu fir cu plumb, folosit pentru a verifica dacă acoperișurile sau podelele clădirilor sunt perfect orizontale și pentru a trasa o linie dreaptă de la Nord la Sud.

# Calculule faraonilor

Papirusul Rhind, al cărui autor a fost scribul egiptean Ahmes (1650 î.H.), este cea mai cunoscută sursă de informații despre matematica din Egiptul antic. Conține peste 80 de probleme, exerciții din aritmetică, algebră, calcul de arii și trigonometrie. Papirusul începe cu fraza „Prezentare detaliată a modului de investigare a lucrurilor și cunoștințe despre toate lucrurile, misterele și... secretele”.

## 1 Papirusul Rhind

81 dintre probleme includeau unități fracționare ( $1/2$ ,  $1/3$ ,  $1/7$ ), dar au fost utilizate și fracțiuni pe care azi le-am scrie  $2/3$ .

## 2 Utilizări practice

Numerele gravate pe pereții templelor exprimau de obicei numărul de dușmani învinși sau de prizonieri capturați în luptă.

## Sistemul hieratic

După apariția papirusului Ahmes a fost utilizat acest sistem. A fost un sistem cu semne de numere de la 1 la 9, zeci, sute și mii.

## NUMERE

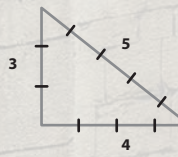
Hieroglife sculptate în piatră

A fost folosit sistemul de bază 10. Simbolurile au fost repetate adesea: numărul 1 a fost reprezentat printr-un băț, iar numărul 8 prin opt bețe similare.

## TRIUNGHIUL SACRU

Este numele dat de egipteni triunghiului dreptunghic cel mai ușor de construit, cu laturi de dimensiunea 3, 4, respectiv, 5 unități.

Era folosit pentru a obține unghiuri drepte în clădiri și avea și o valoare simbolică foarte importantă.



## 3 Geometrie și trigonometrie

Papirusul Rhind conține calcule referitoare la baza și înălțimea unei piramide. Pentru arhitecți era important să determine exact gradul de înclinare a unei suprafețe.

## Am învățat în clasa a IV-a

# RECAPITULARE INIȚIALĂ

**Maria, George și Ioana** au povestit unde au fost în vacanță.

**1 Maria** a fost în vacanță la bunici. Acolo a cules mere și prune. Apoi a ajutat-o pe bunica ei să facă din mere compot și din prune, magiun.

În total au umplut 20 de borcane.

Numărul borcanelor de compot este de trei ori mai mare decât al celor cu magiun.

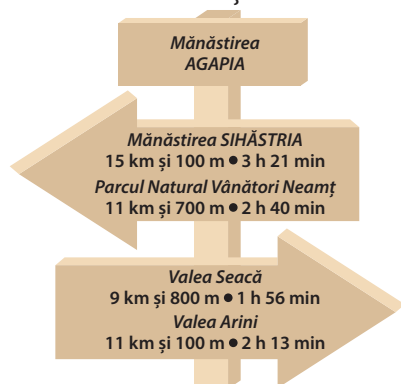
a) Află câte borcane s-au umplut cu compot și câte cu magiun.

b) Dacă un borcan de compot are 800 ml, află ce volum au în total borcanele de compot.

c) Dacă un borcan de magiun cântărește 420 g, află cât cântăresc borcanele cu magiun.



**2 George** a fost în vacanță la munte. El a plecat la ora 9:45 din Valea Arini spre Parcul Natural Vânători. Observă indicatorul și harta.



a) Ce distanță a parcurs George?

b) La ce oră a ajuns, dacă a făcut un popas de 62 de minute la Mănăstirea Agapia?

c) Dacă a plecat de la Parcul Natural Vânători la ora 17:00, la ce oră a ajuns la Mănăstirea Sihăstria?

d) Ce distanță parcurge turistul, dus-întors, de la Parcul Natural Vânători până la Mănăstirea Sihăstria?

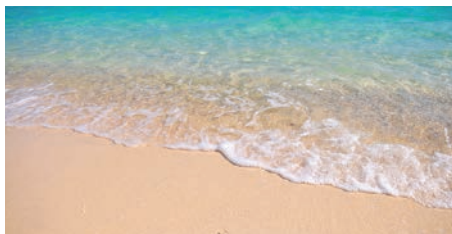
e) Care distanță este mai mare: de la Valea Arini până la Parcul Natural Vânători sau de la Mănăstirea Sihăstria până la Valea Seacă?

**3 Ioana** a fost în vacanță la mare.

a) Află numerele necunoscute.

b) Ordonează crescător numerele aflate.

Scrie sub fiecare litera atașată. Vei descoperi numele mării pe plaja căreia și-a petrecut Ioana o parte din vacanță.



$$a + 321\,986 = 954\,187 \rightarrow \text{Ă}$$

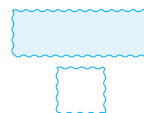
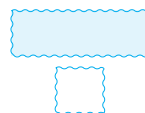
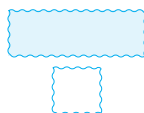
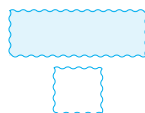
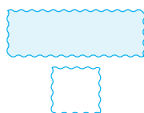
$$b - 23\,402 = 36\,856 \rightarrow \text{A}$$

$$230\,425 - c = 32\,124 \rightarrow \text{G}$$

$$d \times 36 = 5\,148 \rightarrow \text{E}$$

$$7\,236 : e = 804 \rightarrow \text{N}$$

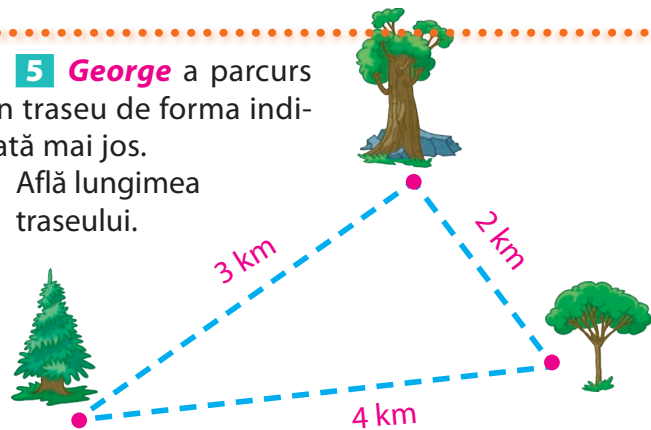
$$f : 12 = 33\,768 \rightarrow \text{R}$$



**4** **Maria** a cules căpșune de pe un teren de forma și dimensiunile de mai jos. Află perimetrul acestui teren.



**5** **George** a parcurs un traseu de forma indicată mai jos. Află lungimea traseului.

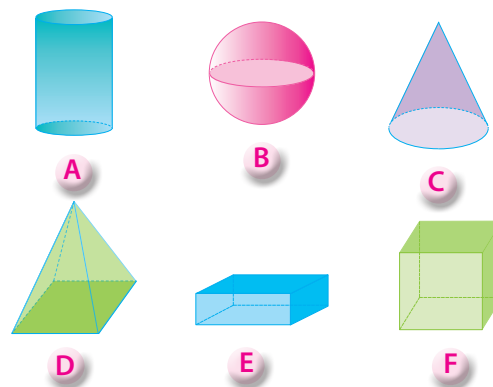


**6** **Ioana** a desenat un pătrat cu scoici adunate de pe plajă. Află perimetrul acestui pătrat.



**7** Cei trei copii au cumpărat fiecare câte un cadou pentru părinți. Ele au fost ambalate în cutii de forma corpurilor geometrice ilustrate alăturat. Completează tabelul, în caiet.

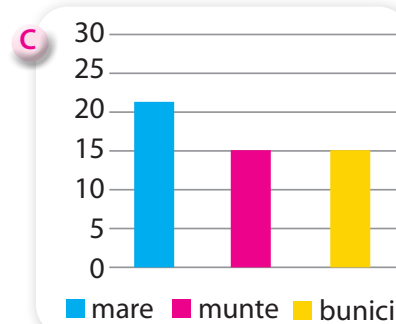
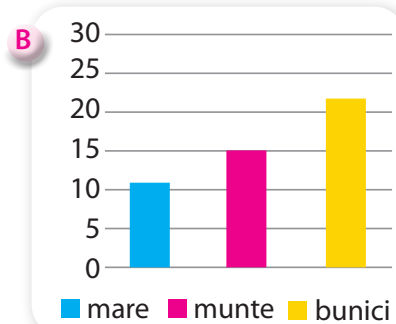
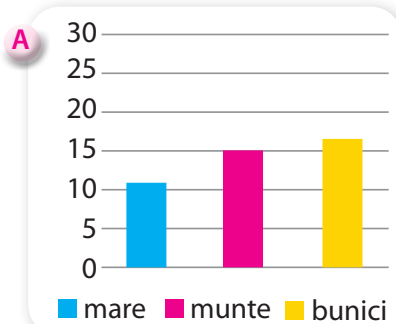
Litera	Denumirea corpului	Număr			Forma bazei
		vârfuri	fețe	muchii	
A					
B					
C					
D					
E					
F					

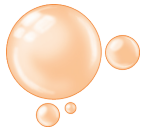


**8** Rezolvă următoarele exerciții. Vei afla câți elevi din clasa celor trei copii au fost în vacanță.

- a) la bunici  $39 - 51 : [1 + 2 \times (24 \times 25 - 599)]$   
 b) la munte  $15 + [34 \times (598 - 568) - (671 + 349)]$   
 c) la mare  $25 \times [208 - (707 - 568)] - 28 \times 61 - 6$

Care dintre graficele de mai jos reprezintă corect numărul copiilor care au fost plecați în vacanță, conform celor de mai sus?





# Am învățat în clasa a IV-a

## (AUTO)EVALUARE INIȚIALĂ



Scrie rezolvările complete.

Timp de lucru: 50 de minute

- 1** a) Află toate numerele de 4 cifre la care produsul cifrelor este 60, știind că cifra sutelor este 5, iar cifra unităților este 2.  
b) Scrie-le în ordine crescătoare.

- 2** Calculează. Scrie sub fiecare rezultat litera corespunzătoare. Descoperă mesajul!

**A** produsul numerelor  
1 265 și 28

**V** câtul numerelor  
317 700 și 75

**R** diferența numerelor  
12 046 și 899

**B** suma numerelor  
17 127 și 873

**O** rezultatul exercițiului  
 $3 + 2 \cdot [4 + 6 : (3 \cdot 3 - 3)]$

18 000

11 147

35 420

4 236

13



- 3** Scrie cu cifre romane următoarele numere.

1 258

583

1 877

2 017

1 989

- 4** Calculează.

$$\frac{9}{6} - \frac{6}{6} + \frac{5}{6} =$$

$$\frac{4}{8} + \frac{9}{8} - \frac{5}{8} =$$

$$\frac{9}{4} - \frac{5}{4} - \frac{1}{4} =$$

$$\frac{1}{3} + \frac{4}{3} + \frac{2}{3} =$$

$$\frac{9}{2} - \frac{1}{2} - \frac{5}{2} =$$

- 5** Află numărul necunoscut.

$$230\,425 - a = 32\,124$$

$$b - 23\,402 = 36\,856$$

$$c + 321\,986 = 954\,187$$

$$d \times 36 = 5\,148$$

$$7\,236 : e = 804$$

$$f : 12 = 33\,768$$





**6** Alege varianta corectă.

a) *Cubul*

- Are doar o față în formă de pătrat.
- Are toate fețele în formă de pătrat.
- Are o față în formă de dreptunghi.

c) *Piramida*

- Are două fețe în formă de dreptunghi.
- Are toate fețele în formă de pătrat.
- Are cel puțin trei fețe în formă de triunghi.

b) *Paralelipipedul*

- Are doar o față în formă de dreptunghi.
- Poate avea toate fețele în formă de dreptunghi.
- Are o față în formă de triunghi.



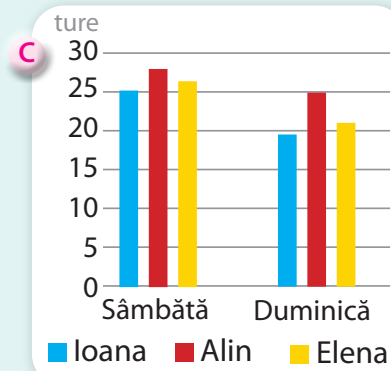
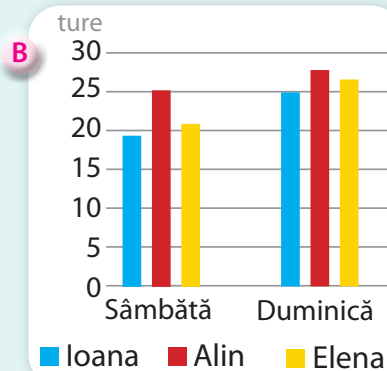
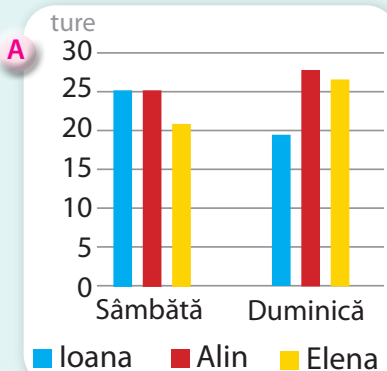
**7** Pentru un cub cu lungimea muchiei de 5 cm, calculează:

- suma lungimilor tuturor muchiilor sale;
- aria suprafeței desfășurate, exprimată în pătrate cu latura de 1 cm;
- volumul, exprimat în cuburi cu muchia de 1 cm.

**8** Sâmbătă și duminică, Ioana, Alin și Elena au mers în parc cu bicicleta. În tabel poți observa câte ture a făcut fiecare copil în cele două zile.

	<b>Ioana</b>	<b>Alin</b>	<b>Elena</b>
Sâmbătă	25	28	27
Duminică	19	25	21

Observă graficele. Identifică graficul care ilustrează corect datele din tabel.



Ex. 1	Ex. 2	Ex. 3	Ex. 4	Ex. 5	Ex. 6	Ex. 7	Ex. 8
10 p	10 p	10 p	10 p	20 p	10 p	10 p	10 p
Se acordă 10 puncte din oficiu.						Total 100 de puncte	

# Unitatea

## I

# Numere naturale

### Pe parcursul acestei unități vei exersa:

- ✓ Identificarea numerelor naturale în contexte variate
- ✓ Efectuarea de calcule cu numere naturale folosind operațiile aritmetice și proprietățile acestora
- ✓ Utilizarea regulilor de calcul pentru efectuarea operațiilor cu numere naturale
- ✓ Exprimarea în limbaj matematic a unor proprietăți referitoare la comparații, aproximări și estimări ale rezultatelor unor operații cu numere naturale
- ✓ Analizarea unor situații date în care intervin numere naturale pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule
- ✓ Modelarea matematică a unei situații date cu numere naturale, rezolvarea problemei obținute prin metode aritmetice și interpretarea rezultatului
- ✓ Reprezentarea matematică a unei situații date, provenite din practică, în context intra și interdisciplinar

## Matematica de lângă noi



### Proiect

### Tema 1 Istoria numerelor



#### Ce vei face?

Vei realiza un poster în care vei descoperi cum numărau oamenii, cu mulți ani în urmă, într-un alt sistem de numerație, diferit de cel zecimal.

#### Introducere

Deși nu cunoșteau numerele, nu știau să scrie, să socotească, oamenii din vechile civilizații reușeau să țină evidența animalelor, a mărfurilor, să facă schimburi, să facă comerț.

În diferite perioade istorice, oamenii au încercat să găsească un sistem de numerație, să determine simboluri pentru numere și operații aritmetice. Sistemele de numerație constau în formarea de grupe de un anumit număr de unități, numit bază. Baza nu era aleasă întâmplător: de exemplu, sistemul zecimal se spune că a fost format prin asocierea cu cele zece degete de la mâini, baza 5 corespunzătoare degetelor de la o mână, dar și baza 20 – degetele de la mâini și de la picioare; s-au mai folosit baza 12, care are legătură cu cele 12 ore ale zilei și, respectiv, baza 60 numită și sistem sexazecimal, folosit și astăzi în astronomie și în geometrie, la măsurarea timpului și a arcelor de cerc.

#### Structura proiectului

Împarte o coală de hârtie A3 în patru părți egale și notează aleatoriu cele patru părți cu literele A; B; C; D. Vei completa cele 4 părți astfel:

#### A – DESCRIE

Sunt cunoscute multe sisteme de numărare folosite în Antichitate, ca de exemplu: răbojul; sistemele de numerație egiptean, elen, babilonian, roman, mayaș.

● Alege un sistem de numerație diferit de cel zecimal, caută în mediul virtual sau în cărțile de profil informații despre acest sistem și completează cu răspunsurile la următoarele întrebări:

- În ce an a apărut?
- Ce simboluri folosea?
- Scrie câteva proprietăți specifice sistemului de numerație ales.

#### B – COMPARĂ

Compară sistemul de numerație ales cu sistemul zecimal:

- Asemănări/deosebiri;
- De ce este folosit sistemul zecimal și nu sistemul ales;
- Descrie sistemul zecimal făcând legătura cu sistemul de numerație ales.

#### C – ANALIZEAZĂ

Calătorește în timp și descrie modul cum numărau oamenii cu sistemul de numerație ales, ce impedimente aveau în numărarea obiectelor.

#### D – APLICĂ

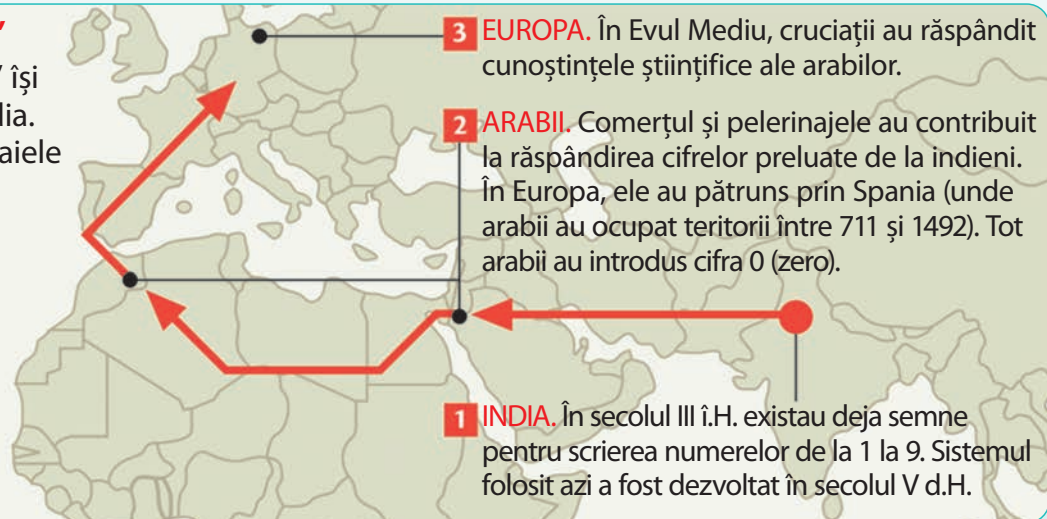
Scrie folosind simbolurile specifice sistemului de numerație ales:

- Un număr de o cifră;
- Un număr de două cifre;
- Un număr de trei cifre;
- Stabilește câte cifre are cel mai lung număr pe care poți să-l scrii;
- Numerele: 7; 132; 25; 36; 268.

Sistemul numeric s-a dezvoltat în India în secolul al V-lea.  
Cifrele, simboluri cu ajutorul cărora scriem acum numerele,  
sunt rezultatul unei transformări treptate.

### Originea „cifrelor arabe”

Așa-numitele „cifre arabe” își au, de fapt, originea în India. Comerțul, cultura și războaiele au fost factori importanți în răspândirea lor.

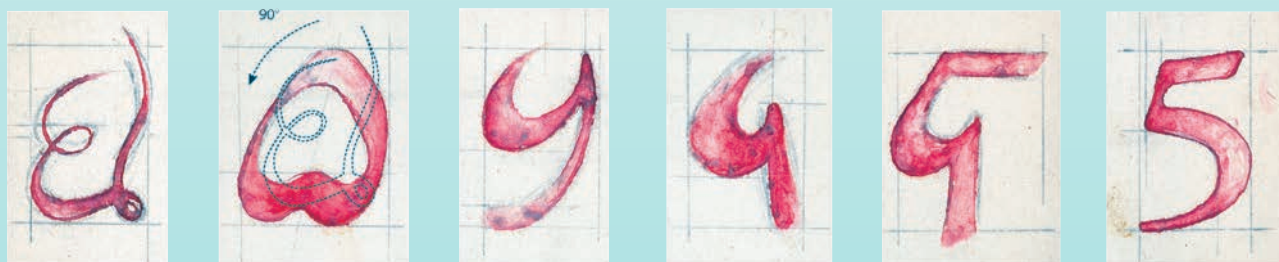


### Evoluția elementelor grafice

Sec. VII	Sec. IX	Sec. X	Sec. XII	Sec. XIII	Sec. XV	1542
∖	۱	۱	۱	۱	۱	1
۳	۳	۲	۲	۲	۲	2
۳	۳	۲	۲	۳	۳	3
۴	۴	۴	۴	۴	۴	4
۵	۵	۵	۵	۵	۵	5

Sec. VII	Sec. IX	Sec. X	Sec. XII	Sec. XIII	Sec. XV	1542
۶	۶	۶	۶	۶	۶	6
۷	۷	۷	۷	۷	۷	7
۸	۸	۸	۸	۸	۸	8
۹	۹	۹	۹	۹	۹	9
	۰	۰	۰	۰	۰	0

### Evoluția cifrei „cinci” de la simbolul arab la cel european



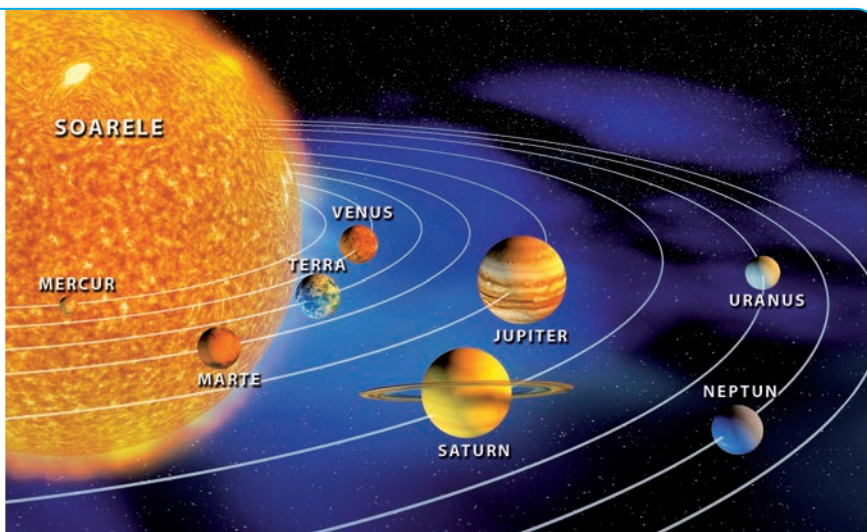
### › Cifrele romane

I	1	VI	6	XI	11	XVI	16	XXX	30	LXXX	80	V̄	5 000
II	2	VII	7	XII	12	XVII	17	XL	40	XC	90	X̄	10 000
III	3	VIII	8	XIII	13	XVIII	18	L	50	C	100	L̄	50 000
IV	4	IX	9	XIV	14	XIX	19	LX	60	D	500	C̄	100 000
V	5	X	10	XV	15	XX	20	LXX	70	M	1 000	D̄	500 000
												CMXXXIICDXCIX	932 499

## Observ. Descopăr. Înțeleg

Observă tabelul următor.

Planeta	Distanța față de Soare
Jupiter	779 000 000 km
Marte	228 000 000 km
Mercur	58 000 000 km
Neptun	4 509 000 000 km
Pământ	150 000 000 km
Saturn	1 432 000 000 km
Uranus	2 884 000 000 km
Venus	108 000 000 km



Știi să citești numerele din tabelul de mai sus?

## Rețin

Numerele naturale se scriu utilizând 10 simboluri: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 numite *cifre*, sistemul de numerație fiind numit și sistem de numerație *zecimal*. Se caracterizează prin faptul că 10 unități de un anumit ordin formează o unitate de ordin superior.

Acesta este un sistem de numerație *pozițional*, locul ocupat de fiecare cifră reprezintă un anumit ordin.

O *clasă* este formată dintr-un grup de 3 ordine consecutive: unități; zeci; sute. Clasele sunt citite de la dreapta la stânga astfel: clasa unităților; miilor; milioanei; miliardelor; trilioanelor etc.

Clasa	Miliarde	Milioane			Mii			Unități		
Ordinul	Unități (de miliarde)	Sute (de milioane)	Zeci (de milioane)	Unități (de milioane)	Sute (de mii)	Zeci (de mii)	Unități (de mii)	Sute	Zeci	Unități

Cum scriem numerele	Cum citim numerele
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Scriem una după cealaltă cifrele care reprezintă numărul unităților din fiecare ordin.</li> <li>• Se scrie zero (0) în locul claselor sau al ordinelor care lipsesc, cu excepția primei cifre.</li> <li>• Se lasă spațiu între clase.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se citește, de la stânga la dreapta, numărul format din cifrele fiecărei clase, spunând apoi numele clasei.</li> <li>• Nu se pronunță numele niciunei clase sau ordin, dacă acestea conțin zerouri.</li> </ul>

**Exemplu:** distanța de la Neptun la Soare se citește „patru miliarde cinci sute nouă milioane” de kilometri.

Citește și celelalte numere din tabelul de sus.

## Istoric

**Evoluția cifrelor de la forma hindi la forma actuală**

În anul 610, savantul hindus Aryabhata a inventat cele 9 semne grafice pentru cifrele nenule, iar în loc de 0 a folosit un punct (•). În secolul al VIII-lea d.H., arabii au adoptat acest sistem și a fost introdus simbolul pentru cifra 0. În 1202, matematicianul italian Fibonacci (1170-1250) a introdus sistemul zecimal în Europa, odată cu publicarea cărții *Liber Abaci*.

## Aplic

La ora de Istorie are loc următorul dialog:

Profesorul: *Mălina, când a domnit Ștefan cel Mare?*

Mălina: *O mie patru sute și ceva până în o mie cinci sute și ceva*

Anii spuși de Mălina pot fi scriși matematic astfel:  $14ab-15cd$ .

Literele pot ține locul cifrelor unui număr atunci când nu avem informații clare.



Putem folosi orice literă din alfabet, iar dacă numărul are mai multe cifre, putem să folosim indici:  $\overline{a_1a_2a_3\dots a_n}$ , unde  $n$  poate fi orice număr natural.

Număr	Două cifre	Trei cifre	Patru cifre	Cinci cifre
Formă	$\overline{ab}$ sau $a_1a_2$	$\overline{abc}$ sau $a_1a_2a_3$	$\overline{abcd}$ sau $a_1a_2a_3a_4$	$\overline{abcde}$ sau $a_1a_2a_3a_4a_5$

## Lucrez

- Dă câte un exemplu de număr:
  - cu 4 cifre; b) cu 5 cifre; c) cu 6 cifre.

În fiecare caz, scrie numerele:

  - cu cifre;
  - cu litere.
- Aranjează cuvintele astfel încât să obții un număr.

treizeci

șapte

șase sute

și

cinci mii

- Cu cifrele 1; 2; 3 scrie cu litere și cu cifre:
  - un număr de trei cifre;
  - un număr de patru cifre.
- Scrie cu ajutorul literelor data și anul nașterii, respectiv, al morții, lui Mihai Eminescu.
- a) Scrie cu litere numerele: 201 010; 3 004 001; 15 015 015.  
b) Scrie cu cifre numerele: patru sute de mii două sute șaptesprezece; douăzeci de milioane patruzeci și șapte.
- Numim *număr special* acel număr care are clasa miilor 473.  
Extrage din șirul următor numerele speciale: 5 472 343; 62 473 214; 473 104; trei milioane patru sute șaptezeci și trei de mii trei sute douăzeci și șapte; treisprezece milioane trei sute șaptezeci și trei de mii o sută treizeci și cinci.
- În numărul 984 267 301, stabilește clasa și ordinul următoarelor cifre: 8; 2; 0; 9; 3.



Mihai Eminescu

15 ianuarie 1850 –  
15 iunie 1889

- Aruncă șase zaruri.
  - Scrie cu cifre și cu litere două numere ce se formează cu cifrele corespunzătoare numărului de puncte de pe fețele zarurilor.
  - Câte numere cu toate cifrele egale se pot forma?
  - \* Câte numere cu cifrele diferite două câte două se pot forma?



- Scrie cu cifre și cu litere toate numerele de forma  $\overline{aa}$ .
- Scrie toate numerele naturale cu cifre diferite între ele de forma:
  - $\overline{17a49}$ ;
  - $\overline{350x49762y}$ .
- Numai 7:
  - În câte numere de două cifre apare cifra 7? Scrie-le pe cele care au cifra unităților 7.
  - Câte numere de trei cifre conțin două cifre de 7?
  - Câte numere de trei cifre au cifra zecilor 7?
- Numim număr *simpativ* acel număr de trei cifre care este egal cu răsturnatul său. (*răsturnatul* numărului  $\overline{abc}$  este  $\overline{cba}$ )
  - Dă exemplu de trei numere simpatice.
  - \* Câte numere simpatice există?

## Gândesc creativ

Mama Anei are trei copii. Doi dintre ei se numesc Sofia și Maria. Cum se numește cel de-al treilea copil?



## Lecția 2 | Compararea numerelor naturale

## Observ. Descopăr. Înțeleg

Familia Martin și-a stabilit un buget cuprins între 4 040 lei și 4 150 lei pentru organizarea vacanței de vară.

- Stabilește dacă își pot petrece vacanța în Maldive, știind că un pachet costă 4 138 lei.
- Scie prețul cel mai mic și cel mai mare al unui pachet ce poate intra în calculele familiei.



## Rezolvare:

- Da, pentru că  $4\ 040 < 4\ 138 < 4\ 150$ .
- Cel mai mic preț: 4 040 lei; cel mai mare: 4 150 lei.

## Rețin

Dacă numerele sunt scrise cu număr diferit de cifre, este mai mare numărul scris cu mai multe cifre.

&lt; = &gt;

Dacă numerele sunt scrise cu același număr de cifre, se compară valorile cifrelor, de la stânga la dreapta.

## Aplic

Compară numerele  $a$  și  $b$  dacă:

a)  $a = 3\ 333$ ;  $b = 999$

Se observă că  $a$  este format din patru cifre, în schimb  $b$ , conține 3 cifre.

Deci  $a > b$ .

b)  $a = 2\ 017$ ;  $b = 2\ 018$

Numerele au același număr de cifre, deci comparăm de la stânga la dreapta:

$2 = 2$       $0 = 0$       $1 = 1$       $7 < 8$

Avem:  $2\ 017 < 2\ 018$ .

## Rețin

*Ordonare crescătoare:* numerele sunt așezate de la cel mai mic la cel mai mare.

*Ordonare descrescătoare:* numerele sunt așezate de la cel mai mare la cel mai mic.

## Rețin

Șirul numerelor naturale:  $0, 1, 2, 3, \dots, n, n + 1, \dots$  este infinit, deoarece nu există un cel mai mare număr natural.

Doi termeni care urmează unul după altul:  $n$  și  $n + 1$  se numesc **numere consecutive**.

Numerele consecutive pot fi scrise atât crescător ( $29; 30; 31; 32; 33; 34$  sau  $a; a + 1; a + 2; a + 3; a + 4; a + 5$ ), cât și descrescător ( $39; 38; 37; 36; 35; 34$  sau  $c; c - 1; c - 2; c - 3; c - 4; c - 5$ ).

Fie numerele consecutive  $n$  și  $n + 1$ .

- $n$  se numește **predecesorul** lui  $n + 1$ .
- $n + 1$  se numește **succesorul** lui  $n$ .

## Istoric

În 1631, englezul Thomas Harriot (1560-1621) introduce semnele „>” și „<” pentru a desemna „mai mare” și „mai mic”. Thomas Harriot a fost matematician, astronom și etnograf, fiind cunoscut ca prima persoană care a realizat un desen al Lunii văzute printr-un telescop, dar și cel care a introdus cartoful în Marea Britanie.

## Lucrez

1. Distanța rutieră București – Hamburg este de 1 977 km, iar București – Moscova, 1 895 km. Stabilește care dintre cele două orașe este mai îndepărtat față de București.
2. Observă tabelul.

Orașul	Număr de locuitori
Delhi	18 916 890
Istanbul	14 350 423
Lagos	15 500 000
Londra	13 945 000
Los Angeles	18 584 159
Rio de Janeiro	14 387 000

- a) Enumeră orașele în ordinea crescătoare a numărului de locuitori.
- b) Care este orașul cu cea mai mare populație? Dar cu cea mai mică?
3. Compară următoarele numere naturale folosind în scriere semnele „ $<$ ”, „ $=$ ” sau „ $>$ ”
- a) 25 781  25 780
- b) 1 123 975  10 123 411
- c) 985 697  985 787
- d) 671 234  671 234
- e) 100 000  99 999
4. Scrie:
- a) predecesorul lui 1 111;
- b) succesorul lui 1 001;
- c) succesorul celui mai mare număr natural scris cu două cifre;
- d) numărul al cărui predecesor este cel mai mic număr natural de 4 cifre distincte;
- e) predecesorul numărului  $\overline{xyz}$ .
5. Dă un exemplu de 4 numere de 4 cifre astfel încât să formeze un șir crescător de numere naturale.

6. a) Câte numere sunt în șirul: 1, 2, 3, ..., 129?  
 b) Câte numere sunt în șirul: 1, 2, 3, ..., 97?  
 c) Câte numere sunt în șirul: 98, 99, ..., 129?  
 d) Care dintre următoarele șiruri are mai mulți termeni?  
 73, 74, 75, ..., 293      sau  
 117, 118, 119, ..., 336?
7. Ocupanții primelor 5 locuri la un concurs de alergare au obținut timpi exprimați prin numere naturale consecutive. Află în câte minute au terminat cursa cei cinci concurenți, în fiecare dintre situațiile următoare:
- a) primul clasat a parcurs cursa în 329 minute;  
 b) timpul celui de-al cincilea clasat reprezintă cel mai mare număr natural de două cifre distincte;  
 c) cel de-al treilea clasat a parcurs distanța în 40 minute.
8. În tabăra de la Bușteni au fost 3 296 de copii, la Azuga 3 296, iar la Brașov, 3 290 de copii. Ordonează crescător numărul de copii participanți în tabere și stabilește tabăra cu cei mai puțini participanți.



9. La un concurs s-au obținut următoarele punctaje: *Raluca* 2 187 puncte; *Mihaela* 2 189 puncte, *Viorel* 2 173 puncte, *Lucrețiu* 198 puncte, *Ionuț* 199 puncte. Ordonează descrescător punctajele obținute și stabilește cei trei premianți.

## Test

Alege varianta corectă.

	A	B	C	D
1. Numărul treisprezece milioane treizeci de mii patru sute șapte scris cu cifre este:	13 300 407	13 030 407	1 303 407	13 300 047
2. Între 27 și 43 se află:	16 numere	17 numere	15 numere	14 numere
3. Cel mai mic număr natural de patru cifre diferite este:	1 234	1 032	1 012	1 023
4. Numărul de numere de două cifre egale este:	9	10	8	11



## Lecția 3 | Reprezentarea pe axă a numerelor naturale

### Aproximări

#### Observ. Descopăr. Înțeleg

La un maraton, de-a lungul drumului de alergare, din 5 în 5 km au fost plasate, la distanțe egale, 9 borne, începând cu linia de plecare și terminând cu linia de sosire.

Fiecărei borne i s-a asociat o literă astfel:

Număr / bornă	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Literă	A	B	C	D	E	F	G	H	I



- Câți kilometri au parcurs concurenții: de la borna A până la borna C, de la F până la H?
- Câți kilometri a avut traseul?
- Dacă un concurent s-a oprit între borna D și E, determinați cu aproximație câți kilometri a parcurs și cât mai are până la final.

#### Rezolvare:

Fiecărei litere putem să-i asociem numărul de kilometri parcurși.

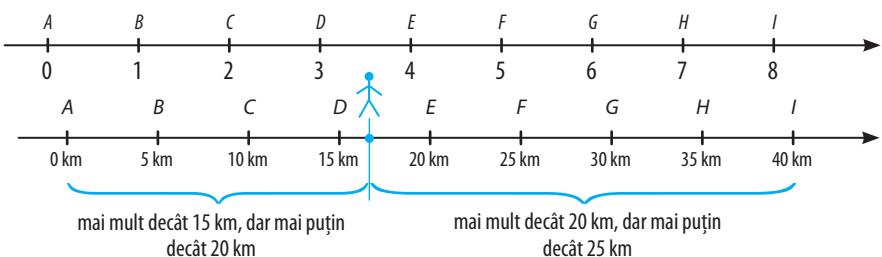
Schematic putem considera drumul o dreaptă, iar bornele puncte, astfel încât oricare două puncte consecutive se află la aceeași distanță unul față de altul (în acest caz, 5 km).

Deoarece între D și E sunt 5 km, nu putem să răspundem cu exactitate la întrebarea de la punctul c), din acest motiv trebuie să aproximăm. De la A la D sunt 15 km, iar de la E la I sunt 20 km.

Dacă aplicăm regulile aproximării, avem:

- distanța parcursă, aproximată la zeci: 20 km; aceasta este o aproximație *prin adaos*;
- distanța rămasă de parcurs, aproximată la zeci: 20 km; aceasta este o aproximație *prin lipsă*.

Număr / bornă	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Literă	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Distanță parcursă	0 km	5 km	10 km	15 km	20 km	25 km	30 km	35 km	40 km



#### Rețin

Axa numerelor este o dreaptă pe care fixăm un punct, numit *origine*, alegem un segment, numit *unitate de măsură* și stabilim un sens de parcurgere a dreptei, de regulă, de la stânga spre dreapta.

Originea corespunde numărului zero, iar unitatea de măsură este distanța dintre două puncte care corespund la numere consecutive.

Fiecărui punct de pe axă îi corespunde un singur număr numit **coordonata** punctului.

**Coordonata** reprezintă distanța de la origine la punctul dat.

#### Matematica și limba română

Observă câteva cuvinte care exprimă aproximări:

- Cu peste 4 000 000 000 de ani în urmă s-a format Pământul.
- Acum aproximativ 65 000 000 ani au dispărut dinozaurii.
- Ochiul omenesc poate percepe flacăra unei lumânări de la *circa* 3 km (în condiții de vizibilitate optimă).
- Aproape 30 000 de muncitori au lucrat la construcția celor mai cunoscute piramide din Egipt.



### Aplic

La o lucrare de control, elevii clasei a V-a B au avut de reprezentat numerele de o singură cifră pe axă. Nota maximă pe care poate să o primească un elev este 10, dar pentru o greșeală se scade câte un punct.

Observă reprezentările următorilor elevi și notele obținute de aceștia.

Elev		Notă	Greșeală
Alex		9	originea
Raluca		8	distanțele diferă, dreapta nu are sens
Rareș		10	
Petru		7	distanțele diferă, lipsește numărul 9, punctele nu sunt crescătoare

### Rețin

Aproximăm numărul atunci când nu avem nevoie de toate cifrele sale, ci doar de ordinul său de mărime. Putem aproxima:

*prin lipsă până la:*

- zeci = cel mai mare număr natural format numai din zeci, dar mai mic sau egal decât numărul dat
- sute = cel mai mare număr natural format din sute, dar mai mic sau egal decât numărul dat
- mii = etc.

*prin adaos până la:*

- zeci = cel mai mic număr natural format numai din zeci, dar mai mare decât numărul dat
- sute = cel mai mic număr natural format din sute, dar mai mare decât numărul dat
- mii = etc.

Rotunjirea unui număr constă în înlocuirea acestuia cu aproximarea cea mai apropiată, deci reprezintă o aproximare „mai exactă”.

Dacă cifra din dreapta celei după care se face rotunjirea este 0, 1, 2, 3, 4, se aproximează prin lipsă, iar dacă cifra din dreapta este 5, 6, 7, 8, 9, se va alege aproximarea prin adaos.

### Lucrez

- Reprezintă pe axa numerelor naturale puncte ale căror coordonate sunt numerele:
  - 30;
  - 25;
  - cuprinse între 10 și 14;
  - care se rotunjesc la 20.
- Care este ordinea așezării pe axă a punctelor  $M, N, P, Q$  de coordonate, respectiv: 123 321; 123 421; 123 121; 123 320?
- Punctele  $M, A, T, E$  au coordonatele  $a_1, a_2, a_3, a_4$ . Dacă pe axa numerelor  $T$  se află între  $M$  și  $A$ , respectiv,  $E$  între  $M$  și  $T$ , scrie în ordine crescătoare cele 4 coordonate.
- Determină rotunjirile până la zeci, sute, mii ale numerelor: 3 457; 58 940; 729 463.
- Pe axa numerelor naturale, punctele  $A$  și  $B$  au coordonatele 89, respectiv, 132. Stabilește ordinea celor două puncte.
- Completează, apoi procedează la fel cu numărul 56 482.
 

Numărul		56 271
Aproximat la sute	prin adaos	
	prin lipsă	
Aproximat la zeci	prin adaos	
	prin lipsă	
Rotunjit la	zeci	
	sute	
	mii	
	zeci de mii	

### Gândesc creativ

Care vârf era cel mai înalt din lume înainte să fie cucerit Everestul?



## Observ. Descopăr. Înțeleg

Pentru a culege fructele dintr-o livadă s-au strâns 47 de oameni și au hotărât să lucreze 6 ore. În prima zi ei au cules 247 kg de mere. Dându-și seama că nu reușesc să termine la timp, au mărit cu 2 numărul de ore lucrate, astfel că a doua zi au cules cu 89 kg mai mult decât în prima zi. Dacă în a treia zi au cules 338 kg, determină:



- Câte ore au lucrat în a doua zi?
- Câte kilograme au cules în a doua zi?
- Câte kilograme au cules în total în cele 3 zile?

## Rezolvare:

- $6 + 2 = 8$  (ore);
- $247 + 89 = 336$  (kg)
- $247 + 336 + 338 = 921$  (kg)

$$247 + 89 = 336$$

↑      ↑  
termeni    sumă

$$a + b = c$$

↑      ↑      ↑  
termeni    sumă

ADUNARE

- cu ... mai mult
- crește cu ...
- este mai mare cu ...
- suma numerelor ...

## Lucrez

## 1. Calculează:

- $345 + 243$       b)  $498 + 9\ 489$
- $69\ 485 + 872$       d)  $4\ 389 + 7\ 588 + 786$
- $695 + 437 + 896 + 14$

2. Câte numere de forma  $\overline{a2b}$  cu suma cifrelor 11 există?3. Emil și Simona joacă următorul joc: Emil trebuie să afle toate numerele de forma  $\overline{a5b}$  cu suma cifrelor 20, iar Simona, toate numerele de forma  $\overline{2a3b}$  cu suma cifrelor 20. Câștigă cel care a aflat cele mai multe numere. Stabilește cine este învingător.

## 4. Mihai și Viorel au mâncat toate cireșele dintr-un coș. Mihai a mâncat 17 cireșe, iar Viorel, cu 5 cireșe mai mult. Câte cireșe erau în coș?

## 5. Într-un campionat, echipa de pe locul 4 a acumulat 14 puncte și fiecare echipă are cu două puncte mai mult decât echipa clasată anterior.

Câte puncte a avut echipa câștigătoare?

## 6. La un meci de baschet, Alex a marcat 37 puncte, Tavi, 29 puncte, iar Cătălin a marcat cât Alex și Tavi la un loc. Câte puncte a marcat Cătălin?

## 7. În pătratul de mai jos sunt scrise numerele de la 1 la 9. Completează spațiile libere astfel încât suma numerelor pe orizontală, pe verticală și pe diagonală să fie aceeași.

	1	
7		3

8. Completează pătratul de mai jos cu numere naturale astfel încât suma numerelor din orice pătrat  $2 \times 2$  să fie 20.

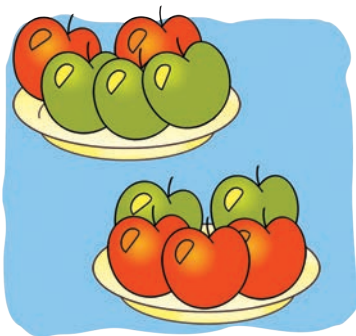
	1	
9	2	5
	3	

## 9. Suma a 10 numere naturale distincte este 46. Află numerele.

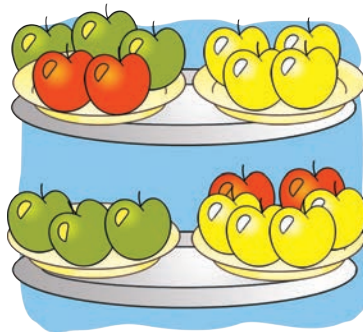
## Istoric

La începutul istoriei omenirii, adunarea numerelor nu era o misiune ușoară. Nu existau sisteme de numerație utile pentru adunare; oamenii au căutat metode pentru a ține evidența mărfurilor, a animalelor din posesie, a recoltelor etc. Pentru cantitățile mici sau medii s-au folosit de degete, bețișoare, pietre sau saci cu greutate, iar pentru cantitățile mari s-au folosit de abac (un instrument de calcul format dintr-o placă pe care se aliniau pietre sau discuri de fildeș).

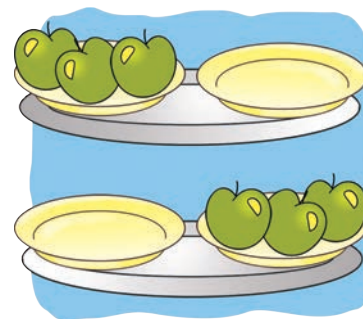
Este interesant că abacul a apărut simultan și independent în aproape toate colțurile lumii, cu diferite denumiri: abacul chinezesc - suan pan, abacul incas - yupane; abacul japonez - noroban.



$$2 + 3 = 3 + 2$$



$$(3 + 2) + 4 = 3 + (2 + 4)$$



$$3 + 0 = 0 + 3 = 3$$

### Rețin

Suma a două numere naturale nu se schimbă dacă modificăm ordinea termenilor.

$$a + b = b + a$$

( $a$  și  $b$  sunt numere naturale)

Această proprietate se numește **comutativitatea adunării**.

Suma nu se schimbă dacă regrupăm termenii:

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

( $a, b, c$  sunt numere naturale)

Această proprietate se numește **asociativitatea adunării**.

Suma nu se schimbă dacă adăugăm termeni nuli:

$$a + 0 = 0 + a = a$$

( $a$  este un număr natural)

Numărul 0 este **element neutru** pentru operația de adunare.

### Lucrez

1. Calculează, folosind proprietățile adunării:

- $9 + 7 + 11$
- $437 + 1\,250 + 563 + 750$
- $27 + 99 + 1 + 73$
- $1 + 2 + 3 + 4$
- $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 10$
- $(33 + 198) + 67$
- $(99 + 198) + (101 + 2)$
- $3\,473 + (549 + 527)$

2. Observă exemplele de calcul rapid:

$$35 + 9 = 35 + 10 - 1 = 45 - 1 = 44$$

$$48 + 11 = 48 + 10 + 1 = 58 + 1 = 59$$

Calculează asemănător:

- A** a)  $67 + 9$     b)  $128 + 99$     c)  $3\,287 + 999$   
 d)  $59 + 8$     e)  $345 + 98$     f)  $5\,498 + 998$
- B** a)  $58 + 11$     b)  $165 + 101$     c)  $3\,259 + 1\,001$   
 d)  $79 + 12$     e)  $542 + 102$     f)  $2\,685 + 1\,002$

3. Stabilește legătura dintre un număr format cu cifrele 2, 4, 6, 8 luate o singură dată și numărul 20.

4. Două numere sunt *superbe* dacă sunt formate din aceleași cifre și suma lor este tot un număr format cu aceleași cifre. Stabilește dacă 28 514 și 51 428 sunt *superbe*.

5. Află suma maximă și cea minimă ale cifrelor unui număr de 4 cifre.

6. Refă adunarea de mai jos cunoscând regula: unei litere îi corespunde o singură cifră, iar pentru litere diferite folosim cifre diferite.

$$\begin{array}{r} C N I I + \\ \quad T M I \\ \hline 2 1 8 6 \end{array}$$

Câte soluții are problema?

7. Înlocuiește literele  $a, b, c, d, e, f, g$  cu cifrele:

9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, astfel încât suma  $abcd + efg$  să fie cea mai mare posibilă.

8. La un turneu de șah au participat 20 de concurenți. Dacă s-a jucat „fiecare cu fiecare”, stabilește câte partide au avut loc.



### Gândesc creativ

Cum poți obține suma 1 000 folosind opt cifre de 8?

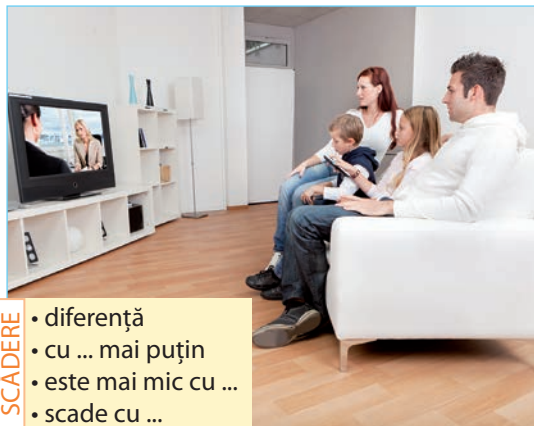




# Lecția 5 | Scăderea numerelor naturale

## Observ. Descopăr. Înțeleg

Familia Ionescu a economisit într-un cont bancar 42 745 lei. Anul acesta și-a propus să-și renoveze apartamentul și cu această ocazie să-și schimbe și mobila. Pentru renovare au contactat o firmă specializată, pentru serviciile căreia au de plătit 31 346 lei, iar pentru mobilă trebuie să achite 12 700 lei. De câți lei mai are nevoie familia Ionescu pentru a realiza ce și-a propus?



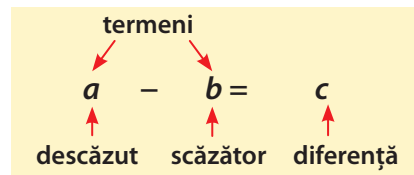
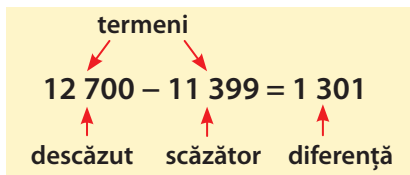
### Rezolvare:

După renovare, familia Ionescu rămâne cu 11 399 lei.  $11\ 399 < 12\ 700$ , deci nu-i ajung banii pentru mobilă. Mai are nevoie de 1 301 lei.

**SCĂDERE**

- diferență
- cu ... mai puțin
- este mai mic cu ...
- scade cu ...

$$\begin{array}{r} 42\ 745 - \\ 31\ 346 \\ \hline 11\ 399 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12\ 700 - \\ 11\ 399 \\ \hline = 1\ 301 \end{array}$$



## Rețin

### Adunarea

$$a + b = c$$

#### Proba adunării

- prin adunare  $b + a = c$
- prin scădere  $c - a = b$   
 $c - b = a$

### Scăderea

$$a - b = c$$

#### Proba scăderii

- prin adunare  $b + c = a$   
 $c + b = a$
- prin scădere  $a - c = b$

## Lucrez

- Verifică corectitudinea calculelor, efectuând proba.
  - $3\ 279 - 1\ 435 = 1\ 844$
  - $3\ 459 + 2\ 765 = 6\ 224$
- Calculează, apoi verifică rezultatele făcând proba.
  - $396 + 1\ 473$
  - $4\ 936 - 2\ 721$
- Mai putem vorbi despre asociativitate, comutativitate sau element neutru la scădere?
- Calculează, apoi efectuează proba.
  - $294 - 152$
  - $304 - 29$
  - $1947 - 948$
  - $294 - 99 - 35$
  - $793 - (493 - 85)$
  - $(10\ 001 - 97) - 486$
  - $1\ 000 - 29$
- Câți ani a trăit Tudor Arghezi?



Tudor Arghezi  
21 mai 1880-14 iulie 1967

## Istoric

Simbolul „-” (minus), folosit pentru operația de scădere (ca și simbolul „+” – plus –, folosit pentru adunare), a apărut în cartea de economie „Aritmetica comercială”, scrisă de matematicianul ceh Joham Wodman (1460 - 1505). Astfel, inițial a fost folosit cu semnificația de „deficit” în problemele economice.

În matematică, cele două semne „+” și „-” au fost utilizate și popularizate de matematicianul francez François Viète (1540-1603). În România au fost introduse în sec. al XVIII-lea.



### Aplic

Calculează și compară rezultatele:

- $23 + 67 - 16$  și  $67 + 23 - 16$
- $134 - 11 + 14 - 9$  și  $(134 - 11) + (14 - 9)$
- $237 - 12 - 15$  și  $237 - (12 + 15)$

### Rețin

$$a + b - c = b + a - c$$

$$a - b + c - d = (a - b) + (c - d)$$

$$a - b - c = a - (b + c)$$

### Lucrez

#### 1. Află diferențele!

Cea mai înaltă clădire	
din România	din lume
City Center sky Tower, Floreasca, București	Burj Khalife Dubai, Emiratele Unite
137 m	828 m
diferența:	

Cel mai înalt vârf	
din România	din lume
Vârful Moldoveanu, Munții Făgăraș	Muntele Everest, granița Nepal-China
2 544 m	8 848 m
diferența:	

Cel mai aglomerat oraș	
din România	din lume
București	Tokyo, Japonia
1 883 425 locuitori	34 000 000 locuitori
diferența:	

- Ana a scris o secvență de 5 numere naturale consecutive. Cât este diferența dintre cel mai mare și cel mai mic dintre numere?
- Elena dă la casa de marcat o bancnotă de 50 de lei pentru un joc de 37 de lei. Ce rest primește?

#### 4. Observă exemplele de calcul rapid:



$$76 - 9 = 76 - 10 + 1 = 66 + 1 = 67$$

$$56 - 11 = 56 - 10 - 1 = 46 - 1 = 45$$

Calculează asemănător:

- $46 - 9$
  - $354 - 99$
  - $5\,324 - 999$
  - $72 - 8$
  - $802 - 98$
  - $3\,526 - 998$
- $69 - 11$
  - $321 - 101$
  - $9\,205 - 1001$
  - $79 - 12$
  - $542 - 102$
  - $4\,712 - 1002$

- Află diferența a două numere știind că scăzătorul este 87, iar descăzutul, 157.
  - Află descăzutul știind că diferența este 876, iar scăzătorul este 95.
  - Află scăzătorul dacă diferența este 149, iar descăzutul, 258.
- Determină cifrele înlocuite de steluțe.
  - $$\begin{array}{r} 3\,496 - \\ \underline{\quad\quad\quad} \\ 1\,579 \end{array}$$
  - $$\begin{array}{r} **** - \\ \underline{\quad\quad\quad} \\ 8\,759 \end{array}$$
  - $$\begin{array}{r} 5 * 2 * - \\ \underline{* 8 * 6} \\ 2\,567 \end{array}$$
- Ana și Maria se confruntă într-un joc: Ana numără perechile de numere de două cifre a căror diferență este 10, iar Maria numără perechile de numere de trei cifre a căror diferență este 100. Câștigă cea care numără cele mai multe perechi. Stabilește câștigătoarea.
- Cu cifrele 1, 2, 3, 4, 5, 6 formează 2 numere cu cifre distincte, astfel încât diferența lor să fie minimă posibilă.
- Câte numere de 2 cifre care au diferența cifrelor 3 există?

### Test

#### Alege varianta corectă.

	A	B	C	D
1. Efectuând $245 - 99 + 345 - 198$ obținem numărul:	283	293	199	294
2. Suma dintre 2 567 și diferența numerelor 1 856 și 567 este:	3 876	3 867	3 756	3 856
3. Un elev cumpără o carte care costă 29 lei, două caiete cu 18 lei, trei pixuri cu 33 lei. Dacă la casă dă o bancnotă de 100 lei, va primi rest:	20 lei	19 lei	21 lei	30 lei
4. Alina a lucrat într-o zi 7 exerciții, în a doua zi cu două mai puține decât în ziua precedentă, iar în a treia zi, cât în cele două zile anterioare la un loc. În cele trei zile, Alina a lucrat:	21	22	23	24





## Lecția 6 | Înmulțirea numerelor naturale

### Observ. Descopăr. Înțeleg

Mihaela vrea să cultive roșiile în grădină. În urma documentării, află că roșiile se cultivă prin răsad. Plantarea se face începând cu mijlocul lunii aprilie și până în luna mai, pe rânduri, la distanța de 76 cm; pe fiecare rând, răsadurile trebuie să fie la distanță de 10 cm între ele. Dacă totul va decurge normal, pe fiecare răsad vor apărea între 5 și 14 roșii.



- Câți centimetri are un rând în care au fost plantate 27 de răsaduri?
- Ce lungime are terenul cultivat, dacă s-au format 48 de rânduri cu răsaduri?
- Care este numărul maxim și cel minim de roșii culese de Mihaela, dacă presupunem că datele teoretice s-au adevărit în practică?

#### Rezolvare:

- 27 răsaduri  
10 cm între răsaduri  
 $10 + 10 + \dots + 10$   
de 26 de ori  
 $26 \cdot 10 \text{ cm} = 260 \text{ cm}$   
sau  $10 \text{ cm} \cdot 26 = 260 \text{ cm}$
- 48 rânduri  
76 cm între rânduri  
 $76 + 76 + \dots + 76$   
de 47 de ori  
 $47 \cdot 76 \text{ cm} = 3\,572 \text{ cm}$   
sau  $76 \text{ cm} \cdot 47 = 3\,572 \text{ cm}$
- Numărul total de roșii:
  - minim  $(27 \cdot 48) \cdot 5 = 1\,296 \cdot 5 = 6\,480$  sau  $27 \cdot (48 \cdot 5) = 27 \cdot 240 = 6\,480$
  - maxim  $(27 \cdot 48) \cdot 14 = 1\,296 \cdot 14 = 18\,144$  sau  $27 \cdot (48 \cdot 14) = 27 \cdot 672 = 18\,144$

$$26 \cdot 10 = 260$$

↙ ↘ ↗ ↖  
factori produs

$$a \cdot b = c$$

↙ ↘ ↗ ↖  
factori produs

### Rețin

Produsul a două numere naturale nu se schimbă dacă modificăm ordinea factorilor.

$$a \cdot b = b \cdot a$$

( $a$  și  $b$  sunt numere naturale)

Această proprietate se numește **comutativitatea înmulțirii**.

Produsul nu se schimbă dacă regroupăm factorii:

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

( $a, b, c$  sunt numere naturale)

Această proprietate se numește **asociativitatea înmulțirii**.

Produsul nu se schimbă dacă înmulțim cu 1:

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$$

( $a$  este un număr natural)

Numărul 1 este **element neutru** pentru operația de înmulțire.

### Lucrez

1. Scrie ca înmulțire, apoi calculează:

- $29 + 29 + 29$
- $1\,245 + 1\,245 + 1\,245 + 1\,245$
- $291 + 291 + 291 + \dots + 291$   
de 10 ori

2. Calculează, asociind convenabil:

- $4 \cdot 7 \cdot 25$
- $5 \cdot 74 \cdot 20$
- $2 \cdot 13 \cdot 5$
- $8 \cdot 73 \cdot 125$
- $17 \cdot 5 \cdot 4$
- $24 \cdot 3 \cdot 5$
- $12 \cdot 67 \cdot 25$
- $15 \cdot 16 \cdot 35$

### Istoric

Simbolurile  $\cdot$ ,  $\times$ ,  $*$  sunt folosite pentru a indica o înmulțire, iar pentru un produs de mai mulți termeni ce au o proprietate comună se folosește  $\Pi$  (pi). Următorii matematicieni sunt cunoscuți pentru introducerea acestor semne:

- $\times$  a apărut în cartea „Clavis Mathematicae”, autor William Oughtred, 1628;
- $\cdot$  a fost introdus în 1631, de Thomas Harriot;
- $*$  a apărut în cartea „Tetsche Algelbra”, autor Johann Rahn, 1659.



## Observ. Descopăr. Înțeleg

Ne amintim cum se efectuează înmulțirea numerelor naturale!

## ÎNMULȚIRE

- de ... ori mai mult
- crește de ... ori
- este mai mare de ... ori
- produsul numerelor ...
- dublul, ...
- triplul, ...

	2	3	6	.
		2	3	
	7	0	8	
4	7	2	0	
5	4	2	8	

Efectuăm:

1. înmulțesc cu unitățile  
 $3 \cdot 236 = 708$
2. înmulțesc cu zecile  
 $20 \cdot 236 = 4720$
3. adun produsele  
 $708 + 4720 = 5428$

		1	2	3	.
		2	3	5	
		6	1	5	
	3	6	9	0	
2	4	6	0	0	
2	8	9	0	5	

Efectuăm:

- $5U \cdot 123$
- $2Z \cdot 123$
- $2S \cdot 123$
- $235 \cdot 123$

## Lucrez

1. Determină rezultatele înmulțirilor:

- A**
- $47 \cdot 5$
  - $4 \cdot 25$
  - $1 \cdot 386$
  - $0 \cdot 298$
  - $23 \cdot 11$
  - $28 \cdot 10$
  - $98 \cdot 37$
  - $483 \cdot 76$
- B**
- $589 \cdot 624$
  - $37 \cdot 1001$
  - $486 \cdot 100$
  - $10\,000 \cdot 3\,245$
  - $700 \cdot 49$
  - $1\,409 \cdot 570$
  - $3 \cdot 101\,010$
  - $9 \cdot 999$

2. Calculează cât mai rapid posibil!

- $25 \cdot 97 \cdot 4$
- $3\,949 \cdot 50 \cdot 2$
- $87 \cdot 505 \cdot 4 \cdot 3$
- $25 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3$
- $37 + 37 + 37 + 37$

3. Dacă  $a, b, c, d$  sunt numere naturale astfel încât  $a \cdot c = 78$  și  $b \cdot d = 87$ , calculează  $a \cdot b \cdot c \cdot d$ .

4. Determină:

- dublul lui 17;
- numărul de 6 ori mai mare decât 15;
- triplul lui 24.

5. Calculează.

- $1\,234 \cdot 45 \cdot 14$
- $2\,347 \cdot 12$
- $235 \cdot 75 \cdot 8$
- $1\,476 \cdot 325$
- $123 \cdot 1001 \cdot 3$
- $504 \cdot 125 \cdot 6$
- $3\,015 \cdot 204$
- $4\,236 \cdot 25 \cdot 2$

6. Află toate numerele de trei cifre la care atât numărul format din primele două cifre, cât și cel format din ultimele două cifre se împart exact la 8.

7. Poți calcula produsul primelor 100 de numere naturale? Argumentează!

8. Găsește:

- un număr de trei cifre care să aibă produsul cifrelor 0;
- un număr de trei cifre care să aibă produsul cifrelor 8;
- toate numerele de două cifre care să aibă produsul cifrelor 12;
- un număr de patru cifre care să aibă produsul cifrelor 36;
- un număr de patru cifre distincte care să aibă produsul 18.

9. Într-un triunghi sunt 12 cercuri, în fiecare cerc sunt 7 pătrate, în fiecare pătrat sunt 5 dreptunghiuri. Câte dreptunghiuri sunt în triunghi?



10. Ana are 6 ani și mama ei este de 5 ori mai \* în vârstă. Află vârsta Anei, când mama ei va avea dublul vârstei de acum.

## Gândesc creativ

O navă ancorată în port are o scară de frânghie care atârână peste marginea vasului. Lungimea scării este de 200 cm, distanța între două trepte este de 20 cm, iar treapta cea mai de jos atinge apa. Fluxul ridică nivelul apei cu 10 cm în fiecare oră. Când va atinge apa cea de-a cincea treaptă?



## Lecția 7 | Distributivitatea înmulțirii față de adunare sau scădere. Factor comun

### Observ. Descoper. Înțeleg

Două echipe de câte 7 prieteni se întrec la plantarea florilor. Fiecare membru al primei echipe plantează într-o singură zi câte 20 de flori. Fiecare membru al celei de-a doua echipe a plantat în prima zi 9 flori, iar în a doua zi, 11 flori. Cine a câștigat?

#### Rezolvare:

• Prima echipă:

$$7 \cdot 20 = 140 \text{ (flori plantate în total)}$$

• A doua echipă:

$$7 \cdot 9 + 7 \cdot 11 = 63 + 77 = 140 \text{ (flori plantate în cele 2 zile)}$$

Observăm că  $20 = 9 + 11$ , deci putem spune că

$$7 \cdot (9 + 11) = 140$$

Cele 2 echipe sunt la egalitate!

$$7 \cdot (9 + 11) = 7 \cdot 9 + 7 \cdot 11$$



### Rețin

Dacă  $a, b, c$  sunt numere naturale, atunci

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \text{ și } (b + c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a.$$

Avem și

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c \text{ și } (b - c) \cdot a = b \cdot a - c \cdot a.$$

Această proprietate se numește **distributivitatea înmulțirii față de adunare sau scădere**.

Dacă  $a, b, c$  sunt numere naturale, atunci

$$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$$

Avem și

$$a \cdot b - a \cdot c = a \cdot (b - c)$$

Spunem că **am dat factor comun pe  $a$** .

### Lucrez

1. După modelele de calcul rapid:

$$137 \cdot 9 = 137 \cdot (10 - 1) = 137 \cdot 10 - 137 \cdot 1$$

$$239 \cdot 11 = 239 \cdot (10 + 1) = 239 \cdot 10 + 239 \cdot 1$$

efectuează înmulțirile:

a)  $145 \cdot 9$                       b)  $224 \cdot 9$

c)  $127 \cdot 8$                       d)  $405 \cdot 8$

e)  $452 \cdot 11$                      f)  $324 \cdot 11$

g)  $125 \cdot 12$                      h)  $345 \cdot 12$

2. După modelele de calcul rapid:

$$37 \cdot 99 = 37 \cdot (100 - 1) = 37 \cdot 100 - 37 \cdot 1 \\ = 3700 - 37 = 3663$$

$$124 \cdot 101 = 124 \cdot 100 + 124 \cdot 1 = \\ = 12400 + 124 = 12524$$

calculează asemănător:

a)  $48 \cdot 999$                     b)  $999 \cdot 547$

c)  $205 \cdot 101$                    d)  $123 \cdot 1001$

3. Efectuează, folosind factorul comun:

a)  $398 \cdot 457 - 398 \cdot 456$

b)  $1456 \cdot 345 + 1456 \cdot 655$

c)  $237 \cdot 346 + 346 \cdot 49 - 346 \cdot 285$

d)  $99 \cdot 1457 + 99 \cdot 457 - 99 \cdot 1914$

e)  $35 \cdot 99 + 35$

4. Efectuează, folosind factorul comun:

a)  $107 \cdot 43 + 107 \cdot 56 + 107$

b)  $46 \cdot 39 + 46 \cdot 47 + 86 \cdot 32 + 86 \cdot 23$

c)  $2 + 4 + 6 + \dots + 20$

5. Dacă  $a$  și  $b$  sunt numere naturale astfel încât  $3 \cdot a + 2 \cdot b = 2020$ , calculează:

a)  $6 \cdot a + 4 \cdot b$

b)  $9 \cdot a + 6 \cdot b$

c)  $12 \cdot a + 9 + 8 \cdot b$

6. Mirel face o înmulțire într-un minut și o adunare în 30 de secunde. Ajută-l să termine cât mai repede cu puțință calculul:  $37 \cdot 27 + 37 \cdot 23$ . Argumentează răspunsul!



**7. Calculează:**

- a)  $2\,016 \cdot 2\,017 - 2\,016 \cdot 2\,014 - 2 \cdot 2\,016$   
 b)  $(505 + 606 + 707) : (101 + 202 + 303)$   
 c)  $(4+8+12+16+\dots+204) : (2+4+6+\dots+102)$

**8.** Dacă  $a = 7$  și  $b + c = 25$ , calculează  $a \cdot b + a \cdot c - 150$ .**9.** Dacă  $a + b = 15$  și  $c \cdot d = 8$ , calculează:  
 $a \cdot c \cdot d + b \cdot c \cdot d + c \cdot (a + b) \cdot d \cdot (a + b)$ .**10. Vârsta unui câine!**

Mulți veterinari consideră că în primii doi ani, un an al unui câine echivalează cu 12 ani ai unui om, iar apoi se adaugă patru ani pentru fiecare an uman.

*De exemplu:* Un câine la 2 ani umani are  $2 \cdot 12 = 24$  (ani); la 4 ani are  $2 \cdot 12 + 2 \cdot 4 = 32$  (ani)



Calculează vârsta unui câine la 16 ani umani.

**11.** Maria, Bogdan și Ionuț colecționează figurine din lemn. Maria are 34 de figurine, Bogdan de 3 ori mai multe decât Maria, iar Ionuț, dublu cât au împreună Maria și Bogdan. Află câte figurine au băieții.**12.** Calculează suma și diferența numerelor:

$51 \cdot 479$  și  $49 \cdot 479$ .

**13.** Află suma ultimelor 6 cifre ale numărului

\*  $N = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 27$ .

**14.** Calculează  $2a + 5b + 3c$ , dacă

$a + b = 3\,003$  și  $b + c = 2\,002$ .

**15.** Calculează suma termenilor:

a)  $a_1 = 2 \cdot 1 + 1; a_2 = 2 \cdot 2 + 1; \dots; a_{40} = 2 \cdot 40 + 1;$

b)  $a_1 = 3 \cdot 1 - 2; a_2 = 3 \cdot 2 - 2; \dots; a_{50} = 3 \cdot 50 - 2.$

c)  $a_1 = 4; a_2 = 7; \dots; a_{20} = 61.$

**16. Reconstituie înmulțirea:**

$$\begin{array}{r} 247 \cdot \\ \underline{abc} \\ 1482 \\ \quad *** \\ \quad \underline{494} \\ 60762 \end{array}$$

**17.** Dacă  $a, b, c$  sunt numere naturale astfel încât  $2a + 3b = 99$  și  $3a + 5b + 4c = 909$ , calculează  $13a + 21b + 12c$ .

(*Observație:*  $2 \cdot a$  se poate scrie  $2a$ , iar  $a \cdot b$  se poate scrie  $ab$ )

**18.** Produsul a două numere naturale este 987.

a) Cum se modifică acest produs dacă unul din factori crește de 5 ori?

b) Cum se modifică acest produs dacă unul dintre factori crește de 4 ori iar celălalt crește de 25 ori?

**19.** Determină suma cifrelor numărului

$N = 31222\dots22213.$

123 cifre

**20.** Dorina și Viorel discută despre proprietățile anumitor numere:

– *Ce interesant este numărul 1 326*, spune Dorina, *ultimele 2 cifre formează un număr care este dublul numărului format cu primele 2 cifre* ( $26 = 13 \cdot 2$ ).

– *Oare mai există alte numere cu această proprietate?*

– *Hai să facem un concurs: eu număr toate aceste numere care au cifra zecilor 2, iar tu, toate numerele cu proprietatea de mai sus cu cifra zecilor 3. Câștigă cel care a scris mai multe numere.*

Cine este câștigătorul?

Argumentează!



Gândesc creativ



În drum spre oraș, m-am întâlnit cu un bărbat și două femei. Fiecare femeie avea un coș. În coș se afla câte o pisică. Fiecare pisică avea patru picioare. Câte picioare în total se îndreaptă spre oraș?

## Observ. Descopăr. Înțeleg

De Ziua Națională a României, elevii clasei a V-a au decis să-și decoreze sala de clasă cu tricolorul format din cartoane colorate. Au cumpărat cartoane albe, pe care le vor colora și le vor înșira pe o sfoară de-a lungul clasei, în ordinea albastru, galben, roșu. *Octavian* a cumpărat 132 de cartoane, *Cătălin*, 128, iar *Paula*, 100.

- Care dintre elevi a cumpărat numărul corect de cartoane, astfel încât după gruparea lor câte 3 să nu rămână cartoane negrupate?
- Care este numărul de steaguri pe care îl poate obține fiecare elev?
- Ce culoare corespunde ultimului carton din înșiruirea fiecărui elev?



## Rezolvare:

Fiind vorba despre grupe de câte 3 cartoane, vom rezolva împărțind la 3 numerele care apar în enunț.

Octavian



deîmpărțit	împărțitor		
132	3		
3 · 4 →	12	4	4 ← cât
=	12		
3 · 4 →	12		
=	0		
			↑ rest

De câte ori se cuprinde 3 în 132?

Avem  $3 \cdot 4 = 12$ ,  $12 < 13$

$3 \cdot 5 = 15$ ,  $15 > 13$

De 4 ori.

Verificăm:  $3 \cdot 44 + 0 = 132$

Cătălin



deîmpărțit	împărțitor		
128	3		
3 · 4 →	12	4	2 ← cât
=	8		
3 · 2 →	6		
=	2		
			↑ rest

De câte ori se cuprinde 3 în 128?

Avem  $3 \cdot 4 = 12$ .

De 4 ori.

Verificăm:  $3 \cdot 42 + 2 = 128$

Paula



deîmpărțit	împărțitor		
100	3		
3 · 3 →	9	3	3 ← cât
=	10		
3 · 3 →	9		
=	1		
			↑ rest

De câte ori se cuprinde 3 în 100?

Avem  $3 \cdot 3 = 9$ ,  $9 < 10$

$3 \cdot 4 = 12$ ,  $12 > 10$

De 3 ori.

Verificăm:  $3 \cdot 33 + 1 = 100$

a) Octavian a cumpărat un număr de cartoane care pot fi împărțite în grupe de câte 3 (44 grupe).

b) Octavian: 44 grupe de câte 3 cartoane; Cătălin: 42 grupe de câte 3 cartoane; Paula: 33 grupe de câte 3 cartoane.

c) Ultimul carton din șir: la Octavian este roșu; la Cătălin este galben (2 culori în plus); la Paula este albastru (o culoare în plus).

## Rețin

Pentru oricare două numere naturale  $a$  și  $b \neq 0$  putem efectua operația de împărțire  $a : b$ , obținându-se două numere naturale numite **cât** și **rest**, astfel încât:

$$a = b \cdot c + r,$$

având condiția ca restul să fie mai mic decât împărțitorul. Câțul și restul astfel determinate sunt unice.

Dacă restul împărțirii lui  $a$  la  $b$  este 0, vom spune că  $a$  se împarte exact la  $b$ .

### Observ. Descopăr. Înțeleg

Cum efectuăm o împărțire la un număr cu mai multe cifre?

**A**

5	7	6	1	8	
5	4		3	2	
=	3	6			
	3	6			
=	=				

**B**

9	1	3	2	6	
7	8		3	5	rest 3
1	3	3			
1	3	0			
=	=	3			

**C**

3	4	9	7	2	9	
2	9			1	2	0 rest 17
=	5	9				
	5	8				
=	1	7				
		0				
		1	7			

**D**

1	1	6	1	3	2	3	7
	9	4	8		4	9	
=	2	1	3	3			
	2	1	3	2			
=	=	=	=				

	Deîmpărțit	Împărțitor	Cât	Rest	Proba: $D = \hat{I} \cdot C + R$
<b>A</b>	576	18	32	0	$18 \cdot 32 + 0 = 576$
<b>B</b>	913	26	35	3	$26 \cdot 35 + 3 = 913$
<b>C</b>	3 497	29	120	17	$29 \cdot 120 + 17 = 3 497$
<b>D</b>	11 613	237	49	0	$237 \cdot 49 + 0 = 11 613$

**ÎMPĂRȚIRE**

- de ... ori mai puțin
- scade de ... ori
- este mai mic de ... ori
- câtul numerelor ...
- jumătate, sfert, ...

### Rețin

Împărțirea și înmulțirea sunt operații inverse: ne ajutăm de înmulțire pentru a verifica o împărțire și ne ajutăm de împărțire pentru a verifica o înmulțire. La fel ca și înmulțirea, împărțirea este o operație de ordinul al II-lea.

#### Înmulțirea

$$a \cdot b = c$$

##### Proba înmulțirii

- prin înmulțire
  - prin împărțire
- $$b \cdot a = c$$
- $$c : a = b$$
- $$c : b = a$$

#### Împărțirea

$$a : b = c \text{ rest } r$$

##### Proba împărțirii

- prin înmulțire
  - prin împărțire
- $$b \cdot c + r = a$$
- $$c \cdot b + r = a$$
- $$a : c = b \text{ rest } r$$
- dacă  $c > r$

### Lucrez

1. Ana a efectuat împărțirea  $4\,729 : 35$ , obținând câtul 135 și restul 4. Este corect rezultatul?
2. Verifică următoarele calcule.
  - a)  $29 \cdot 36 = 1\,044$
  - b)  $3\,486 : 7 = 498$
  - c)  $38 \cdot 6 = 228$
  - d)  $128 : 4 = 32$
  - e)  $29 \cdot 124 = 3\,596$
3. Calculează și verifică rezultatele efectuând proba:
  - a)  $476 : 7$
  - b)  $1\,296 : 324$
4. Determină toate numerele naturale care împărțite la 5 dau câtul egal cu restul.

5. Pata de cerneală a distrus calculele lui Andrei. Ajută-l să le refacă. Verifică calculul!

2	4	6	1	7	
			1	4	
=	8				

5	5	3	2	3	
			2	4	
=	1				

#### Gândesc creativ

Într-un coș sunt 5 mere. Cum se pot împărți acestea la 5 fete astfel încât fiecare fată să aibă câte un măr, iar în coș să mai fie un măr?



**Observ. Descopăr. Înțeleg**

1. Paul, Ana și Catinca primesc fiecare 312 nuci. Paul își împarte nucile în 4 grupe, apoi în fiecare grupă formează grămezi de câte 3 nuci.

Ana formează 3 grupe și fiecare grupă o împarte în câte 4 grămezi.

Catinca își împarte nucile în grămezi de câte 12 nuci.

Care dintre cei trei copii a obținut cele mai multe grămezi?

**Rezolvare:***Paul*

$$312 : 4 = 78, \text{ iar } 78 : 3 = 26$$

Deci Paul a obținut 26 de grămezi.

*Ana*

$$312 : 3 = 104, \text{ iar } 104 : 4 = 26$$

Deci Ana a obținut 26 de grămezi.

*Catinca*

$$312 : 12 = 26$$

Deci Catinca a obținut 26 de grămezi.



Toți au obținut același număr de grămezi.

$$\text{Avem } 312 : 4 : 3 = 312 : 3 : 4 = 312 : (3 \cdot 4)$$

**Rețin**

Dacă  $a, b$  și  $c$  sunt numere naturale, cu  $b$  și  $c$  diferite de zero, atunci:

$$a : b : c = a : c : b \quad \text{și} \quad a : b : c = a : (b \cdot c)$$

2. De ziua lui de naștere, Bogdan vrea să-și servească fiecare coleg cu câte patru bomboane. Stabilește câți colegi are Bogdan în fiecare dintre situațiile următoare.

a) Servește pe rânduri astfel:

- 24 bomboane pe primul rând;
- 20 bomboane pe al doilea rând;
- 28 bomboane pe al treilea rând.

b) servește 72 bomboane întregii clase.

**Rezolvare:**

$$\text{a) } 24 : 4 + 20 : 4 + 28 : 4 = 6 + 5 + 7 = 18$$

$$\text{b) } 72 : 4 = 18. \text{ Dar } 72 = 24 + 20 + 28.$$

Observăm că:

$$24 : 4 + 20 : 4 + 28 : 4 = (24 + 20 + 28) : 4$$

**Rețin**

Dacă  $a, b$  și  $c$  sunt numere naturale, cu  $c$  diferit de zero, iar  $a$  și  $b$  se împart exact la  $c$ , atunci:

$$(a + b) : c = a : c + b : c$$

3. Se poate împărți un număr la 0? Dar 0 se poate împărți la un număr natural?

**Rezolvare:**

$0 : 6 = 0$ . Aplicând proba împărțirii, avem  $0 \cdot 6 = 0$ , ceea ce este adevărat.

$6 : 0 = 0$ . Aplicând proba împărțirii, avem  $0 \cdot 0 = 6$ , ceea ce este fals.

**Rețin**

„0” împărțit la orice număr natural nenul este 0. Împărțirea unui număr natural la 0 nu are sens.

### Aplic

Verifică regulile următoare pentru numerele de mai jos.

a)  $a : b : c = a : c : b$        $a = 336, b = 4, c = 12$

b)  $a : b : c = a : (b \cdot c)$        $a = 684, b = 3, c = 12$

c)  $(a \cdot b) : c = b \cdot (a : c)$        $a = 825, b = 15, c = 5$

### Cercetez

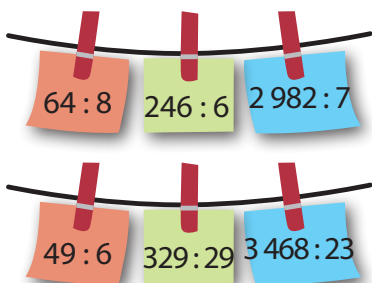
Îți vine să crezi că  $5 : 2$  este tot un număr?

Chiar dacă rezultatul unei împărțiri nu este număr natural, el este tot un număr

Vei învăța despre astfel de numere în *unitatea 5*.

### Lucrez

1. Efectuează calculele:



2. Determină câtul și restul împărțirilor de mai jos.

- a)  $14\ 484 : 34$       b)  $10\ 032 : 38$   
 c)  $12\ 032 : 256$       d)  $68\ 208 : 2\ 436$   
 e)  $2\ 436 : 45$       f)  $4\ 326 : 237$   
 g)  $12\ 032 : 256$       d)  $2\ 349 : 1\ 067$

3. La împărțirea alăturată s-a șters împărțitorul. Descoperă-l!

4	2	9	*	*	
*	*		1	1	
=	*	*			
	*	*			
=	=				

4. Stabilește ce împărțire și ce înmulțire s-au efectuat corect.

- a)  $28 \cdot 35 = 960$   
 b)  $38 \cdot 123 = 4\ 674$   
 c)  $98 : 21$  are câtul 4 și restul 4.

5. Calculează în două moduri, după modelele date.

**A**  $3\ 600 : 9 : 100 = (3\ 600 : 100) : 9$

**B**  $648 : 6 = (600 + 48) : 6 = 600 : 6 + 48 : 6$

**C**  $113\ 344 : 11 = (110\ 000 : 11) + (3\ 300 : 11) + 44 : 11$

**D**  $4\ 230 : 30 = 4\ 230 : (3 \cdot 10) = 4\ 230 : 10 : 3$

6. În ograda familiei Mocanu se găsesc oi, găini și porumbei. Numărul de oi este de 5 ori mai mic decât numărul de găini, iar acestea sunt de 2 ori mai puține decât porumbei. Dacă sunt 350 de porumbei, află câte animale sunt de fiecare fel.

7. Vrem să aranjăm 564 de ouă în cartoane de câte 30 de ouă. De câte cartoane avem nevoie și câte ouă vor fi în ultimul carton?



8. Fie  $a$  și  $b$  două numere naturale nenule și  
 \*  $N = 6a + 3b + 20$ . Află restul împărțirii numărului  $N$  la 3.

### Test

Alege varianta corectă.

	A	B	C	D
1. Rezultatul calculului $48 \cdot 29 : 24$ este:	58	56	48	54
2. Numărul care împărțit la 2 dă câtul 122 și restul 1 este:	244	253	245	254
3. Produsul primelor 10 numere naturale este:	365 407	362 880	362 800	0
4. Suma numerelor care împărțite la 5 dau câtul 73 este egală cu:	1 844	1 835	1 834	1 470

## Lecția 9 | Puterea cu exponent natural a unui număr natural

### Observ. Descopăr. Înțeleg

Nufărul este o plantă care poate decora iazul din grădină, deoarece are o floare decorativă și o gamă largă de culori care variază de la alb la nuanțe de roz și roșu. Din acest motiv, familia Matei și-a propus să înfrumusețeze iazul din grădină, achiziționând o specie de nuferi ce-și dublează numărul în fiecare lună.

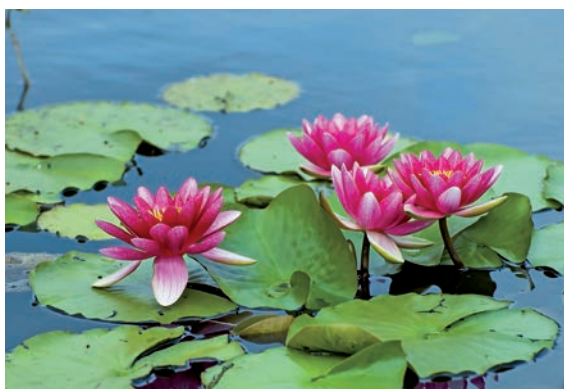
Dacă, la început, s-a plantat un nufăr:

- Scrive numărul de nuferi de pe lac în a patra, în a șasea și a noua lună.
- Dacă iazul ar fi suficient de mare și temperatura ar permite, în a câta lună vor fi 1 024 de nuferi pe lac?
- În condițiile de la punctul anterior, care va fi ordinul de mărime al numărului de nuferi din al doilea an?

### Rezolvare:

luna	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
număr de nuferi	1	2	2 · 2	2 · 2 · 2	2 · 2 · 2 · 2	2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2	2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2			

- a IV-a lună:  $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ ;  
a VI-a lună:  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$ ;  
a IX-a lună:  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 256$ ;
  - $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 2 = 1\,024$ , deci în a XI-a lună.  
de 10 ori
  - 2 ani = 24 luni; după 2 ani vor fi  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 2$   
de 23 ori
- Cum  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 2 = 1\,024$ , deci în a XI-a lună.  
de 10 ori



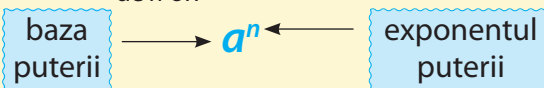
În doi ani, numărul de nuferi ar fi aproximativ de ordinul zecilor de milioane.

Produsul  $2 \cdot 2 \cdot 2$  se mai poate scrie  $2^3$  și se citește „doi la puterea a treia”.  
Cum scriem și citim celelalte produse ce apar în problema de mai sus?

### Rețin

Dacă  $a$  și  $n$  sunt numere naturale cu  $n \neq 0$  și  $n \neq 1$ , atunci

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{\text{de } n \text{ ori}} \quad (\text{citim: „}a \text{ la puterea } n\text{”})$$



$1^n = 1$

$a^0 = 1, \text{ dacă } a \neq 0$

$a^1 = a$

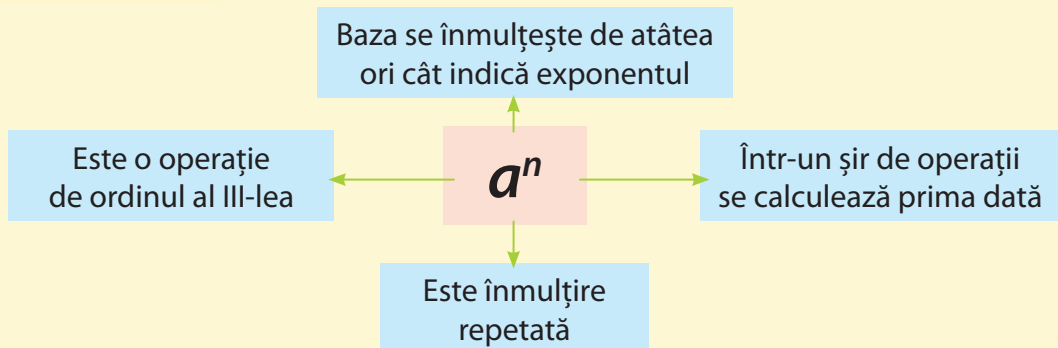
$0^0$  nu are sens.

Ridicarea la puterea  $n$  a unui număr natural este o înmulțire repetată cu  $n$  factori egali cu numărul dat.

### Istoric

- Prima dată, noțiunea de *putere* a apărut în secolele XIV-XV.
- La început erau considerate ca fiind doar puteri de ordinul al II-lea.
- Cuvântul *putere* (*potentia*) este prima dată utilizat de Rafaello Bombelli în secolul al XVI-lea.
- Notăția  $a^n$  a fost introdusă de René Descartes (1596-1650).

## Rețin



## Lucrez

1. Verifică și reține următoarele rezultate:



$$\begin{aligned} 2^1 &= 2 \\ 2^2 &= 4 \\ 2^3 &= 8 \\ 2^4 &= 16 \\ 2^5 &= 32 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3^1 &= 3 \\ 3^2 &= 9 \\ 3^3 &= 27 \\ 3^4 &= 81 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4^1 &= 4 \\ 4^2 &= 16 \\ 4^3 &= 64 \\ 4^4 &= 256 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5^1 &= 5 \\ 5^2 &= 25 \\ 5^3 &= 125 \\ 5^4 &= 625 \end{aligned}$$

2. Dacă  $a^2$  se mai citește  $a$  la pătrat, iar  $a^3$   $a$  la cub, calculează:

- 6 la cub;
- 17 la pătrat;
- 8 la cub;
- 35 la pătrat.

3. Calculează.

- $2^3 + 3^2$
- $5^2 - 2^4$
- $5^2 \cdot 2^2$
- $4^3 : 2^4 + 9^2 : 3^3$

4. Calculează.

- $3^0 + 5^1$
- $2 \cdot 349^0 - 1^{2349}$
- $73 : 73^0 + 24$
- $0^{847} \cdot (32^{23} + 23^{32})$
- $(749 \cdot 24 + 96)^0$

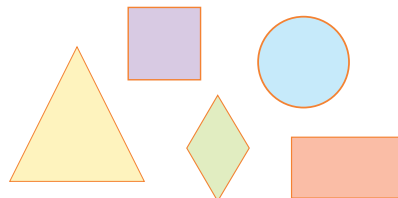
5. Scrie folosind puterile:

- $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$
- $73 \cdot 73 \cdot 73 \cdot 73 \cdot 73 \cdot 73 \cdot 73$



6. Înlocuiește figurile geometrice cu numere astfel încât să obții propoziții adevărate:

- $3^\Delta = 27$
- $2^\square = 64$
- $5^\circ = 125$
- $\square^4 = 81$
- $\blacklozenge^2 = 25$
- $\Delta^0 = 1$



7. Determină suma numerelor naturale mai mici decât  $3^2$ .

8. Determină:

- dublul lui  $3^4$ ;
- exponentul lui  $a$ , dacă  $a = \underbrace{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 7}_{\text{de 10 ori}}$
- diferența dintre  $32^2$  și  $7^3$ ;
- $a^b$  și  $b^a$ , dacă  $\overline{ab} = 34$ .



9. Familia Ionescu vrea să cumpere un apartament ce valorează 420 000 lei. Are de ales ca modalitate de plată fie să plătească toți banii deodată, fie să plătească azi un leu și apoi, timp de 20 de luni, de fiecare dată dublul lunii precedente. Care modalitate este mai avantajoasă? Argumentează!

10. Virusul din calculatorul lui Mihai șterge la fiecare 10 minute triplul numărului de fișiere șterse anterior. Dacă la ora 8:00 au fost distruse 3 fișiere, stabilește numărul de fișiere distruse până la ora 10:00, moment în care s-a devirusat calculatorul?

Ora	Nr. fișiere
8:00	3 fișiere
8:10	$3^2$
8:20	$3^3$





## Lecția 10 | Pătrate perfecte

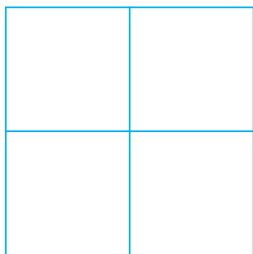
### Observ. Descopăr. Înțeleg

Catinca vrea să împartă o foaie de hartie în formă de pătrat în mai multe pătrate identice. Stabilește dacă va reuși să obțină:

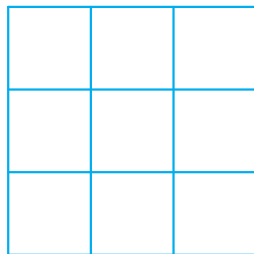
- a) 4 pătrate;
- b) 9 pătrate;
- c) 36 pătrate;
- d) 24 pătrate.

#### Rezolvare:

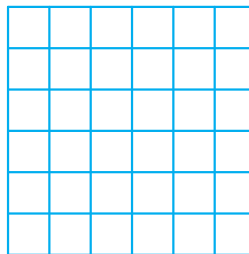
a) Împarte laturile în 2 părți egale



b) Împarte laturile în 3 părți egale



c) Împarte laturile în 6 părți egale



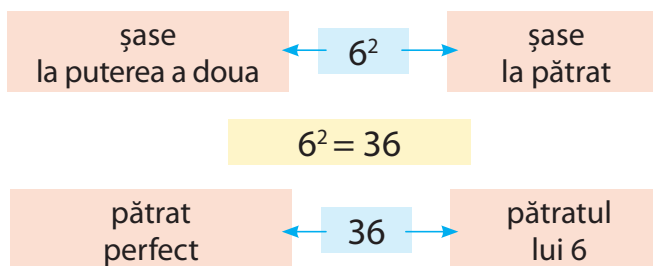
d) Am observat că valorile de la celelalte subpuncte se scriu sub forma  $a^2$ . Dar nu există un număr natural care ridicat la puterea a doua să dea 24. Catinca nu poate obține 24 pătrate.



### Rețin

- 1) Numărul natural  $X$  este **pătrat perfect** dacă există  $a$  număr natural astfel încât  $a^2 = X$ .
- 2) Dacă  $a^2 = X$ , atunci  $X$  se numește **pătratul** lui  $a$ .

Avem:



### Aplic

Verifică și reține următoarele rezultate, numere pătrate perfecte:

$0^2 = 0$	$5^2 = 25$	$10^2 = 100$	$15^2 = 225$
$1^2 = 1$	$6^2 = 36$	$11^2 = 121$	$16^2 = 256$
$2^2 = 4$	$7^2 = 49$	$12^2 = 144$	$17^2 = 289$
$3^2 = 9$	$8^2 = 64$	$13^2 = 169$	$18^2 = 324$
$4^2 = 16$	$9^2 = 81$	$14^2 = 196$	$19^2 = 361$

Privește cu atenție pătratele perfecte de mai sus și observă ultima lor cifră.

### Rețin

**Ultima cifră** a unui număr natural **pătrat perfect** este una dintre cifrele: **0, 1, 4, 5, 6** sau **9**.

Dacă ultima cifră a unui număr natural este 2, 3, 7 sau 8, atunci numărul nu este pătrat perfect.

Dacă ultima cifră a unui număr natural este 0, 1, 4, 5, 6 sau 9, atunci numărul ar putea fi pătrat perfect, dar nu este sigur.





**Exemple:** 10 - are ultima cifră 0, dar nu este pătrat perfect;  
 21 - are ultima cifră 1, dar nu este pătrat perfect;  
 24 - are ultima cifră 4, dar nu este pătrat perfect;  
 15 - are ultima cifră 5, dar nu este pătrat perfect;  
 26 - are ultima cifră 6, dar nu este pătrat perfect;  
 39 - are ultima cifră 9, dar nu este pătrat perfect.



### Aplic

1. Extrage pătratele perfecte. Justifică alegerea făcută:

3<sup>4</sup> 324 1<sup>5</sup> 347 2<sup>8</sup> 58 3 100 0<sup>3</sup> 56 5<sup>3</sup> 5 322 4<sup>3</sup>

2. Înlocuiește literele cu numere și verifică următoarele egalități:

a)  $a^2 \cdot b^2 = (a \cdot b)^2$

Orice produs de două  
pătrate perfecte este  
pătrat perfect.

b)  $a^{2b} = (a^b)^2$

Orice număr ridicat  
la o putere pară este  
pătrat perfect.

c)  $(a^2)^b = a^{2b} = (a^b)^2$

Orice pătrat perfect  
ridicat la orice putere  
este pătrat perfect.

### Lucrez

1. Stabilește dacă următoarele numere sunt pătrate perfecte. Justifică răspunsul!

- a)  $3^6 \cdot 2^4$     b)  $5^2 \cdot 2^2$     c)  $3^2 \cdot 2^4$   
 d)  $2^6 \cdot 5$     e)  $3^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$     f)  $5^3 \cdot 5^3 \cdot 5^3$   
 g)  $7^4 \cdot 144$

2. Numerele 83, 34, 96, 107, 312, 9+9 sunt pătrate perfecte? Argumentează!

3. Scrie pătratele perfecte cuprinse între 28 și 80.

4. Următoarele numere sunt pătrate perfecte?

- a)  $1 + 3 + 5 + 9$     b)  $1 + 3 + 5 + 17$   
 c)  $(2 \cdot 1 + 1) + (2 \cdot 2 + 1) + (2 \cdot 3 + 1) + \dots + (2 \cdot 16 + 1)$   
 d)  $1 + 3 + 5 + \dots + 101$     e)  $5 + 5 \cdot 4$   
 f)  $129 + 129 \cdot 128$     g)  $3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2$   
 h)  $209 \cdot 319 \cdot 209 \cdot 319$     i)  $3^4$   
 j)  $5^{14}$     k)  $2^4 \cdot 3^2$   
 l)  $2^6 \cdot 3^8 \cdot 5^{10}$     m)  $17 + 8$

5. Înlocuiește casetele cu numere naturale nenule, astfel încât rezultatele să fie cel mai mic pătrat perfect posibil.

- a)  $\square \cdot 5$     b)  $\square \cdot 17$   
 c)  $\square \cdot 25$     d)  $\square \cdot 12$   
 e)  $\square \cdot 4 \cdot 5$     f)  $\square \cdot 2^3$   
 g)  $\square \cdot 2^5 \cdot 3^4$     h)  $\square \cdot 2^3 \cdot 3^5$

6. Octavian numără pătratele perfecte de două cifre, iar Alexandru, pătratele perfecte de trei cifre cu cifra sutelor 1. Cine găsește mai multe numere?

7. Câte pătrate perfecte sunt cuprinse între 25 și 625?

8. Găsește numerele!

5	7	?	13	?
25	49	121	?	256

9. Care este următorul pătrat perfect după 52? Dar după 132?

10. Dacă  $a$  este un număr natural astfel încât  $2^2 < a^2 < 4^2$ , calculează  $a^3$ .

11. Suma a trei numere consecutive este un pătrat perfect. Determină cele mai mici numere care îndeplinesc condiția dată.

12. Dacă  $a$  este un număr natural, atunci  $a^2$  și  $(a + 1)^2$  reprezintă 2 pătrate perfecte consecutive. În particular, 121 ( $11^2$ ) și 144 ( $12^2$ ) sunt pătrate perfecte consecutive. Dă exemple de alte două pătrate perfecte consecutive.

Între două pătrate perfecte consecutive nu există alte pătrate perfecte.

### Gândesc creativ

Am un măr care are mere. Scutur mărul. Mă uit jos, nu sunt mere. Mă uit sus, nu sunt mere. Câte mere au fost în pom înainte de a scutura?



## Lecția 11 | Reguli de calcul cu puteri

## Observ. Descopăr. Înțeleg

**A** Cum poți calcula  $5^6$ ?

Avem:  $5^6 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 15\,625$

Putem să scriem și astfel:

$5^6 = (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5) = 5^4 \cdot 5^2 = 625 \cdot 25 = 15\,625$

Putem trage concluzia:  $5^4 \cdot 5^2 = 5^6$ 

## Rețin

Oricare ar fi numerele naturale nenule  $a, m, n$ , avem

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^m \cdot a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{\text{de } m \text{ ori}} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{\text{de } n \text{ ori}} = a^{m+n}$$

de  $m+n$  ori

## Observ. Descopăr. Înțeleg

**B** Cum poți calcula  $5^4 : 5^2$ ?

Avem:  $5^4 : 5^2 =$

$= (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) : (5 \cdot 5) =$

$= 625 : 25 = 25$

## Rețin

Oricare ar fi numerele naturale nenule  $a, m, n$ , cu  $m > n$ , avem:

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$a^m : a^n = \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{\text{de } m \text{ ori}} : \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{\text{de } n \text{ ori}} = \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{\text{de } m-n \text{ ori}} \cdot \underbrace{[(a \cdot a \cdot \dots \cdot a) : (a \cdot a \cdot \dots \cdot a)]}_{\substack{\text{de } n \text{ ori} \\ \text{de } n \text{ ori}}} = a^{m-n}$$

1

## Observ. Descopăr. Înțeleg

**C** Cum poți calcula  $(5^2)^3$ ?

Avem:  $(5^2)^3 = (5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5) =$

$= 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 15\,625$

Putem să scriem și astfel:

$(5^2)^3 = 5^2 \cdot 5^2 \cdot 5^2 =$

$= 5^{2+2+2} = 5^6 =$

$= 15\,625$

Putem trage concluzia:  $(5^2)^3 = 5^6 = 5^{2 \cdot 3}$ 

## Rețin

Oricare ar fi numerele naturale nenule  $a, m, n$ , avem

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$(a^m)^n = \underbrace{a^m \cdot a^m \cdot \dots \cdot a^m}_{\text{de } n \text{ ori}} = \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{\text{de } m \text{ ori}} \cdot \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{\text{de } m \text{ ori}} \cdot \dots \cdot \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{\text{de } m \text{ ori}} = \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{\text{de } m \cdot n \text{ ori}} = a^{m \cdot n}$$

de  $n$  ori

## Aplíc

**1.** Calculează:

a)  $3^5$

b)  $11^4$

c)  $9^3$

**2.** Scrie sub forma unei singure puteri:

a)  $3^5 \cdot 3^4 \cdot 3^6$

b)  $172^3 \cdot 172^5$

c)  $7^5 \cdot 7^5 \cdot 7^5$

d)  $13^1 \cdot 13^2 \cdot \dots \cdot 13^{12}$

e)  $2^4 \cdot 2^5 \cdot 2^0 \cdot 2^9$

f)  $10^2 \cdot 10^3 \cdot 10^7$

g)  $121^5 \cdot 121^3 \cdot 121^0$

## Aplíc

a)  $5^{13} : 5^{11}$

b)  $7^{24} : 7^{23}$

c)  $24^{15} : 24^{15}$

d)  $3^{10} : 3^7$

e)  $13^{10} : 13^5 : 13^3$

f)  $25^{16} \cdot 25^{14} : 25^{28}$

g)  $14^4 \cdot 14^3 \cdot 14^{10} : 14^{16}$

h)  $101^2 \cdot 101^3 : 101^4$

## Aplíc

**1.** Calculează:

a)  $(2^2)^3 : (2^3)^2$

b)  $[(2^3)^5]^4 : [(2^4)^3]^4$

**2.** Scrie termenii șirului ca puteri cu baza indicată:

a) baza 2:  $4^5; 8^3; 16^{10}; 32^{12}$

(indicație:  $8^{10} = (2^3)^{10} = 2^{30}$ );

b) baza 3:  $9^6; 27^5; 81^3; 243^{13}$

(indicație:  $9^{10} = (3^2)^{10} = 3^{20}$ );

c) baza 5:  $25^7; 125^3; 625^{14}$ .

### Observ. Descopăr. Înțeleg

**D** Cum poți calcula:  $(3 \cdot 5)^3$ ?  
 Avem:  $(3 \cdot 5)^3 = (3 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 5) =$   
 $= 15 \cdot 15 \cdot 15 = 225 \cdot 15 = 3\,375$ . Putem să scriem  
 și astfel:  $(3 \cdot 5)^3 = (3 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 5) =$   
 $= (3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5) = 3^3 \cdot 5^3 = 27 \cdot 125 = 3\,375$   
 Putem trage concluzia:  $(3 \cdot 5)^3 = 3^3 \cdot 5^3$

### Aplic

1. Scrie ca produs de puteri:  
 a)  $(13 \cdot 15)^7$     b)  $(5 \cdot 7 \cdot 11)^{24}$     c)  $(12 \cdot 26)^{10}$
2. Calculează:  
 a)  $(3 \cdot 5)^4 : 5^4$     b)  $(2 \cdot 7)^6 : 7^5$   
 c)  $(3 \cdot 11)^{10} : (3^8 \cdot 11^8)$     d)  $(23 \cdot 37)^{29} : (23^{29} \cdot 37^{28})$   
 e)  $(16 \cdot 27)^5 : (8 \cdot 9)^6$

### Rețin

Oricare ar fi numerele naturale nenule  $a, b, n$ , avem:

$$(a \cdot b)^n = \underbrace{(a \cdot b) \cdot (a \cdot b) \cdot \dots \cdot (a \cdot b)}_{\text{de } n \text{ ori}} = \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{\text{de } n \text{ ori}} \cdot \underbrace{(b \cdot b \cdot \dots \cdot b)}_{\text{de } n \text{ ori}} = a^n \cdot b^n$$

### Lucrez

**1.** Scrie rezultatul sub formă de puteri:

- $3^5 \cdot 3^6$
- $7^{12} \cdot 7^8$
- $(5^3)^2$
- $3^5 \cdot 3^7 \cdot 3^9 \cdot 3^{11}$
- $11^{100} : 11^{50} : 11^{25}$
- $13^{24} \cdot 13^{46} : 13^{20}$
- $(23^6)^{13} \cdot (23^4)^{15}$
- $(17^{12})^8 : (17^{13})^5$
- $2^3 \cdot 8^4 \cdot 16^5 \cdot 32^6$
- $(3^1 \cdot 3^2 \cdot 3^3) : 3^5$



**2.** Calculează:

- |   |                             |
|---|-----------------------------|
| a) $2\,017^{2\,017} : 2017^{2\,016}$          | b) $11^3 \cdot 11^4 : 11^7$ |
| c) $(23 \cdot 17)^2 : 23^2$                   | d) $2^8 \cdot 2^9 : 2^{14}$ |
| e) $(3 \cdot 7)^{14} : (3^{12} \cdot 7^{14})$ | f) $4^3 : 8^2$              |
| g) $9^{10} : 27^6$                            | h) $25^4 \cdot 5^3 : 125^3$ |
| i) $(2^3 \cdot 3^3)^4 : (2^4 \cdot 3^5)^2$    |                             |

**3.** Descoperă numărul:

- de două ori mai mic decât  $2^{100}$ ;
- de trei ori mai mic decât  $3^{100}$ ;
- de cinci ori mai mare decât  $5^{100}$ .

**4.** Descoperă numerele înlocuite de steluțe.

- $2^3 = 2^*$
- $3^* = 3^{18}$
- $9^8 = 3^*$
- $27^* = 3^9$
- $5^* = 125^4$
- $4^3 = 2^*$
- $8^* = 2^{18}$



**5.** Factorul comun și puterile.



Calculează:

- $3^3 \cdot 5 - 3^3 \cdot 4$
- $5^5 \cdot 3 - 5^5 \cdot 2$
- $2^3 \cdot 2^2 - 2^3 \cdot 1$
- $2^3 - 3 \cdot 2$
- $2^{99} - 2^{98}$
- $4^{10} - 3 \cdot 4^9 - 3 \cdot 4^8 - 3 \cdot 4^7 - \dots - 3$
- $2^{10} \cdot a - 2^9 \cdot b$  dacă  $2 \cdot a - b = 17$
- $2^4 \cdot 5 - 2^3 \cdot 3 - 2^2 \cdot 13$
- $2^{15} - 2^{14} - 2^{13} - 2^{12} - \dots - 2 - 1$
- $(7^6 - 7^4) : 48$
- $(2^{14} + 2^{14}) : 2^{15}$

**Atenție!**  $2^a \cdot 2 = 2^{a+1}$

**6.** Scrie în baza indicată următoarele numere:

- $16^5 = 2^*$     b)  $27^8 = 3^*$
- $36^4 = 6^*$     d)  $(2^{13} \cdot 3^{13}) = 6^*$
- $(5^{14} \cdot 25^7) : 625^7 = 5^*$

**7.** Adevărat sau fals?

- $2 + 2 = 2 \cdot 2 = 2^2$
- $3^2 + 3^2 + 3^2 = 3 \cdot 3^2 = 3^3$
- $4^3 + 4^3 + 4^3 + 4^3 = 4 \cdot 4^3 = 4^4$

Realizează în același mod alte două exerciții asemănătoare!

### Gândesc creativ



Doi oameni au reușit să traverseze un râu într-o barcă ce putea transporta doar o persoană. Cum au reușit acest lucru?

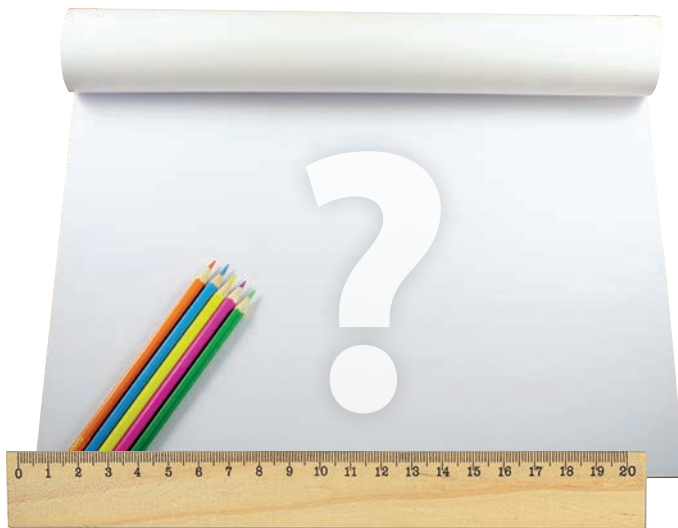
## Observ. Descopăr. Înțeleg

Pentru a obține materialele necesare realizării unui proiect școlar, Octavian a procedat în felul următor: în prima etapă a împărțit o coală de hârtie în două părți egale, apoi fiecare jumătate a împărțit-o în câte două părți egale, repetând procedeul de mai multe ori pentru fiecare bucată obținută în etapa anterioară. Scopul proiectului a fost să obțină un colaj cu 64 bucăți de hârtie identice.

- Verificați dacă Octavian a terminat proiectul, presupunând că a repetat procedeul de cinci ori.
- De câte ori ar trebui repetat procedeul pentru a finaliza proiectul?
- Dacă metoda de lucru ar presupune obținerea de trei părți egale dintr-o bucată și procedeul s-ar repeta tot de atâtea ori ca la punctul b), s-ar obține numărul de bucăți necesare pentru finalizarea proiectului?

**Rezolvare:** Octavian are de împărțit o coală în mai multe etape.

Etapă	Număr de bucăți	
1	$2 \cdot 1 = 2$	$2^1$
2	$2 \cdot 2 = 4$	$2^2$
3	$2 \cdot 4 = 8$	$2^3$
4	$2 \cdot 8 = 16$	$2^4$
5	$2 \cdot 16 = 32$	$2^5$



Numărul de bucăți din fiecare etapă este, de fapt, o putere a lui 2, ca și numărul etapelor necesare pentru realizarea proiectului,  $64 = 2^6$ .

- $32 < 64$ , deci  $2^5 < 2^6$  (aceeași bază, exponent mai mare). Octavian nu a terminat proiectul.

## Rețin

Dintre două puteri ale aceleiași baze, este mai mare cea care are exponentul mai mare. Dacă  $a$ ,  $m$  și  $n$  sunt numere naturale astfel încât  $m > n$ , atunci  $a^m > a^n$ .

- Consultând tabelul și cum  $64 = 2^6$ , trebuie să repetăm procedeul de 6 ori.
- Dacă fiecare bucată se împarte în câte trei părți, vom obține:

Etapă	Număr de bucăți
1	$3^1 = 3$
2	$3^2 = 9$
3	$3^3 = 27$
4	$3^4 = 81$
5	$3^5 = 243$
6	$3^6 = 729$

## Rețin

Dintre două puteri cu același exponent, este mai mare cea la care baza este mai mare.

Dacă  $a$ ,  $b$  și  $n$  sunt numere naturale astfel încât  $a > b$ , atunci  $a^n > b^n$ .

$729 > 64$ , deci  $3^6 > 2^6$  (același exponent, baza mai mare). Da, s-ar obține numărul de bucăți necesare.

## Lucrez

1. Compară următoarele numere:



A

- a)  $2^3$  și  $3^2$
- b)  $3^3$  și  $5^2$
- c)  $2^0$  și  $1^2$
- d)  $7^3$  și  $18^2$

B

- a)  $3^8$  și  $3^{10}$
- b)  $2^7$  și  $2^6$
- c)  $11^{48}$  și  $11^{50}$
- d)  $17^{18}$  și  $17^{14}$

C

- a)  $4^{10}$  și  $8^6$
- b)  $16^5$  și  $8^7$
- c)  $81^{11}$  și  $27^7$
- d)  $25^{20}$  și  $625^{10}$
- e)  $12^{12}$  și  $12^{12}$

D

- a)  $3^5$  și  $2^5$
- \* b)  $7^8$  și  $5^8$
- c)  $3^8$  și  $2^{14}$
- d)  $5^{10}$  și  $3^{15}$
- e)  $8^6$  și  $9^9$

2. Ordonează crescător numerele:

- a)  $5^3$ ;  $5^7$ ;  $5^6$ ;  $5^2$ .
- b)  $7^7$ ;  $4^7$ ;  $2^7$ ;  $5^7$ .
- c)  $4^6$ ;  $16^4$ ;  $8^5$ ;  $32^2$ ;  $17^0$ .
- d)  $27^3$ ;  $3^7$ ;  $3^{10}$ .

3. Compară numerele  $a$  și  $b$  pentru fiecare caz:

- a)  $a = 2 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4$   
 $b = 2^{10} \cdot 2^5$
- b)  $a = 2^5 - 2^4 - 2^3 - 2^2 - 2 - 1$   
 $b = 324^0$
- c)  $a = 2^{2017} - 2^{2016} - 2^{2015} - 2^{2014}$   
 $b = 2^{2018} - 2^{2017} - 2^{2016} - 2^{2015} - 2^{2014}$
- d)  $a = (4^{35} \cdot 8^{23})^5 \cdot (16^7 \cdot 8^9)^4$   
 $b = 27^{11} \cdot (3^{16} \cdot 81^4)$

4. Compară:

- a) pătratul lui 10 000 cu cubul lui 100.
- b) cubul lui 9 cu pătratul lui 25.

5. Ordonează crescător numerele.



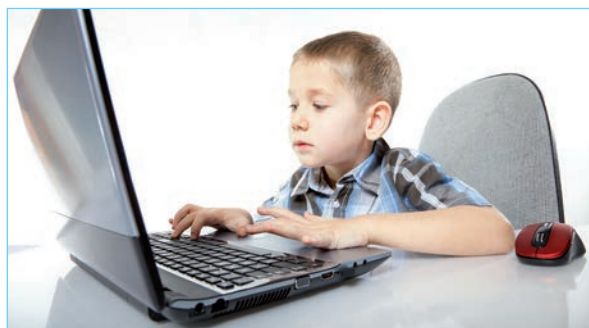
- $a = 2^{184} - 2^{183} - 2^{182}$
- $b = 3^{94} - 2 \cdot 3^{93} - 2 \cdot 3^{92} - 2 \cdot 3^{91}$
- $c = 7^{93} + 9 \cdot 7^{91} - 8 \cdot 7^{92}$

6. Dă exemplu de un pătrat perfect  $n$ , astfel încât:

- a)  $3^4 < n < 2^7$
- b)  $125^3 < n < 625^3$

7. David a creat pe computer programul „Măricel”, prin care computerul extrage cel mai mare număr dintr-un șir dat. Stabilește ce număr extrage Măricel din fiecare șir al următoarelor numere:

- a) 49;  $3^3$ ;  $2^6$ ; 60;      b)  $11^3$ ;  $11^6$ ;  $11^2$ ;  $11^5$ ;
- c)  $4^7$ ;  $8^4$ ;  $16^2$ ;  $2^{10}$ .



8. Adevărat sau fals?

- a)  $(3 + 5)^5 > (13 - 4)^7$ ;
- b)  $a^7 < b^7$ , unde  $a$  și  $b$  sunt două numere naturale;
- \* c)  $3 \cdot 3^2 \cdot 3^7 > 2^4 \cdot 2^9 \cdot 2^2$ .

9. Determină câte numere naturale se află între:

- a)  $3^2$  și  $3^4$ ;
- \* b)  $2^{201}$  și  $2^{202}$ .

10. Realizează un tabel asemănător și completează-l cu puteri ale lui 2, astfel încât numărul dat să fie încadrat între două puteri consecutive ale lui 2.

	Numărul	
$2^4$	17	$2^5$
	37	
	98	
	143	

## Test

Alege varianta corectă.

	A	B	C	D
1. Numărul $53 \cdot 19 + 53 \cdot 34$ este pătratul numărului:	54	63	34	53
2. Rezultatul calculului $7^5 \cdot 7^4 \cdot (7^3)^2$ este:	343	245	294	2401
3. Suma primelor cinci puteri ale lui 3 este:	212	122	121	120
4. $8^4$ scris ca o putere a lui 2 este numărul:	$2^5$	$2^{12}$	$2^{10}$	$2^8$

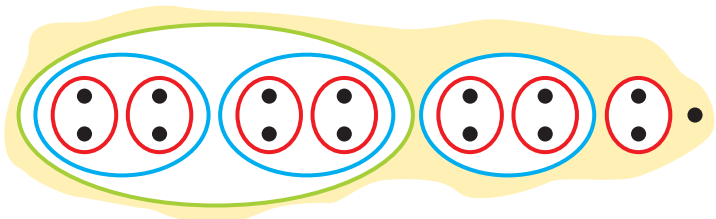


# Lecția 13 | Scrierea în baza 10. Scrierea în baza 2

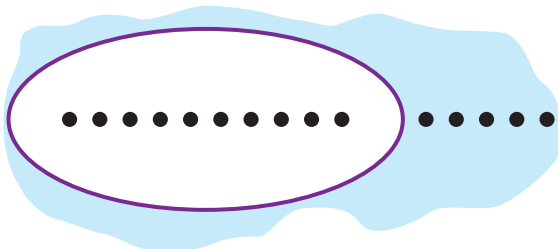
## Observ. Descoper. Înțeleg

Paul și Irina au fiecare câte un joc format din 15 piese. Observă cum și-au grupat piesele fiecare.

a) Paul a procedat astfel: a format grupe de câte 2 piese.  
 $15 = 7 \cdot 2 + 1$  A obținut 7 grupe de câte 2 piese și o grupă cu o piesă.



b) Irina a făcut o grupă de 10 piese și i-au rămas 5 piese negrupate.



Cele 7 grupe le-a grupat câte două, obținându-se alte 3 grupe de câte două grupe cu 2 obiecte și o grupă cu 2 piese.

$$7 = 3 \cdot 2 + 1. \text{ Cele 3 grupe se împart la rândul lor: } 3 = 1 \cdot 2 + 1$$

$$15 = 2 \cdot 7 + 1 = (2 \cdot 3 + 1) \cdot 2 + 1 = [(1 \cdot 2 + 1) \cdot 2 + 1] \cdot 2 + 1$$

$$= (1 \cdot 2^2 + 2 + 1) \cdot 2 + 1 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

Descrîe matematic modul de împărțire a pieselor în cele 2 situații.

Pentru gruparea câte 10: avem o grupă cu 10 piese și 5 piese rămase

$$15 = 1 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 = 15_{(10)}$$

### Scrierea numerelor naturale în baza zece

Orice număr natural se poate scrie ca sumă de produse în care un factor este de forma  $10^n$ , cu  $n$  număr natural, iar celălalt factor este reprezentat de una dintre cifrele ce formează numărul.

$$135 = 1 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 5 = 1 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$$

$\overline{abcd} = a \cdot 10^3 + b \cdot 10^2 + c \cdot 10^1 + d \cdot 10^0$  reprezintă descompunerea în baza 10 a numărului  $\overline{abcd}$ .

În general, descompunerea unui număr scris în baza 10 este:

$$\underbrace{a_n a_{n-1} a_{n-2} a_{n-3} \dots a_2 a_1}_{n-1 \text{ cifre}} = a_n \cdot 10^{n-1} + a_{n-1} \cdot 10^{n-2} + a_{n-2} \cdot 10^{n-3} + \dots + a_3 \cdot 10^2 + a_2 \cdot 10^1 + a_1 \cdot 10^0$$

### Scrierea numerelor naturale în baza 2

Am văzut că 15 în baza 2 este:  $15 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$

Convenim să scriem  $15 = 1111_{(2)}$

### Rețin

Pe lângă sistemul zecimal, există un sistem de numerație în baza 2 numit și sistemul de numerație binar; 2 se numește baza sistemului, iar 0 și 1 se numesc cifre binare.

În exemplele de mai sus, numărului 15 este scris în două moduri:  $1111_{(2)}$  este în baza 2,  $15_{(10)}$  este în baza 10.

Trecerea unui număr din baza 10 în baza 2 se realizează prin împărțiri succesive.

$$\begin{array}{r|l} 15 & 2 \\ \hline 14 & 7 \\ \hline 6 & 3 \\ \hline 1 & 1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{array}$$

$15 = 1111_{(2)}$

Pentru a forma numărul, se vor scrie: ultimul cât urmat de resturi în ordinea inversă a obținerii lor.

**De exemplu:**

$$25 : 2 = 12 \text{ rest } 1$$

$$12 : 2 = 6 \text{ rest } 0$$

$$6 : 2 = 3 \text{ rest } 0$$

$$3 : 2 = 1 \text{ rest } 1$$

$$25 \text{ în baza } 2 : 11001_{(2)}$$

$$\begin{array}{r} 25 \quad | \quad 2 \\ \underline{2} \quad | \quad 1 \quad 2 \quad | \quad 2 \\ = 5 \quad | \quad 1 \quad 2 \quad | \quad 6 \quad 2 \\ \quad \quad | \quad = 0 \quad | \quad 6 \quad 3 \quad | \quad 2 \\ \quad \quad | \quad \quad \quad | \quad 0 \quad 2 \quad | \quad 1 \\ \quad \quad | \quad \quad \quad | \quad \quad \quad | \quad 1 \end{array}$$

Pentru a trece din baza 2 în baza 10, descompunem după puterile lui 2.

$$1111_{(2)} = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2 + 1 = 15$$

$$11001_{(2)} = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 25$$

Scrierea în baza 2 sau cea în baza 10 a unui număr natural este unică.

### Lucrez

1. Descompune numerele după puterile lui 10:

- a) 32                      b) 205                      c) 10 305  
d) 32 304                e) 30 050                f) 123...9

2. Poți descompune numerele naturale în funcție de un grup de cifre, ca în exemplele următoare:

$$121\ 212 = 12 \cdot 10^4 + 12 \cdot 10^2 + 12$$

În același mod, descompune:

- a) 2 323                      b) 123 123  
c) 123 123 123            d)  $\overline{ababab}$

3. Calculează:

- a)  $2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 1$   
b)  $5 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^2 + 2$   
c)  $4 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10 + 8$   
d)  $3 \cdot 10^{10} + 10^3 + 3$

4. Calculează:

- a)  $3\ 232 : 32$                 b)  $5\ 757 : 101$   
c)  $\overline{b\ bbb} : 11$                 d)  $\overline{a\ bab} : \overline{ab}$   
e)  $\overline{abc\ abc} : \overline{abc}$

5. Dacă  $a, b, c$  sunt numere naturale scrise în baza 10, calculează  $(\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}) : 111$ , știind că  $a + b + c = 8$ .

6. Determină numerele naturale de forma  $\overline{ab}$  știind că:  $\overline{aba} + \overline{bab} = 777$ .

7. Câte numere de forma  $\overline{ab}$  care verifică egalitatea  $\overline{ab} + \overline{ba} = 55$  există?

8. Calculează.

\*  $5x3 + 7y2$  dacă  $x + y = 13$ .

9. Scrie în baza 10 numerele:

- a)  $10101_{(2)}$ ;                b)  $110_{(2)}$ ;  
c)  $11010_{(2)}$ ;              d)  $100000_{(2)}$ .

10. Calculează:

$$9 + 99 + 999 + 9999 + \dots + 99\dots9$$

10 termeni

11. Determină câte nuci are Ana în coș dacă grupate câte 10 rămân 6 nuci negrupate, iar dacă grupele formate se grupează câte 10, se vor forma 4 grupe.



12. Scrie în baza 2 numerele de mai jos.

- a) 37    b) 45    c) 124    d) 9.

13. Găsește regula și completează spațiile libere:

111	7
10 001	17
101	
	52

14. Determină cifrele  $a, b, c$  dacă  $\overline{abc}_{(2)} = 7$ .

15. Scrie numărul 72 ca sumă la puteri distincte ale lui 2.

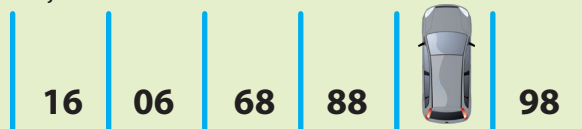
16. Scrie succesorul și predecesorul numărului:  $1001_{(2)}$ .

17. Descifrează numerele din text: *Toate cele  $111_{(2)}$  volume Harry Potter au fost traduse în peste  $11111_{(2)}$  limbi, iar ultimul volum a fost lansat pe data de  $10101_{(2)}$  iulie.*

18. Determină  $a + b + c + d$  dacă se verifică egalitatea:  $2^a + 2^b + 2^c + 2^d = 240$ .

### Gândesc creativ

Ce număr are locul pe care stă mașina?



## Observ. Descopăr. Înțeleg

**Magie:** Gândește-te la un număr natural și scrie-l pe o foaie. Înmulțește acest număr cu 3 și adună 2. Rezultatul înmulțește-l cu pătratul lui 2 și adună cubul lui 3. Apoi înmulțește numărul obținut cu 2 și scade produsul numerelor 14 și 5. Împarte rezultatul la 24. Nu e așa că ai obținut numărul scris de tine?

**Rezolvare:**

Să pornim în descifrarea **magiei** cu un număr oarecare, de exemplu, 14 (putea fi și „a”) – putem scrie informațiile date într-un singur exercițiu:

$$\{[(3 \cdot 14 + 2) \cdot 2^2 + 3^3] \cdot 2 - 14 \cdot 5\} : 24$$

Efectuăm operațiile din paranteza rotundă (efectuăm înmulțirea, apoi adunarea)

$$\{[(42 + 2) \cdot 2^2 + 3^3] \cdot 2 - 14 \cdot 5\} : 24$$

Schimbăm forma parantezelor

$$[(44 \cdot 2^2 + 3^3) \cdot 2 - 70] : 24$$

Calculăm puterile existente

$$[(176 + 27) \cdot 2 - 70] : 24 = \\ = 336 : 24 = 14$$



## Rețin

Dacă într-un exercițiu nu sunt paranteze, iar operațiile sunt de același ordin, se efectuează, de obicei, în ordinea în care sunt scrise.

Dacă într-un exercițiu nu sunt paranteze și sunt operații de ordine diferite, se efectuează mai întâi operațiile de ordinul III, apoi operațiile de ordinul II și la final cele de ordinul I.

Dacă într-un exercițiu sunt paranteze (rotunde, drepte, acolade), se efectuează calculele conform regulilor anterioare, în ordinea următoare: mai întâi, cele din parantezele rotunde, după care transformăm parantezele drepte în paranteze rotunde, iar acoladele în paranteze drepte și continuăm efectuarea calculelor.

Operații		
Ordinul I	Ordinul II	Ordinul III
Adunarea	Înmulțirea	Ridicarea la putere
Scăderea	Împărțirea	

## Lucrez

## 1. Rezolvă:

- $(2^3 \cdot 3^2 - 6^2) : 2^2 + 2$
- $[(15^2 : 5 - 3^2) + 12] : 6$
- $[(2^3)^4 : (2^5)^2 + (5^3)^7 : (5^4)^5] : 3 - 3$
- $3^2 \cdot 5 - 2^4 : 2$
- $3 \cdot (5^2 - 4^2) - 6$

## 2. Calculează:

- $405 - 405 : 15$
- $20 \cdot \{4 + 10 \cdot [120 + 20 \cdot (36 - 36 : 4)]\}$
- $(2^3 \cdot 5 + 5^0) : 41$
- $[(2^3)^4 : (2^5)^2 - 17^0] \cdot 6$



- $3 \cdot [5 + 2^2 \cdot (13^0 + 1^{13} + 0^{14}) \cdot (2^4 - 2^3)]$
  - $13 \cdot [(3^2)^2 - 15^2 : 25] : 18 + 18$
  - $(27 + 45) : (3 + 15)$
  - $[(3^3)^2 + 2^{18} : 2^{10} - 25] : [(3^2)^3 + 2^{15} : 2^7 - 5^2]$
  - $[7^5 \cdot (3^4)^5 \cdot (11^6)^2] : [7^5 \cdot (3^{10})^2 \cdot (11^3)^4]$
  - $[2^8 \cdot 5^6]^2 : [5^4 \cdot 2^5]^3$
  - $(3^2 - 2^3)^2 \cdot (8^5 : 4^7)^2$

## 3. Scrie crescător numerele:

- $$a = 203 + 203^2 + 204$$
- $$b = 102 + 102 \cdot 204 + 103 \cdot 205$$
- $$c = 203 \cdot 47 + 203 \cdot 215 - 203 \cdot 59$$



4. O croitoreasă face într-o lună, din 140 m de stofă, 50 de cămăși. Ea vinde cămășile cu 150 lei bucata. Cât a câștigat acea croitoreasă, dacă un metru de stofă costă 40 lei, iar accesoriile folosite, 50 lei?

5. După terminarea facultății, Horia s-a angajat la o firmă pentru 30 de zile. La final, la plată, i s-au reținut 300 lei pentru consumația lui la cantina firmei și a primit 1200 lei în mână. Cu cât a fost plătit pe zi?

6. Pune paranteze rotunde astfel încât să obții propoziții adevărate!

- a)  $6 + 2 \cdot 3 + 4 - 6 = 14$
- b)  $6 + 5 \cdot 4 + 3 - 6 = 71$

7. Calculează.

- a)  $[98 \cdot (6384 : 76 - 5312 : 64) : 49 + 25] : 9$
- b)  $3 \cdot \{17 + [2 + (1833 : 39 + 23) : 5] : 8\} - 2$
- c)  $[8^7 \cdot 4^5 : 16^7 - 3^{10} \cdot 27^5 : 81^6] : 5$
- d)  $25^5 \cdot 125^6 - 625^6 \cdot 5^4$

8. Calculează.

- a)  $(111 + 222 + 333) : (3 + 6 + 9)$
- b)  $2^{10} - 2^8 \cdot 3 - 2^6 \cdot 3 - 2^4 \cdot 3 - 2^2 \cdot 3 - 2^2 \cdot 3 - 3$
- c)  $99 \cdot (97 + 5) - 99 \cdot (97 - 5)$
- d)  $28 \cdot 27 - 28 \cdot 10 - 17^2$
- e)  $\{100 - [100 - (100 - 99)]\} \cdot 100$

9. Dacă  $a \cdot b = 49$ ;  $b \cdot c = 27$ ;  $c \cdot a = 12$ , determină  $a \cdot b \cdot c$ .

10. Cunoști istoria cinematografului? Calculează și află anii ce au marcat istoria acesteia!

- a) anul nașterii cinematografului:  
suma cifrelor numărului  $3 \cdot 10^{211} - 7$
- b) anul în care au apărut primele producții de film cu sunet:  
 $2^{10} + 2^9 + 2^8 + 2^7 + 2^3 - 2^0$
- c) anul în care a rulat la cinematograf primul film 3D:

$$2003^{10} - 2003^9 \cdot 2002 - 2003^8 \cdot 2002 - \dots - 2003 \cdot 2002$$



### 11. Sume cool!

\* **A** Observă următorul exemplu:  
Să calculăm:  $(1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{10}) \cdot 2 + 1$



Notăm:  $S = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{10}$   
 $3 \cdot S = 3 \cdot (1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{10}) =$   
 $= 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{11}$  (distributivitatea înmulțirii)  
 $3 \cdot S - S = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{11} -$   
 $-(1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{10}) = 3^{11} - 1$   
 (comutivitatea adunării)

$$2 \cdot S = 3^{11} - 1$$

$$(1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{10}) \cdot 2 + 1 = 2 \cdot S + 1 = 3^{11} - 1 + 1 =$$

$$= 1 + 3^{11} - 1 = 3^{11}$$

Procedeează asemănător și determină sumele:

- a)  $S_1 = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3$
- b)  $S_2 = 2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{10}$
- c)  $S_3 = 2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{63}$

**B** Observă următorul exemplu:

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + 99$$

$$S = 99 + 98 + 97 + \dots + 1$$

$$2S = 100 + 100 + \dots + 100$$

$$2S = 99 \cdot 100$$

$$S = 99 \cdot 100 : 2 = 99 \cdot 50 = 4950$$

Se deduce în același mod:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = n(n+1) : 2$$

Verifică-te calculând suma în două moduri.

Procedeează asemănător și determină sumele:

- a)  $S_1 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$
- b)  $S_2 = 1 + 2 + 3 + \dots + 2002$

**C** Observă următorul exemplu:

$$2 + 7 + 12 + 17 + \dots + 97$$

$\begin{matrix} \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright \\ +5 & +5 & +5 \end{matrix}$

Termenii cresc cu 5: împărțim toți termenii la 5 și scriem:

$$\left. \begin{array}{l} 2 = 5 \cdot 0 + 2 \\ 7 = 5 \cdot 1 + 2 \\ 12 = 5 \cdot 2 + 2 \\ 17 = 5 \cdot 3 + 2 \dots \\ 97 = 5 \cdot 19 + 2 \end{array} \right\} +$$

$$2 + 7 + 12 + \dots + 97 =$$

$$5 \cdot \underbrace{(0 + 1 + 2 + \dots + 19)}_{\text{(factor comun 5)}} + \underbrace{2 + 2 + \dots + 2}_{\text{(de 20 de ori)}}$$

$$= 5 \cdot 19 \cdot 10 + 2 \cdot 20 = 950 + 40 = 990$$

Verifică corectitudinea metodei calculând suma  $S_1$  în două moduri.

Procedeează asemănător și determină sumele:

- a)  $S_1 = 2 \cdot 1 + 1 + 2 \cdot 2 + 1 + 2 \cdot 3 + 1$
- b)  $S_2 = 2 \cdot 1 + 1 + 2 \cdot 2 + 1 + 2 \cdot 3 + 1 + \dots + 2 \cdot 99 + 1$

# ANTRENAMENT PLUS

- ✓ Consolidare
- ✓ Aprofundare
- ✓ Excelență

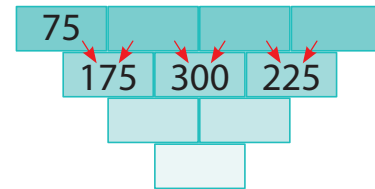
## Consolidare

- 1 Costel îi spune lui Nicu să intercaleze cifra 4 între cifrele numărului 98 765 pentru a obține cel mai mare, respectiv cel mai mic număr dintre numerele care se pot obține astfel. Scrie numerele pe care trebuie să le scrie Nicu.
- 2 Vârsta Pământului se estimează la patru miliarde șase sute milioane șase sute de ani. Scrie vârsta Pământului în milenii și în secole.
- 3 Costel are cartonașele **I**, **V**, **X**, pe care sunt înscrise simbolurile numerice romane. Scrie numerele care se pot forma, folosind simultan cele trei cartonașe.
- 4 Punctele A, B, C, D sunt așezate pe axă astfel încât punctul A are abscisa 7, punctul B are abscisa predecesorul abscisei lui A, punctul C are abscisa succesul abscisei lui A, iar abscisa punctului D este succesul abscisei lui B. Reprezintă pe axă punctele A, B, C, D.
- 5 Precizează numărul natural care se adună la 125 pentru a obține succesul său.
- 6 Calculează suma prin gruparea convenabilă a termenilor:
  - a)  $783 + 864 + 17 + 36 + 1\ 000$
  - b)  $813 + 256 + 187 + 362 + 638 + 744$
- 7 Calculează:  $100 - (20 - 5) - (30 - 4)$
- 8 Produsul a două numere naturale este 21. Află cele două numere. Câte soluții are problema?
- 9 Compară numerele din perechile:
  - a)  $(4 \cdot 5)^3$        $4^3 \cdot 5^3$       b)  $4^{35}$        $8^{23}$

## Aprofundare

- 10 Un băiat dorește să așeze pe 12 rânduri cei 72 de soldăți. Află numărul de soldăți puși pe un rând.
- 11 Precizează care sunt resturile care se pot obține prin împărțirea oricărui număr natural  $n$  la 3.
- 12 Află câte numere naturale de două cifre egale cu răsturnatul lor există.

- 13 Scrie cel mai mic număr natural de cinci cifre, care nu este mai mic decât numerele 43 257, 13 721, 50 032.
- 14 În tabelul dat, fiecare număr este suma numerelor din cele două casete de deasupra lui. Copiază și completează tabelul.



- 15 Dacă suma numerelor 205 și 396 se micșorează cu diferența numerelor 893 și 348, se obține  $n + 23$ . Află numărul  $n$ .
- 16 O persoană a cumpărat de la cofetărie: 4 prăjituri la prețul de 3 lei, 2 cozonaci la prețul de 28 de lei, 3 ciocolate la prețul de 7 lei. Află suma pe care o plătește persoana la casă.
- 17 Scrie din numerele date pe acelea care sunt pătrate perfecte: 1, 4, 8, 9, 16, 25, 36, 64, 72, 81, 100, 121, 125, 144, 169, 196, 220, 225, 400, 625.
- 18 Află câte numere naturale mai mici decât 100 dau restul 7 prin împărțirea la 24.
- 19 Arată că  $2 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 = 2^5$ , folosind doar adunarea și înmulțirea.
- 20 Arată că egalitatea  $13^2 - 11^2 = (13 + 11) \cdot (13 - 11)$  este adevărată.

## Excelență

- 21 Compară numerele din perechea  $\overline{8a7}$  și  $\overline{88a}$ .
- 22 Indică numărul termenilor și calculează suma:  $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 8$ .
- 23 Află numărul natural  $n$ , știind că este adevărată egalitatea:  $40 - \{20 - [n - (5 - 2)]\} = 36$ .
- 24 Află numerele naturale  $\overline{ab}$ , astfel încât  $\overline{ab} = b^2$ .
- 25 Arată că suma  $7 + 12 + 3$  nu este număr natural pătrat perfect.
- 26 Arată că nu există numere naturale care, împărțite la 6, să dea restul 3 și, împărțite la 3, să dea restul 2.
- 27 Calculează:  $(1111 + 2222 + 3333 + \dots + 9999) : (11 + 22 + 33 + \dots + 99)$
- 28 Calculează:  $[1 + 3 \cdot 3^{49} + 3^{94} : 3^{14} + (2^2)^{100}] : (1 + 3^{50} + 3^{80} + 2^{200})$

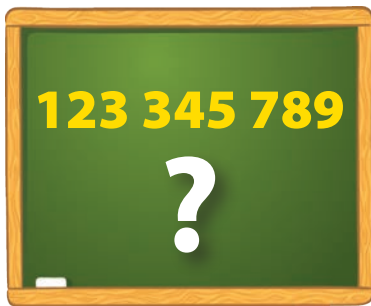


**1** Se consideră numărul scris în baza 10:  $\overline{abc\,def\,ghi}$  unde:  $a = 2^0$ ,  $b = 2^1$ ,  $c = 2^2$ ,  $d = 2^3$ ,  $e = 3^0$ ,  $f = 3^1$ ,  $g = 3^2$ ,  $h = 4^0$ ,  $i = 4^1$ .

- Scrive cu cifre și litere numărul de mai sus.
- Determină suma cifrelor numărului dat.
- Arată că produsul cifrelor numărului dat nu este pătrat perfect.

**2** Reprezintă pe axa numerelor naturale punctele ce au coordonate primele cinci puteri consecutive ale lui 2.

**3** Marian scrie pe tablă trei numere consecutive. Dacă unul dintre ele este 123 345 789, ce numere a scris Marian pe tablă? Pentru fiecare variantă găsită, determină suma celor trei numere.



**4** Calculează produsul dintre succesorul numărului 129 și predecesorul numărului 100.

**5** Dacă  $5X + 3Y = 197$ , calculează  $20X + 12Y$ .

**6** Compară numerele naturale  $a$  și  $b$  dacă  $a = 43 \cdot 59 - 43 \cdot 27$  și  $b = 32 \cdot 87 - 32 \cdot 44$

**7** Dacă  $a = 1 + 2 + 3 + \dots + 299$  și  $b = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 297$ , calculează  $a - b$ .

**8** Determină numărul natural care, împărțit la un număr mai mic decât 48, dă câtul 21 și restul 46.

**9** Calculează suma tuturor resturilor împărțirii unui număr natural la:

- 11;
- 101.

**10** Se consideră numărul:  
 $a = 5432154321\dots$

- Scrive cu cifre și cu litere numărul format cu primele 7 cifre ale lui  $a$ .
- Stabilește dacă numărul format cu primele 8 cifre ale lui  $a$  este pătrat perfect.
- Care este cifra de pe poziția 258?

**11** Determină numărul natural care, împărțit la un număr de două cifre identice, dă câtul 29 și restul 89.

**12** Determină produsul dintre suma și diferența numerelor 96 și 56.

**13** Calculează.

- $27 \cdot 39 - 39 \cdot 26$
- $97 + 97 \cdot 99$
- $37 \cdot 63 + 37 \cdot 24 - 87 \cdot 35$
- $3^2 \cdot 3^4 - (3^4)^2 : 3^2 + 3^0 - 0^3$
- $2^5 : 4^2 + 3^9 : 9^3 : 3^3$
- $2 \cdot \{[(3 \cdot 5^2 - 2^3 \cdot 18 : 3^2 + 3 \cdot 11) : 2^2] + 6\}$

**14** Calculează:

- $81^2 - 81 \cdot 79$
- $[(5^2 : 5 + 5) \cdot 2^3 - 2^3] : 3^2$
- $201 - 201 : 3$
- $a^b$  dacă  $a = 3\,675 : 25$  și  $b = 97 \cdot 98 - 98 \cdot 95 - 2 \cdot 97$

**15** Determină suma cifrelor numărului  $10^5 + 5^4$ .

**16** Dacă  $a \cdot b = 2^3 \cdot 3^3$ ;  $a \cdot c = 2^5 \cdot 5^3$ ;  $b \cdot c = 3^3 \cdot 5$ , află  $(a \cdot b \cdot c)^2$  folosind proprietățile puterilor.

**17** Calculează.

- $1\,416 : \{[(32 \cdot 43 - 9\,999 : 11) \cdot 2 + 256 : 8] : 2 - 99 : 9\}$
- $\{[(60 - 6 \cdot 4) \cdot 3 + 612 : 6] \cdot 2 + 24\} : 4 - 4$

**18** Scrie crescător numerele următoare:

- $$a = 4\,725 : 63 \qquad b = 376 \cdot 89$$
- $$c = 104\,040 : 102 \qquad d = 1\,044 - 1\,044 : 2$$

**19** Compară numerele:

- $A = (2^3)^3$  și  $B = (2^4)^2$ ; b)  $A = 125^{22}$  și  $B = 3^{99}$ .

**20** Află ultima cifră a numărului  $2^{2017} \cdot 5^{2021} + 2^{29}$  și stabilește dacă este pătrat perfect.

**21** a) Află câtul numerelor  $9^3$  și  $3^4$ .

b) Scrie numărul 2 367 descompus după puterile lui 10.

c) Împarte la 5 toate numerele naturale mai mici decât 25.  
Care este suma tuturor resturilor obținute?

**22** Se consideră numărul  $a = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n$ .

a) Calculează valoarea lui  $a$  dacă  $n = 6$ .

b) Dacă  $2 + a = 2^{2017}$ , determină  $n$ .

**23** a) Găsește toate numerele naturale de forma  $\overline{ab}$  pentru care  $\overline{ba}$  este pătrat perfect.

b) Fie numerele  $a = \overline{xy79}$  și  $b = \overline{x67x}$ . Află  $x$  și  $y$  dacă  $a = b$ .

c) Află câtul și restul obținut la împărțirea sumei numerelor 913 și 871 la diferența lor.

**24** Dacă  $\overline{abc} + \overline{bc} + c = \overline{cba} + \overline{ba} + a$ , arată că  $a = c$ .

**25** Transformă numărul 133 din baza 10 în baza 2 iar numărul  $101_{(2)}$  în baza 10.

**26** Un țăran a cumpărat un purcel cu 100 de lei și l-a vândut pentru 200 de lei. Apoi a cumpărat același purcel pentru 300 de lei și l-a revândut pentru 400 de lei. Care a fost profitul total al țăranului din cele două tranzacții?

**27** Descoperă:

a) cel mai mare număr de trei cifre, format cu cifre pare consecutive;

b) numerele  $x$  și  $y$ , știind că  $x$  este predecesorul lui 579, iar  $y$  este succesorul lui 1 486;

c) cel mai mare număr par de trei cifre, scris cu cifre diferite.

**28** a) Determină pătratul și cubul numărului 20.

b) Află toate numerele naturale nenule care, împărțite la 4, dau câtul egal cu dublul restului.

c) Ordonează crescător numerele  $9^3$ ;  $3^5$ ;  $27^2$ .

**29** Află deîmpărțitul, când împărțitorul este mai mic decât 20, câtul 10, iar restul 18.

**30** Determină toate numerele naturale diferite de 0 care, împărțite la 6, dau câtul egal cu restul.

**31** Află toate numerele naturale care, prin împărțire la 5, dau de fiecare dată câtul 66.

**32** Află câte numere naturale mai mici decât 2 000 împărțite la 24 dau restul 7.



Scrie rezolvările complete.

Timp de lucru: 50 de minute



## Subiectul I (30 p)

**1** Scrie pe foaie răspunsurile corecte:

- a) Care este succesorul răsturnatului numărului 9 977?  
b) Rotunjirea la mii a numărului 1 903.

**2** Scrie pe foaie răspunsul corect:

- a) Produsul primelor cinci numere naturale este:  
A. 24      B. 120      C. 0      D. 240  
b) Câte perechi de numere naturale ( $a, b$ ) cu  $a \neq b$  au produsul egal cu 36?  
A. 9      B. 5      C. 8      D. 10

**3** Copiază cerința pe foaie, apoi unește printr-o linie de altă culoare fiecare exercițiu cu rezultatul corect, conform modelului:

*Model:*  $2 \cdot 99 - 2 \cdot 97 = 2 \cdot (99 - 97) = 2 \cdot 2 = 4$

a. $2 \cdot 2 - 2 : 2$	b. $3^2 - 2^3$	c. $10^{100} : 10^{98}$	d. $2 \cdot 999 - 2 \cdot 997$	e. $2 \cdot 99 - 2 \cdot 97$
1. 22	2. 44	3. 1	4. 4	5. 3
				6. $10^2$

## Subiectul II (30 p)

**4** Reprezintă pe o axă a numerelor punctele cu coordonatele precizate: E(8), I(3), B(2), N(5) și O(0), apoi calculează suma  $OB + OI + IN + IE$

**5** Calculează câtul și restul împărțirii celui mai mare număr natural de forma  $\overline{xyz}$ , unde  $x \neq y \neq z \neq 0$  la cel mai mic număr de această formă.

## Subiectul III (30 p)

**6** Calculează:  $2 \cdot \{[(3 \cdot 5^2 - 2^3 \cdot 18 : 3^2 + 3 \cdot 11) : 2^2] + 6\}$

**7** Un croitor confecționează într-o lună 40 costume din 150 m de stofă, apoi vinde toate costumele cu 500 lei bucata. Află cât a câștigat el în acea lună, dacă un metru de stofă costă 60 lei, accesoriile folosite pentru un costum costă 4 lei și el a plătit un impozit la stat de 1 840 lei.

**8** a) Află toate numerele naturale nenule care, împărțite la 7, dau câtul egal cu dublul restului.  
b) Calculează suma numerelor aflate la punctul a) de mai sus.



Ex. 1	Ex. 2	Ex. 3	Ex. 4	Ex. 5	Ex. 6	Ex. 7	Ex. 8
a) 3 p b) 3 p	a) 3 p b) 3 p	a) 4 p b) 4 p c) 5 p d) 5 p	15 p	15 p	10 p	10 p	a) 9 p b) 1 p
Se acordă 10 puncte din oficiu.				Total 100 de puncte			

\*Rezolvarea Testului de (Auto)evaluare va fi scrisă pe o foaie de hârtie A4 de matematică. Profesorul o va corecta și evalua, apoi elevul o va adăuga în portofoliu, pentru care va primi o notă la sfârșitul fiecărui semestru. Elevul va păstra PORTOFOLIUL pentru a-l folosi în clasa a VI-a, la pregătirea Evaluării inițiale și a Evaluării Naționale, iar apoi pentru pregătirea Evaluării Naționale din clasa a VIII-a. Această notă este valabilă pentru toate TESTELE DE (AUTO)EVALUARE!

# Metode aritmetice de rezolvare a problemelor

## Pe parcursul acestei unități vei exersa:

- ✓ Modelarea matematică a unei situații date
- ✓ Rezolvarea problemei obținute prin metode aritmetice și interpretarea rezultatului
- ✓ Rezolvarea de probleme prin metoda reducerii la unitate
- ✓ Rezolvarea de probleme prin metoda comparației
- ✓ Rezolvarea de probleme prin metoda figurativă
- ✓ Rezolvarea de probleme prin metoda mersului invers
- ✓ Rezolvarea de probleme prin metoda falsei ipoteze

## Matematica de lângă noi

### Proiect

### Tema 2 Matematica și geografia

#### Introducere

Imaginează că ai de alcătuit traseul unei excursii în care vei pleca împreună cu colegii tăi de clasă.

Ai următoarea condiție impusă: traseul trebuie să treacă prin 8 județe, inclusiv județul în care locuiești.

#### Ce vei face?

- a) Alegi traseul.
- b) Te informezi – la bibliotecă sau pe internet – despre obiectivele turistice și economice ale fiecărui județ aflat pe traseul propus.
- c) Utilizând datele aflate, vei completa portofoliul personal cu probleme compuse de tine, asemănătoare celor pe care le vei întâlni în această unitate.
- d) Fiecare problemă o vei scrie pe o foaie format A4 și o vei prezenta colegilor.

#### Structura unei prezentări

Atragem atenția asupra faptului că pentru a răspunde corect cerințelor unei probleme, trebuie să fim atenți la ceea ce se cere, deoarece rezultatul unei/unor operații nu este întotdeauna ceea ce ni s-a cerut.

Etapetele de urmărit sunt următoarele:

- 1 Citirea cu atenție a enunțului problemei.
- 2 Analizarea problemei: identificarea datelor utile, pe care le subliniezi cu albastru, precum și a cerinței, pe care o subliniezi cu roșu.
- 3 La nevoie, poți să faci o schemă care să reprezinte datele problemei.
- 4 Identificarea metodei potrivite și scrierea operației/ operațiilor necesare pentru a rezolva problema.
- 5 Efectuarea calculelor.
- 6 Redactarea răspunsului, ținând cont de cerință.
- 7 Verificarea soluției găsite.

După ce fiecare elev își prezintă problemele, le veți vota pe cele mai interesante.



# Cinci pâini

adaptare după Ion Creangă



Doi oameni călătoreau odată pe un drum. Unul avea în traista sa trei pâini, iar celălalt, două pâini. Fiindu-le foame, se opresc la umbra unui copac și încep să mănânce împreună, ca să aibă mai mare poftă de mâncare.

Un al treilea drumeț, necunoscut, se oprește lângă ei, dându-le bună ziua. Apoi se roagă să-i dea și lui ceva de mâncare, fiindcă era tare flămând.

— Poftim, om bun, de-i ospăta împreună cu noi! ziseră cei doi drumeți călătorului străin. Unde mănâncă doi mai poate mânca și al treilea.

Călătorul străin se așază lângă cei doi, apoi încep cu toții a mânca pâine goală și a bea apă rece din fântână. Și mănâncă ei la un loc, și mănâncă, până ce termină de mâncat toate cele cinci pâini, de parcă nici n-ar fi fost.

După ce au mâncat, călătorul străin scoate cinci lei din pungă și-i dă celui ce avusese trei pâini, zicând:

— Primiți, vă rog, oameni buni, acești bani de la mine, ca mulțumire pentru că mi-ați dat de mâncare la nevoie.

Cei doi nu prea voiau să primească, dar, după multă stăruință din partea celui de-al treilea, au primit. Călătorul străin își ia rămas-bun de la cei doi, apoi pleacă.

Ceilalți mai rămân sub copac, la umbră, să se odihnească. Într-un târziu, cel care avusese trei pâini îi dă doi lei celui cu două pâini, zicându-i:

— Ține, frate, partea dumitale! Ai avut două pâini întregi, doi lei și se cuvin. Și mie îmi opresc trei lei, fiindcă am avut trei pâini întregi.

— Cum așa?! zise celălalt nemulțumit! Pentru ce numai doi lei, și nu doi și jumătate, partea dreaptă ce ni se cuvine fiecăruia? Eu cred că nu mi-ai făcut parte dreaptă. Haide să ne judecăm!

Și astfel pornesc ei la drum, cu hotărârea să se judece. Și, cum ajung într-un loc unde era judecătorie, se înfățișează înaintea judecătorului și încep a spune câte pâini a avut fiecare, cum a mâncat drumețul cel străin la masa lor, deopotrivă cu dâșii, cum le-a dat cinci lei drept mulțumire și cum cel cu trei pâini a împărțit banii.

Judecătorul, după ce-i ascultă pe amândoi cu luare aminte, îi spune celui care avusese două pâini să înapoieze un leu tovarășului cu trei pâini. Cel cu două pâini își manifestă nemulțumirea și ceru explicații judecătorului.

Care crezi că a fost explicația? Află continuarea poveștii în varianta digitală a manualului!



## Lecția 1 | Metoda reducerii la unitate

## Observ. Descopăr. Înțeleg

Maria a cumpărat 6 caiete de matematică, pentru care a plătit 18 lei.

Cât a plătit Sorin pentru 5 caiete de același fel?

**Rezolvare:**

**Pasul 1.** Aflăm cât costă un caiet (o unitate)

$$18 \text{ lei} : 6 = 3 \text{ lei (costă un caiet)}$$

**Pasul 2.** Aflăm cât costă numărul de caiete dorit.

$$3 \text{ lei} \cdot 5 = 15 \text{ lei}$$

**Răspuns:** 5 caiete costă 15 lei



## Lucrez

1. Ionel a ajutat-o pe bunica sa la plantat lalele. Pe 9 rânduri au plantat 72 de bulbi. Câți bulbi au plantat, dacă în total sunt 12 rânduri egale?



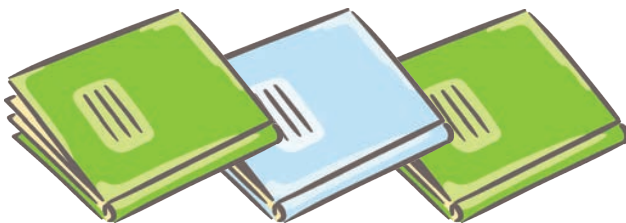
2. Pentru ornamentarea a 8 pălării tradiționale, elevii unei clase au cumpărat 320 cm de panglică tricoloră. Câtă panglică tricoloră trebuie să mai cumpere pentru a confecționa încă 12 pălării?



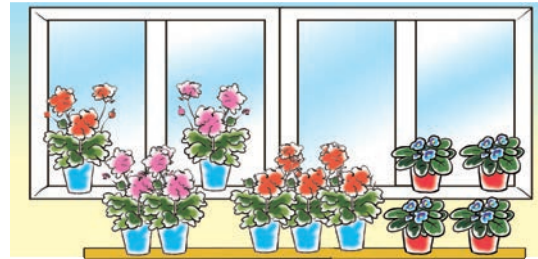
3. Elena tricotează căciulițe pentru păpuși. Din 60 g de fire a realizat 5 căciulițe. Ce cantitate de fire trebuie să mai folosească pentru încă 8 căciulițe?



4. Mama a plătit pentru 3 caiete 6 lei. Cât ar fi plătit dacă ar fi cumpărat 7 caiete?



5. Pentru îngrijirea plantelor de la colțul verde al clasei timp de 3 săptămâni s-au consumat 27 de litri de apă. Câtă apă e necesară pentru încă 5 săptămâni?



6. Matei a cumpărat 3 CD-uri, pentru care a plătit 6 lei. Cât a costat un CD?



7. Ioana a preparat 900 ml de suc de fructe, pe care l-a împărțit în 6 pahare. Cât suc este în fiecare pahar?



8. Mioara mănâncă zilnic aceeași cantitate de fructe. Care este cantitatea de fructe consumată într-o zi, dacă a mâncat într-o săptămână 2 100 g de fructe?
9. Mara a cumpărat 2 kg de banane, pentru care a plătit 12 lei. Cât ar fi plătit dacă ar fi cumpărat 3 kg?

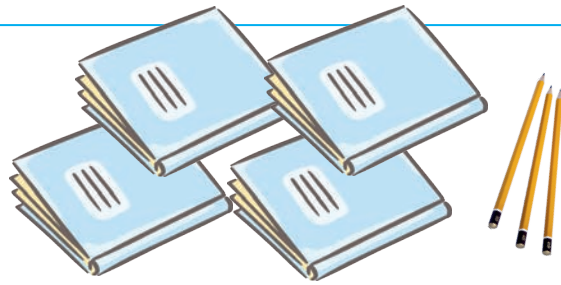


## Lecția 2 | Metoda comparației

### Observ. Descopăr. Înțeleg

Ionel a cumpărat 4 caiete și 2 creioane, pentru care a plătit 14 lei. Maria a cumpărat 5 caiete și 4 creioane, pentru care a plătit 19 lei.

Cât costă un caiet?  
Dar un creion?



### Rezolvare:

- Extragerea datelor problemei.
- Așezarea în coloane a cantităților de același fel și compararea lor.
- Identificarea cerinței.

**Ionel:** 4 caiete .... **2 creioane** ..... **14 lei**  
**Maria:** 5 caiete .... **4 creioane** ..... **19 lei**  
 1 caiet = ? lei                      1 creion = ? lei

Obținerea unor cantități egale (egalarea numărului de creioane prin înmulțirea cu 2 a cantităților din primul șir de date).

4 caiete .... **2 creioane** ..... **14 lei** / · 2  
 5 caiete .... **4 creioane** ..... **19 lei**  
 8 caiete .... **4 creioane** ..... **28 lei**  
5 caiete .... **4 creioane** ..... **19 lei**

Efectuarea diferențelor.

3 caiete ..... **9 lei**

Calcularea prețurilor cerute.

1 caiet:      9 lei : 3 = 3 lei  
 4 caiete:    3 lei · 4 = 12 lei  
 2 creioane: 14 lei – 12 lei = 2 lei  
 1 creion:    2 lei : 2 = 1 lei

Scrierea și verificarea răspunsului.

**Răspuns:** 1 caiet: 3 lei; 1 creion: 1 lei.

**Verificare:**

$5 \cdot 3 \text{ lei} + 4 \cdot 1 \text{ lei} = 15 \text{ lei} + 4 \text{ lei} = 19 \text{ lei}$

### Lucrez

1. Bunica a cumpărat 4 ouă și 300 g de griș, pentru care a plătit 7 lei. Pentru 7 ouă și 200 g de griș ar fi dat 9 lei.

Cât costă un ou? Dar 100 g de griș?

2. Pentru 5 kg de roșii și 4 kg de vinete, mama a plătit 23 lei, iar bunica a cumpărat 2 kg de roșii și 3 kg de vinete, pentru care a plătit 12 lei. Cât costă un kilogram de roșii? Dar un kilogram de vinete?



3. Emilia a cumpărat 5 caiete și 4 creioane, care împreună cântăresc 720 g, iar Marin a cumpărat 4 caiete și 3 creioane de același fel, care împreună cântăresc 570 g. Cât cântărește un caiet? Dar un creion?

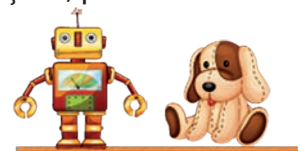
4. Pentru Marin, mama a cumpărat 3 pixuri și 5 creioane, pentru care a plătit 11 lei, iar pentru Irina a cumpărat 2 pixuri și 6 creioane, pentru care a plătit 10 lei.

Cât costă un pix?  
Dar un creion?



5. Pentru cadourile de Crăciun, la o grădiniță s-au cumpărat 12 roboței și 15 cățeluși de pluș, pentru care s-au plătit 990 lei, iar la altă grădiniță s-au cumpărat 8 roboței și 18 cățeluși de pluș, de același fel, pentru care s-au plătit 900 lei.

Cât costă un cățeluș de pluș?  
Dar un roboțel?



# Lecția 3 | Metoda figurativă

## A. Probleme cu sumă și diferență

### Observ. Descopăr. Înțeleg

Raluca are o panglică de 300 cm, pe care o folosește la împachetarea cadourilor pentru prietenii săi, Diana și Radu. Pentru cadoul Dianei este nevoie ca panglică să fie cu 20 cm mai mare decât pentru cadoul lui Radu. Ce lungimi trebuie să aibă cele două bucăți de panglică?



### Rezolvare:

#### Metoda 1

Datele problemei	Desenul
$D + R = 300 \text{ cm}$ $R = D - 20 \text{ cm}$ $D = ?$ $R = ?$	

- 1) Eliminăm surplusul, pentru a obține părți egale  
 $300 \text{ cm} - 20 \text{ cm} = 280 \text{ cm}$  (dublul lui R)
- 2) Calculăm valoarea unei singure părți  
 $280 \text{ cm} : 2 = 140 \text{ cm}$  (R)
- 3) Calculăm valorile cerute  
 $140 \text{ cm} + 20 \text{ cm} = 160 \text{ cm}$  (D)

**Răspuns:** Radu: 140 cm; Diana: 160 cm.

**Verificare:**  $140 \text{ cm} + 160 \text{ cm} = 300 \text{ cm}$   
 $160 \text{ cm} - 20 \text{ cm} = 140 \text{ cm}$

#### Metoda 2

Datele problemei	Desenul
$D + R = 300 \text{ cm}$ $R = D - 20 \text{ cm}$ $D = ?$ $R = ?$	

- 1) Adăugăm diferența, pentru a obține părți egale  
 $300 \text{ cm} + 20 \text{ cm} = 320 \text{ cm}$  (dublul lui D)
- 2) Calculăm valoarea unei singure părți  
 $320 \text{ cm} : 2 = 160 \text{ cm}$  (D)
- 3) Calculăm valorile cerute  
 $160 \text{ cm} - 20 \text{ cm} = 140 \text{ cm}$  (R)

**Răspuns:** Radu: 140 cm; Diana: 160 cm.

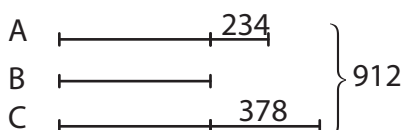
**Verificare:**  $140 \text{ cm} + 160 \text{ cm} = 300 \text{ cm}$   
 $160 \text{ cm} - 20 \text{ cm} = 140 \text{ cm}$

### Lucrez

1. Distanța rutieră București-Sibiu este de 251 km. Știind că de la București până la Pitești sunt cu 41 km mai puțin decât de la Pitești până la Sibiu, stabilește care sunt distanțele Sibiu-Pitești și București-Pitești.
2. Olivia a cules 96 de mere din livada bunicii, pe care le-a pus într-un coș și într-un castron. Merele din coș sunt cu 36 mai multe decât cele din castron. Câte mere sunt în coș? Dar în castron?



3. Compuneți și rezolvați probleme, folosind schema dată.



4. Sorin a parcurs un traseu montan cu lungimea de 64 km în 3 zile, astfel: în a doua zi cu 8 km mai mult decât în prima zi, iar în a treia zi cu 3 km mai mult decât în a doua zi. Care a fost lungimea parcursă în fiecare din cele 3 zile?



5. Corina a citit o carte de 80 de pagini în 3 zile, astfel: a doua zi a citit cu 2 pagini mai mult decât în prima zi, iar în a treia zi cu 4 pagini mai mult decât în a doua zi.



6. Daniel a pus cele 36 de cărți citite în vacanța de vară pe 2 rafturi, astfel că pe raftul de jos sunt cu 8 cărți mai mult decât pe celălalt raft. Câte cărți sunt pe fiecare raft?

## B. Probleme cu suma sau diferența și câtul numerelor

### Observ. Descopăr. Înțeleg

Dragoș îi spune surorii sale, Raluca:  
 – Ai de 7 ori mai puține nuci decât mine!  
 – Dacă îmi dai 9 nuci, vom avea același număr de nuci!  
 Să aflăm câte nuci are fiecare!



### Rezolvare:

Datele problemei	Desenul
$R = D : 7$ $R + 9 = D - 9$ $R = ?$ $D = ?$	

1) Aflăm numărul de părți egale, prin diverse operații aritmetice  
 Observăm că diferența dintre Raluca și Dragoș este de 6 segmente. Dacă luăm jumătate din acestea de la Dragoș și le adăugăm Ralucăi, atunci cei doi vor avea același număr de nuci.

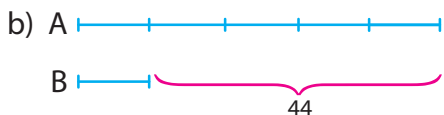


2) Aflăm cât este o parte  $9 : 3 = 3$  (R)  
 3) Calculăm valorile cerute  $3 \cdot 7 = 21$  (D)

**Răspuns:** Raluca: 3 nuci; Dragoș: 21 de nuci. **Verificare:**  $3 + 9 = 12$ ;  $21 - 9 = 12$

### Lucrez

- Mihai are de 5 ori mai puține creioane colorate decât Laura. Împreună, cei doi au 36 de creioane. Câte creioane colorate are fiecare dintre cei doi copii?
- În vacanța de vară, Ioana a adunat de la malul mării cochilii de scoici și de melci. Melcii sunt de 4 ori mai puțini decât scoicile, iar în total sunt 35 de cochilii. Câte sunt din fiecare fel?
- Compune și rezolvă probleme, folosind schemele date.



- Bunicul a așezat merele culese în două cutii. Află cantitatea de mere din fiecare cutie, știind că în total sunt 42 kg, iar într-o cutie sunt cu 12 kg mai mult decât jumătate din cealaltă cutie.
- Bianca are 140 de mărgelile albe, roșii și albastre. Numărul mărgelilor albastre este un sfert din numărul celor albe, iar numărul mărgelilor roșii este dublul celor albastre. Află câte mărgelile de fiecare culoare are Bianca.
- Află două numere știind că suma lor este 77, iar dacă împărțim unul dintre cele două numere la celălalt, obținem câtul 4 și restul 12.
- Află două numere știind că suma lor este 480, iar unul dintre cele două numere este de 5 ori mai mic decât celălalt.

### Gândesc creativ

Când aveam 4 ani, fratele meu avea jumătatea vârstei mele. Acum am 18 ani. Câți ani are fratele meu?



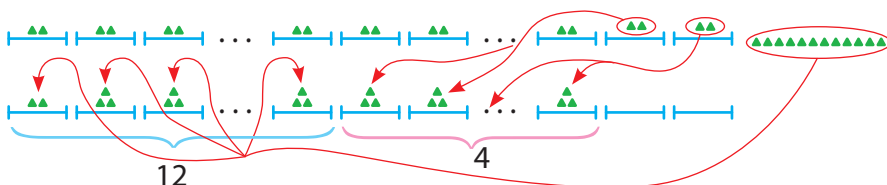
## C. Alte tipuri de probleme

### Observ. Descopăr. Înțeleg

De ziua Pământului, elevii unei clase au hotărât să planteze puieti de brad. Dacă fiecare copil ar planta câte 2 puieti, ar rămâne 12 puieti neplantați. Dacă ar planta câte 3, ar rămâne 2 copii care nu ar planta nimic. Câți elevi sunt și câți puieti vor să planteze?

### Rezolvare:

Reprezentăm fiecare copil printr-un segment și fiecare puiet printr-un punct.



Dacă luăm cei 12 puieti și îi repartizăm câte unul la un copil, atunci 12 copii vor planta câte 3 puieti. Ultimii 2 copii nu mai au puieti de plantat, ceea ce înseamnă că 4 puieti au trecut, câte unul, la alți 4 copii. Avem astfel: (12 copii + 4 copii) 16 copii care au plantat câte 3 puieti. Înseamnă că sunt 18 elevi.

Numărul puietilor este  $16 \cdot 3 = 48$ .

**Răspuns:** elevi: 18; puieti: 48.

**Verificare:**  $18 \cdot 2 + 12 = 36 + 12 = 48$ ;  $(18 - 2) \cdot 3 = 16 \cdot 3 = 48$

### Lucrez

1. Maria a preparat brioușe. Dacă le-ar așeza câte 5 pe o farfurioară, ar rămâne 2 brioușe nepuse pe farfurioară. Dacă le-ar așeza câte 8, ar rămâne 2 farfurioare pe care nu este nicio brioușă. Câte farfurioare are Maria și câte brioușe a preparat?



2. Într-un parc, dacă se așază câte o cioară pe un stâlp, rămân 7 ciori în zbor, iar dacă se așază câte două, rămân 4 stâlpi liberi. Câte ciori și câți stâlpi sunt în acel parc?

3. Ionel a cumpărat flori pentru a le oferi colegelor sale de 1 Martie. Dacă ar oferi câte 3 flori fiecărei colege, ar mai rămâne 8 flori. Dacă ar oferi câte 5 flori, atunci 4 colege nu ar primi nicio floare, iar una dintre ele ar primi doar 3 flori. Câte colege are Ionel și câte flori a cumpărat?

4. Într-o sală de clasă, dacă se așază câte 2 elevi într-o bancă, rămân 3 copii în picioare, iar dacă se așază câte 3, rămân 3 bănci libere. Câte bănci și câți elevi sunt în acea clasă?



5. Compune o problemă care să utilizeze la rezolvarea ei schema prezentată la problema rezolvată sau o schemă asemănătoare.

### Observ. Descopăr. Înțeleg

Din București, la ora 9:00, un autoturism a plecat spre Arad, mergând cu viteza de 80 km/h, pe un traseu care însumează 580 km. După 2 ore, din Arad spre București, pe același traseu, a plecat un autobuz, care mergea cu 60 km/h.

La ce oră s-au întâlnit? La ce distanță față de Arad?

### Rezolvare:

Reprezentăm grafic datele problemei:



- 1) În primele 2 ore autoturismul a parcurs  $2 \cdot 80 \text{ km} = 160 \text{ km}$ .
- 2) Distanța dintre cele 2 vehicule în momentul când a plecat autobuzul era:  
 $580 \text{ km} - 160 \text{ km} = 420 \text{ km}$ .
- 3) În fiecare oră distanța dintre vehicule se micșorează cu  $80 \text{ km} + 60 \text{ km} = 140 \text{ km}$ .
- 4)  $420 \text{ km} : 140 \text{ km} = 3$  (ore), deci se vor întâlni după 3 ore,  $9 + 2 + 3 = 14$ , adică la ora 14:00.
- 5) Distanța față de Arad:  $3 \cdot 60 \text{ km} = 180 \text{ km}$ .

**Răspuns:** s-au întâlnit la ora 14:00, la 180 km distanță față de Arad.

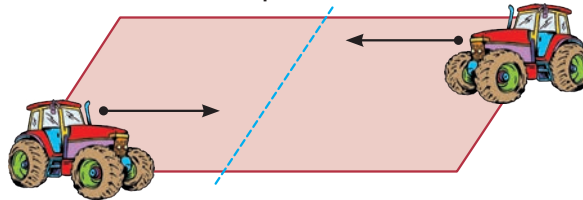
**Verificare:**  $(2 + 3) \cdot 80 \text{ km} + 3 \cdot 60 \text{ km} = 5 \cdot 80 \text{ km} + 180 \text{ km} = 400 \text{ km} + 180 \text{ km} = 580 \text{ km}$ .

### Lucrez

1. Alex a plecat din București spre Alba Iulia, la ora 10:00. El a mers o jumătate de oră cu viteza de 70 km/h, iar restul drumului l-au parcurs cu viteza de 80 km/h. Prietenii lui din Baia Mare au plecat și ei spre Alba Iulia, cu viteza de 60 km/h. Știind că distanța București-Alba Iulia este 355 km, iar distanța Baia Mare-Alba Iulia este 240 km, află la ce oră au plecat cei din Baia Mare dacă au ajuns la Alba Iulia în același timp cu Alex.



2. O fermă are de arat un teren dreptunghiular cu lungimea de 1 200 m. Pentru a economisi timp, se folosesc 2 tractoare, care pleacă de la cele 2 margini ale terenului. Fiecare tractor ară terenul pe o lungime de 100 m în 30 minute. Primul tractor a început aratul la ora 9:00, iar al doilea la ora 10:00. La ce oră se vor întâlni cele două tractoare și ce lungime de teren a arat fiecare până în acel moment?



3. Căutând pe internet cea mai mică distanță rutieră dintre Iași și Deva, aflăm că aceasta este de 486 km. Simultan, pleacă un autoturism din Deva spre Iași, mergând cu 65 km/h și altul din Iași spre Deva, mergând cu 60 km/h. Ce distanță va fi între cele două autoturisme după 3 ore, dacă cel care a plecat din Iași a făcut un popas timp de jumătate de oră?

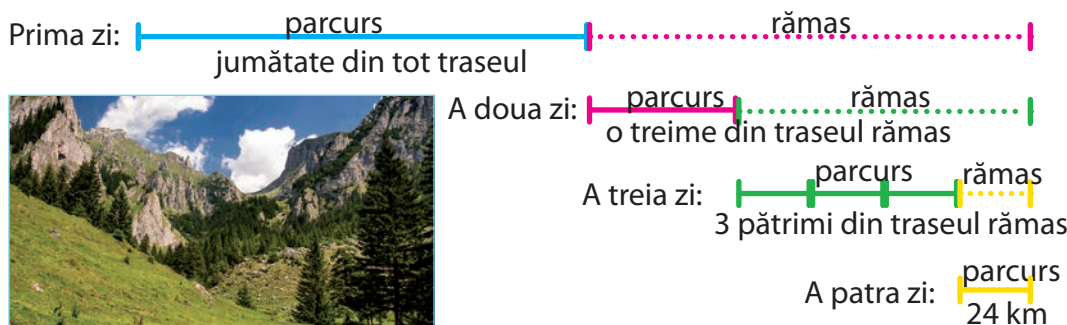
## Observ. Descopăr. Înțeleg

Un turist și-a propus să parcurgă un traseu în 4 zile. În prima zi a parcurs jumătate din lungimea traseului. În a doua zi a parcurs o treime din traseul rămas. A treia zi a parcurs 3 pătrimi din noul rest, iar în a patra zi a parcurs 24 km.

Care este lungimea traseului și cât a parcurs în fiecare zi?

## Rezolvare:

1. Reprezentăm grafic datele problemei:



2. Identificăm din datele problemei ceea ce reprezintă una sau mai multe părți egale.

Observăm că traseul parcurs în a treia zi este de 3 ori mai mare decât cel parcurs în a patra zi.

3. Aflăm datele cerute parcurgând etapele problemei în sens invers, de la final spre început

1) Ziua a treia:  $3 \cdot 24 \text{ km} = 72 \text{ km}$ ; deci în ultimele 2 zile s-au parcurs 96 km, ceea ce reprezintă 2 treimi din traseul rămas după prima zi.

2) Ziua a doua:  $96 \text{ km} : 2 = 48 \text{ km}$ ;

3) Prima zi:  $48 \text{ km} + 96 \text{ km} = 144 \text{ km}$ ;

4) Lungimea totală a traseului:  $144 \text{ km} + 48 \text{ km} + 72 \text{ km} + 24 \text{ km} = 288 \text{ km}$ .

**Răspuns:** 288 km; 144 km; 48 km; 72 km; 24 km

**Verificare:**  $288 : 2 = 144 \text{ (km)}$ ;  $144 : 3 = 48 \text{ (km)}$ ;  $144 - 48 = 96 \text{ (km)}$ ;  $96 : 4 \cdot 3 = 72 \text{ (km)}$

## Lucrez

1. Dorina a cules mere, pe care le-a împărțit în mod egal în 3 coșuri. Jumătate din numărul merelor le-a folosit pentru compot. A folosit la o plăcintă o pătrime din merele rămase, adică 24.

Câte mere erau la început în fiecare dintre cele 3 coșuri?



2. Bunica a cules câteva nuci și le-a pus pe un platou, pentru cei trei nepoți. Când a venit primul nepot, a luat o treime din nucile aflate pe platou. La fel au procedat, pe rând, ceilalți doi nepoți, după care au rămas 8 nuci pe platou. Câte nuci a pus bunica pe platou?

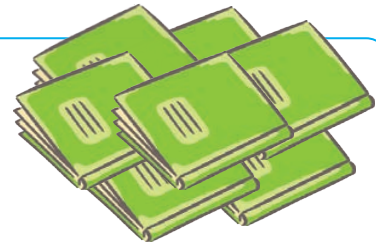
3. Ovidiu a economisit o sumă de bani în timpul vacanței de vară. În septembrie a mai economisit 35 lei, în octombrie 26 și în noiembrie 24 lei. În decembrie a cumpărat cadouri pentru cei din familie: cu 27 lei, o carte pentru mama, 25 lei a costat cadoul pentru tata, iar pentru sora lui a cumpărat o eșarfă, cu 24 lei. Câți lei a economisit în timpul verii, dacă după ce a cumpărat cadourile a rămas cu 82 lei?

4. Un drum trebuia parcurs în 3 etape. În prima etapă s-au parcurs 3 optimi din drum, în a doua etapă 4 optimi, iar în ultima etapă s-au parcurs cu 60 km mai puțin decât în a doua etapă. Află lungimea întregului drum și cât s-a parcurs în fiecare etapă.

## Lecția 5 | Metoda falsei ipoteze

### Observ. Descopăr. Înțeleg

Mihai a cumpărat 7 caiete, de 48 de file și de 100 de file.  
Câte caiete a cumpărat de fiecare fel, dacă în total sunt 492 de file?



### Rezolvare:

- 1) Faci o presupunere (ipoteză).
- 2) Verifici ipoteza.
- 3) Dacă ipoteza nu se verifică, descoperi diferența dintre varianta reală și cea apărută în urma presupunerii greșite.
- 4) Identifici sursa de proveniență a diferenței observate.
- 5) Împarți diferența observată inițial la diferența care a generat-o.
- 6) Interpretezi rezultatul.

### Metoda 1

- 1) Presupunem că toate caietele ar avea 48 de file.
- 2) Atunci 7 caiete ar avea  $7 \cdot 48 = 336$  (file).  
Dar avem 492 de file.
- 3)  $492 - 336 = 156$ , deci avem mai mult cu 156 de file.
- 4) Diferența de file între cele 2 tipuri de caiete este  $100 - 48 = 52$ .
- 5)  $156 : 52 = 3$ .
- 6) Asta înseamnă că avem 3 caiete de 100 de file și 4 caiete cu 48 de file.

**Răspuns:** 4 caiete de 48 file; 3 caiete de 100 file.

**Verificare:**  $4 \cdot 48 + 3 \cdot 100 = 192 + 300 = 492$

### Metoda 2

- 1) Presupunem că toate caietele ar avea 100 de file.
- 2) Atunci 7 caiete ar avea  $7 \cdot 100 = 700$  (file).  
Dar avem 492 de file.
- 3)  $700 - 492 = 208$ , deci avem mai puțin cu 208 file.
- 4) Diferența de file între cele 2 tipuri de caiete este  $100 - 48 = 52$ .
- 5)  $208 : 52 = 4$ .
- 6) Asta înseamnă că avem 4 caiete de 48 de file și 3 caiete cu 100 de file.

**Răspuns:** 4 caiete de 48 file; 3 caiete de 100 file.

**Verificare:**  $4 \cdot 48 + 3 \cdot 100 = 192 + 300 = 492$

### Lucrez

1. Un fermier a vândut la piață 60 kg de mere și pere și a încasat 220 de lei. Prețul unui kilogram de mere a fost 3 lei, iar al unui kilogram de pere a fost 5 lei. Câte kilograme de mere și câte de pere a vândut fermierul?



2. Într-un bloc cu apartamente de 2 și de 3 camere sunt 20 de apartamente având în total 45 de camere. Câte apartamente sunt de 2 și câte de 3 camere?

3. La un concurs de matematică, un băiat a rezolvat 40 de probleme și a obținut 340 de puncte. Pentru fiecare problemă rezolvată corect a obținut 10 puncte, iar pentru fiecare problemă greșită a pierdut 4 puncte. Câte probleme a rezolvat corect?
4. Bunica Mariei are vaci și rațe, având în total 13 capete și 32 de picioare. Câte vaci și câte rațe are bunica Mariei?

### Gândesc creativ



Un comerciant poate să așeze 8 cutii mari sau 10 cutii mici într-un container pentru transport. Într-un transport, el a trimis în total 96 de cutii. Dacă transportul a inclus mai multe cutii mari decât cutii mici, câte containere a trimis?



# ANTRENAMENT

PLUS

- ✓ Consolidare
- ✓ Aprofundare
- ✓ Excelență

## Consolidare

- 1 Fratele meu este cu 2 ani mai mare decât mine. Află vârsta mea, știind că suma vârstelor noastre este 10 ani.
- 2 O gospodină a cumpărat un cuptor cu microunde și un fier de călcat, pentru care a plătit la casă 1 000 de lei. Află prețul fierului de călcat dacă prețul cuptorului cu microunde este 790 lei.
- 3 Diferența dintre prețul unui televizor și prețul unui telefon mobil este 978 lei. Află prețul telefonului mobil, știind că prețul televizorului este 2 436 lei.
- 4 Un grup de 13 prieteni sunt născuți în același an. Arată că există cel puțin doi prieteni născuți în aceeași lună a anului.
- 5 Radu a economisit 230 lei pentru a merge în excursia care costă 850 lei. Află ce sumă mai trebuie să economisească Radu pentru a putea participa la excursie.
- 6 Află vârsta unui bărbat, știind că dublul vârstei sale este egal cu suma dintre vârsta sa și 80.
- 7 Suma dintre prețul unui caiet și prețul unui pix este 18 lei. Află prețul caietului și pe cel al pixului, știind că prețul pixului este egal cu dublul prețului caietului.
- 8 Prețul unui croissant este cu 1 leu mai mare decât prețul unui covrig, iar prețul unei prăjituri este cu 1 leu mai mare decât prețul croissantului. Află prețul covrigului, croissantului și al prăjiturii, știind că suma prețurilor lor este 9 lei.
- 9 Suma a două numere naturale este 80, iar diferența lor este 11. Să se afle numerele.
- 10 Suma a două numere naturale este 702, iar unul dintre ele este de 8 ori mai mic decât celălalt. Află cele două numere.

## Aprofundare

- 11 Diferența a două numere naturale este 72, iar unul dintre ele este de 7 ori mai mare decât celălalt. Să se afle cele două numere.

12 Suma a trei numere naturale este 225. Suma primelor două numere este 120, iar suma ultimelor două numere este 190. Află numerele.

13 Suma a trei numere naturale este 400. Să se afle numerele știind că suma dintre primul număr și al doilea este 305, iar suma dintre primul număr și al treilea număr este 195.

14 Să se afle trei numere, știind că suma primelor două este 160, suma dintre primul și al treilea număr este 168, iar suma dintre al doilea și al treilea număr este 104.

15 Să se afle toate numerele naturale nenule  $n$  și  $c$ , știind că  $59 = n \cdot c + 19$ .

16 Jean și Elena au împreună 180 de lei. Dacă Jean îi dă Elenei 15 lei, atunci Elena și Jean ar avea sume de bani egale. Află ce sumă are fiecare dintre cei doi.

17 Într-o cutie sunt bile albe, bile roșii și bile verzi. Dacă în cutie sunt 7 bile verzi, iar numărul bilelor roșii este de 4 ori mai mare decât numărul bilelor albe, află numărul bilelor albe.

18 Cantitatea de 552 kg de prune a fost ambalată în lădițe mici de câte 8 kg și în lădițe de câte 12 kg. Știind că numărul lădițelor mari este cu 6 mai mare decât numărul lădițelor mici, să se afle numărul lădițelor mici și numărul lădițelor mari.

19 Află câte oi sunt la o fermă, dacă, după ce au mai fost aduse încă 432 de oi și apoi băgate în 5 țarcuri de câte 72 de oi și în 8 țarcuri de câte 46 de oi, au mai rămas afară 377 de oi.

20 Într-o sală sunt 17 mese cu 4 picioare și mese cu 3 picioare. Știind că numărul picioarelor tuturor meselor din sală este 140, află numărul meselor cu 3 picioare.

## Excelență

21 Într-o curte sunt găini și capre, în total 100 de capete. Știind că în curte sunt 264 de picioare, află numărul găinilor și numărul caprelor.

22 Un elev plătește pentru 3 caiete și 2 pixuri suma de 26 de lei, apoi revine la magazin și mai cumpără 3 caiete și 5 pixuri (de același fel cu cele cumpărate înainte) și plătește 47 lei. Află prețul caietului și prețul pixului cumpărate de elev.

23 Pentru 5 kg de mere și 4 kg de portocale, Radu plătește 40 de lei, iar Sandu plătește 42 de lei pentru 3 kg mere și 6 kg de portocale, de aceeași calitate cu cele cumpărate de Radu. Află prețul merelor și prețul portocalelor.





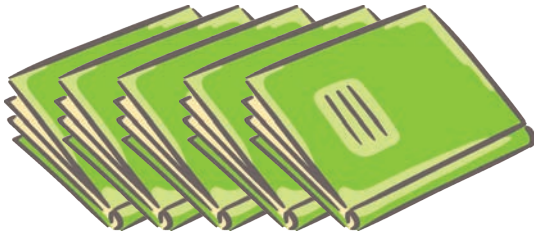
## Metode aritmetice de rezolvare a problemelor

## RECAPITULARE ...

- 1** O carte are 88 de pagini. Matei citește în prima zi câteva pagini, a doua zi cu 15 mai mult. Dacă i-au rămas de citit 23, câte pagini a citit Matei în fiecare dintre primele două zile?



- 2** Ileana a cumpărat 5 caiete, pentru care a plătit 10 lei. Cât ar fi plătit dacă ar fi cumpărat doar 3 caiete de același fel?



- 3** Trei pixuri și 2 creioane cântăresc 290 g, iar 2 pixuri și 3 creioane cântăresc 285 g. Cât cântărește un pix? Dar un creion?
- 4** Maria, Ioana și Cristina au economisit bani pentru o excursie. Ioana a economisit cu 20 lei mai mult decât Maria, iar Cristina de două ori mai mult decât Ioana. Ce sumă are fiecare, dacă împreună au 240 lei?



- 5** Andrei și Marian au împreună 28 de timbre. Andrei are cu 4 timbre mai mult decât Marian. Câte timbre are fiecare?



- 6** Un elev citește o carte de 245 de pagini în 10 zile. Află câte pagini a citit după 5 zile dacă în fiecare zi citește cu o pagină mai mult decât în ziua precedentă.
- 7** Suma a trei numere naturale este 406. Al doilea număr este de 4 ori mai mare decât primul, iar al treilea cu 1 mai mare decât al doilea. Află numerele.
- 8** Diferența a două numere naturale este 16, iar la împărțirea numărului mai mare la cel mai mic, obținem câtul 4 și restul 1. Află numerele.
- 9** Suma a două numere este 810. Împărțind unul dintre numere la celălalt, se obține câtul 4 și restul 5. Află numerele.
- 10** Un teren dreptunghiular are lungimea cu 2 m mai mare decât lățimea. Dacă perimetrul său este de 68 m, află dimensiunile terenului.
- 11** Doi frați au împreună 100 lei. Dacă cel mare i-ar da celui mai mic 16 lei, ar avea fiecare aceeași sumă. Câți lei are fiecare?



**12** O panglică de 320 cm este tăiată în două bucăți în așa fel încât o bucată este de 7 ori mai mare decât cealaltă. Câți centimetri are fiecare bucată de panglică tăiată?

**13** Suma a două numere este 26, iar dacă împărțim unul dintre ele la celălalt, obținem câtul 4 și restul sfertul câtului. Află numerele.

**14** Dintr-o cantitate de 700 kg de cireșe, pentru dulceață s-a folosit o anumită cantitate, pentru compot de două ori și jumătate mai mult, iar cantitatea de cireșe consumate crude a fost cât celelalte două cantități la un loc. Află câte cireșe s-au consumat crude, din câte s-a făcut compot și din câte dulceață.

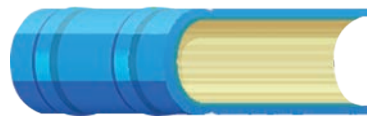


**15** Mioara, Radu și Ionela au curățat nuci pentru o prăjitură. Numărul nucilor curățate de Mioara este jumătate din cele curățate de Ionela și o treime din cele curățate de Radu. Află câte nuci a curățat fiecare, știind că în total au curățat 180 de nuci.



**16** Elena și-a propus să citească o carte în 4 zile. În prima zi a citit o cincime din numărul total de pagini. A doua zi, a citit o pătrime din paginile rămase. A treia zi a citit două

treimi din paginile rămase după a doua zi, iar a patra zi a citit cele 24 de pagini rămase. Câte pagini a citit în fiecare din primele 3 zile?



**17** Ilie are 59 de mingi, pe care le-a pus în 16 cutii, câte două sau câte cinci. Câte cutii are cu 2 mingi și câte cu 5 mingi?



**18** Curtea școlii are forma unui dreptunghi cu lungimea de două ori mai mare decât lățimea și cu perimetrul de 360 m. Află lungimea și lățimea curții școlii.



**19** Diferența a două numere este 31. Află numerele știind că, împărțind numărul mai mare la cel mai mic, obținem câtul 3 și restul 7.

**20** Înmulțind un număr cu 45, îl mărim cu 1 188. Află care este numărul.

**21** Maria are 54 de ani, iar mama sa are 80 de ani. Cu câți ani în urmă mama Mariei avea de trei ori vârsta Mariei?

# Metode aritmetice de rezolvare a problemelor (AUTO)EVALUARE .....

Scrie rezolvările complete.

Timp de lucru: 50 de minute



## Subiectul I (30 p)

1 Calculează după modelele de rezolvare din casete:

### Model 1

5 ciocolate costă 35 lei. Cât costă o ciocolată?  
 $35 : 5 = 7$ . Răspuns: 1 ciocolată costă 7 lei.



a) Pentru 60 kg de mere s-au plătit 480 lei. Cât costă 1 kg de mere?

### Model 2

Dacă pentru 3 penare s-au plătit 18 lei, câți lei se vor plăti pentru 17 penare?  
 $18 : 3 = 6$  lei (prețul unui penar);  $17 \cdot 6 = 102$  lei  
 Răspuns: se vor plăti 102 lei.



b) Pentru 8 cărți s-au plătit 96 de lei. Cât se va plăti pentru 12 cărți?

c) Costel are două rigle negradate inegale. El observă că una este cu 20 de cm mai lungă decât cealaltă, iar dacă le măsoară una în continuarea celeilalte, au 100 cm. Câți centimetri are rigla scurtă? Câți centimetri are rigla lungă?

## Subiectul II (30 p)

Rezolvă problemele:

2 Dacă 5 saci de ciment și 10 roabe costă 1 600 de lei, iar pentru 5 roabe și 8 saci de ciment se plătesc 1 900 lei, atunci cât costă o roabă? Dar un sac de ciment?

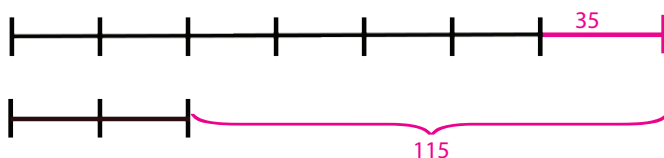
3 Știind că suma a două numere diferite este 133 și împărțind pe cel mai mare la cel mai mic obținem câtul 4 și restul este dublul câtului, află cele două numere.

4 Într-un bloc cu apartamente de 3 și 4 camere sunt 50 de apartamente cu 165 de camere în total. Află câte apartamente de 3 camere și câte apartamente de 4 camere sunt.

## Subiectul III (30 p)

5 Pentru trei obiecte cumpărate s-au plătit 1 400 lei astfel: pentru cel de-al doilea s-a plătit de două ori și jumătate mai mult decât pentru primul, iar pentru cel de-al treilea s-a plătit cât pentru primele două la un loc. Cât a costat fiecare obiect?

6 Compune o problemă după schema de mai jos, apoi scrie rezolvarea completă și verifică rezultatul.



7 Suma a trei numere naturale este 106. Al doilea număr este de 3 ori mai mare decât primul, iar al treilea este succesorul primului număr. Află cele trei numere.



Ex. 1	Ex. 2	Ex. 3	Ex. 4	Ex. 5	Ex. 6	Ex. 7
a) 10 p	a) 10 p	a) 10 p	10 p	10 p	10 p	10 p
b) 10 p						
c) 10 p						
Se acordă 10 puncte din oficiu.						Total 100 de puncte



✓ Verifică dacă ai răspuns corect consultând pagina 192.

✓ Descarcă din manualul digital , apoi completează fișa *Observ! Apreciez! Evoluez!* Adaug-o în portofoliu.



# Divizibilitatea numerelor naturale

Pe parcursul acestei unități vei exersa:

- ✓ Utilizarea regulilor de calcul pentru efectuarea operațiilor cu numere naturale și pentru divizibilitate
- ✓ Expriarea în limbaj matematic a unor proprietăți referitoare la divizibilitatea numerelor naturale
- ✓ Analizarea unor probleme practice care include elemente de divizibilitate

## Matematica de lângă noi



### Proiect

### Tema 3 Povestea numerelor prime



#### Ce vei face?

- În acest proiect vei face cunoștință cu diverse teorii celebre despre numere prime, emise de matematicieni de-a lungul timpului, cum ar fi: Eratostene (matematician grec - cca. 276-195 î.H.); Christian Goldbach (matematician german - 1690-1764); Pafnuti Lvovici Cebîșev (matematician rus - 1821-1894) etc.

#### Introducere

Numărul prim este un număr natural, mai mare decât unu, care nu poate fi scris ca produs de două numere naturale mai mari decât unu (nu are divizori proprii).

Orice număr natural mai mare decât unu și care nu este prim se numește număr natural compus.

#### Structura proiectului

Împarte o coală de hârtie A3 în patru părți egale și notează aleatoriu cele patru părți cu literele A; B; C; D. Vei completa cele 4 părți astfel:

#### A Câte numere prime există?

Trage o concluzie despre numărul de numere prime după ce ai verificat următoarele afirmații:

1) Orice număr natural  $n > 1$  are cel puțin un divizor prim.

Verifică afirmația cu ajutorul unui tabel în care vei completa cu câte un număr de o cifră, două, trei, patru cifre și cu un divizor prim corespunzător. Alege numerele astfel încât cei patru divizori din tabel să fie diferiți.

	O cifră	Două cifre	Trei cifre	Patru cifre
Număr				
Divizor				

2) Între numerele naturale  $n$  și  $2n - 2$ , cu  $n$  număr natural mai mare decât 3, există cel puțin un număr prim.

Afirmația de mai sus a fost emisă de matematicianul Bertrand (postulatul lui Bertrand) și demonstrată de Cebîșev.

Dă lui  $n$  valorile de la 4 la 50 și determină pentru fiecare caz câte un număr prim cuprins între  $n$  și  $2n - 2$ .

#### B Ciurul lui Eratostene

Vei determina toate numerele prime din șirul de numere naturale consecutive: 2; 3;...; 99; 100.

- Scrie toate numerele din șirul de mai sus.
- Pornind de la 2, taie toate numerele din 2 în 2, cu excepția lui 2.
- Pornind de la următorul număr netăiat, 3, taie toate numerele din șir din 3 în 3, cu excepția lui 3.
- Următorul număr netăiat este 5 și vei proceda la fel ca mai sus: cu excepția lui 5, taie numerele din 5 în 5.

Continuă până când nu mai ai ce tăia. Numerele rămase sunt prime!

#### C Regula lui Goldbach

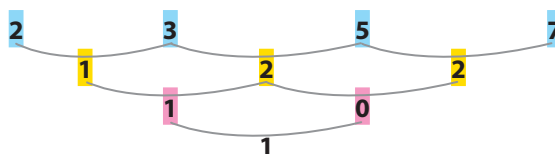
Orice număr par poate fi scris ca sumă a două numere prime. Realizează un tabel ca cel de mai jos și completează-l corespunzător respectând regula lui Goldbach.

Număr par	30	24	36	42	68	80	100	122	146
Sume de numere prime	19+11 23+7 17+13								

#### D Triunghiul lui Gilbreath

Realizează un triunghi format din numere astfel:

- Scrie șirul numerelor prime consecutive.
  - Dedesubt, pe al doilea rând, scrie șirul diferențelor consecutive dintre numere prime.
  - Pe al treilea rând scrie diferențele dintre termenii consecutivi din rândul al doilea.
- Etc....



Realizează un triunghi asemănător cu primele 15 numere prime și observă primul număr din fiecare rând.



## Hm... oare la ce folosește asta?

**O**ri de câte ori părinții tăi achiziționează un produs online folosind un card de credit, **numerele prime** intră în acțiune. Înainte ca datele cardului să fie trimise prin Internet comerciantului, ele trebuie codate pentru motive de securitate. Când comerciantul primește datele, trebuie să le decodeze. Una dintre cele mai comune metode de criptare se bazează pe numere prime. Metoda folosește o informație disponibilă public (un număr foarte mare care este produsul a două numere prime) și o informație pe care o deține doar comerciantul (cele două numere prime). Procedul este eficient, pentru că este foarte dificil să scrii un număr cu multe cifre ca produs de numere prime.

Importanța numerelor prime constă în faptul că fiecare număr natural poate fi descompus într-un produs de numere prime. Analiza aceasta este utilă oricând lucrăm cu numere. Să ne gândim la fracții. Transformarea unui număr într-un produs de numere prime îți spune ce factori comuni sunt valabili pentru oricare două fracții. Să luăm exemplul adunării și înmulțirii. Nu e nevoie să înveți să înmulțești, din moment ce poți utiliza adunarea repetată pentru a rezolva orice problemă de înmulțire, corect? Dacă vrei să știi cât face  $442 \cdot 6\,478$ , poți să aduni numărul 442 de... 6 478 ori. Sau poți folosi înmulțirea! Ea te ajută doar să

economisești timp. Doar atât! Dar asta înseamnă enorm! La fel, numerele prime sunt bune pentru a transforma rapid o situație cu mii de rezultate posibile într-o situație cu doar câteva soluții posibile. Iar asta e foarte important! Când cauți acul în carul cu fân, poți să verifici fiecare pai dacă este ac și apoi să-l pui deoparte. Sau poți să folosești un magnet pentru a găsi acul. În matematică, numerele prime sunt ca un magnet foarte mare. Dacă știi lucruri despre numerele prime și numerele compuse vei economisi foarte mult timp pe viitor atât la orele de matematică, cât și în viața adultă, dacă vei lucra într-un domeniu tehnic.

## Lecția 1 | Divizibilitate. Divizor, multiplu

## Observ. Descopăr. Înțeleg

Cu ocazia sărbătorilor de iarnă, elevii clasei a V-a A au decis să viziteze o casă de copii. Pentru pachete cu daruri pentru cei 29 de copii s-au achiziționat 116 portocale, 148 mere și 58 banane.

Dacă toate pachetele au același conținut:

- Determină câte portocale și câte banane trebuie puse în fiecare pachet.
- Câte mere sunt într-un pachet și câte rămân neîmpărțite?
- Dacă ar fi fost 4 copii, câte portocale ar fi primit fiecare?

**Rezolvare:**

a) Căutăm un număr astfel încât:  $29 \cdot ? = 116$

Avem:  $116 = 29 \cdot 4$ . Spunem că:

• 29 **divide** pe 116 (scriem  $29 \mid 116$ ) sau 116 **este divizibil** cu 29 (scriem  $116 : 29$ ).

Spunem că 29 este **divizor** al lui 116, iar 116 este **multiplu** al lui 29.

În același mod observăm că  $58 = 29 \cdot 2$ .

Spunem că:

• 29 **divide** pe 58 (scriem  $29 \mid 58$ ) sau 58 **este divizibil** cu 29 (scriem  $58 : 29$ ).

Spunem că 29 este **divizor** al lui 58, iar 58 este **multiplu** al lui 29.

Fiecare pachet conține 4 portocale și 2 banane.

b) Deoarece  $148 = 29 \cdot 5 + 3$ , merele nu pot fi împărțite exact la toți copiii: se pun câte 5 în fiecare pachet și rămân 3 neîmpărțite. Spunem că 29 nu divide pe 148 (scriem  $29 \nmid 148$ ) sau că 148 nu este divizibil cu 29 (scriem  $148 \not\div 29$ ).

c) Înmulțirea este comutativă  $116 = 4 \cdot 29$ , deci fiecare copil ar fi primit 29 de portocale.

Putem spune că  $4 \mid 116$  sau  $116 : 4$ .

**Rețin**

Fie  $a$  și  $b$  două numere naturale; spunem că  $a$  este divizibil cu  $b$  dacă există un număr natural  $c$  astfel încât  $a = b \cdot c$ .

Notăm:  $a : b$  și spunem că „ $a$  este divizibil cu  $b$ ” sau că „ $a$  este un multiplu al lui  $b$ ” sau notăm:  $b \mid a$  și spunem că „ $b$  divide  $a$ ” sau că „ $b$  este un divizor al lui  $a$ ”.

Dacă pentru orice număr natural  $c$  avem  $a \neq b \cdot c$ , atunci spunem că „ $a$  nu este divizibil cu  $b$ ” sau că „ $b$  nu divide  $a$ ”. Notăm:  $a \not\div b$ , respectiv,  $b \nmid a$ .

Mai putem spune că „ $a$  nu este un multiplu al lui  $b$ ” și că „ $b$  nu este un divizor al lui  $a$ ”.

Fie numerele naturale  $a$  și  $b$ . Pentru a afla dacă  $b$  divide pe  $a$ , împărțim pe  $a$  la  $b$ . Dacă restul este 0, atunci  $b \mid a$  (se obține egalitatea  $a = b \cdot c + 0$ ,  $c$  număr natural, proba împărțirii numărului  $a$  la  $b$ ). Dacă restul împărțirii lui  $a$  la  $b$  este diferit de 0, atunci  $b$  nu divide pe  $a$ .

**Aplic**

Se pot pune 1 053 de mere în 27 de lăzi astfel încât în fiecare ladă să fie același număr de mere?

**Rezolvare:**  $1\,053 : 27 = 39$

În fiecare ladă vor fi 39 de mere.



## Lucrez

- Adevărat sau fals?**
  - $7 \mid 49$ ;
  - $363 \div 11$
  - $8 \mid 62$
  - $6 \div 48$
  - 90 este multiplu al lui 15
  - 12 este divizor al lui 100
  - $552 \div 23$
- Scrisemnul „:” sau „|” între numerele de mai jos astfel încât să obții propoziții adevărate.
  - 9 și 27
  - 300 și 10
  - 169 și 13
  - $3^2$  și  $6^2$
- Care din afirmațiile de mai jos sunt adevărate? Justifică răspunsul!
  - $(3^2 + 2^2 \cdot 5) \mid 203$
  - $102 \div [3 \cdot (25 \cdot 5 \cdot 4) + 3]$
  - $\overline{a\ bab} \div 101$
  - $11 \mid \overline{a\ aaa}$
- a) Se pot împărți în mod egal 88 de banane la 4 copii?



- b) Se pot așeza în mod egal 240 de elevi în autocare de câte 40 de locuri?



- c) Pot fi așezați 960 de elevi ai unei școli, în mod egal, în rânduri de câte 30 de elevi?
- Explică de ce ...
    - $11 \mid (33a + 44b)$ , unde  $a$  și  $b$  sunt numere naturale;
    - $23 \mid (69a - 46b)$ , unde  $a$  și  $b$  sunt numere naturale,  $a > b$ ;
    - $9 \mid [(17a + 29b) - (8a + 2b)]$ , unde  $a$  și  $b$  sunt numere naturale.

- Determină valorile literelor în condițiile date.
  - $11 \mid \overline{1x2}$ ;
  - $\overline{1aa} \div 12$
- Numim număr *interesant* acel număr natural care se divide simultan prin suma și produsul cifrelor sale.
  - Stabilește dacă 36, 135, 126 sunt *interesante*.
  - Dă exemplu de un număr de 2 cifre care este *interesant*.
- Arată că:
  - $(2^3 \cdot 5^2 - 2^2 \cdot 5) \div 9$
  - $7 \mid (3^8 \cdot 5^7 + 3^6 \cdot 5^8)$
- \*  $5 \mid (2^{n+1} \cdot 3^n + 2^n \cdot 3^{n+1})$
- Determină numerele naturale  $a$  și  $b$  dacă  $7a + b = 98$ .
- Determină cel mai mic și cel mai mare număr natural de trei cifre divizibil cu 3 numere naturale consecutive.
  - \*  $392$  și  $290$  sunt divizibile cu 17? Dar diferența lor?
  - $278$  și  $163$  sunt divizibile cu 23? Dar diferența lor?
  - $107$  și  $89$  sunt divizibile cu 6? Dar diferența lor?
 Dă exemplu de alte două numere naturale nedivizibile cu un număr natural, dar diferența lor să fie divizibilă cu numărul ales. Ce proprietate trebuie să aibă cele două numere?
- Numim *șir al divizorilor* un șir de numere naturale:  $a, b, c, d, \dots$  având proprietatea că  $a$  este un divizor al lui  $b$ ;  $b$  este un divizor al lui  $c$ ;  $c$  este un divizor al lui  $d$  etc.
  - Stabilește dacă se poate forma un astfel de șir cu numerele: 6; 24; 12; 144; 48.
  - Dă exemplu de un șir al divizorilor având 5 termeni.

## Gândesc creativ

Doi tați și doi fii mănâncă ouă la micul dejun. Împreună au mâncat 3 ouă, fiecare persoană câte unul. *Cum e posibil acest lucru?*



## Observ. Descopăr. Înțeleg

În clasa a V-a A sunt 30 de elevi, iar în clasa a V-a B, 24.

a) În câte moduri se pot așeza în rânduri elevii fiecărei clase astfel încât să fie cel puțin 3 rânduri și cel puțin 3 copii pe un rând?

b) Câte rânduri trebuie să se formeze la fiecare din cele 2 clase astfel încât să fie același număr de elevi pe un rând?

## Rezolvare:

Numărul de rânduri și cel de elevi sunt divizorii ai lui 30, respectiv, 24.

Avem:  $30 = 1 \cdot 30$     $30 = 2 \cdot 15$     $30 = 3 \cdot 10$     $30 = 5 \cdot 6$

$24 = 1 \cdot 24$     $24 = 2 \cdot 12$     $24 = 3 \cdot 8$     $24 = 4 \cdot 6$

Numerele 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30 sunt divizorii numărului 30, iar 1, 2, 3, 4, 6, 12, 24 sunt divizorii lui 24.

a) Avem 4 moduri de așezare în rânduri, atât la a V-a A, cât și la a V-a B.

Nr. rânduri	a V-a A	3	5	6	10	a V-a B	3	4	6	8
Nr. elevi/rând		10	6	5	3		8	6	4	3

b) Din tabel se observă cele două situații în care se verifică cerința.



## Rețin

Dacă  $a = b \cdot c$ , atunci  $b$  și  $c$  sunt **divizori** ai lui  $a$ . Putem exprima acest lucru astfel:

•  $b | a$

•  $b$  este divizor al lui  $a$

• restul împărțirii lui  $a$  la  $b$  este 0

•  $c | a$

•  $c$  este divizor al lui  $a$

• restul împărțirii lui  $a$  la  $c$  este 0

Pentru orice număr natural  $a$  avem:

•  $1 | a$

1 este divizorul oricărui număr natural.

•  $a | a$

Orice număr natural are ca divizor pe el însuși.

Numim **divizori proprii** ai unui număr natural toți divizorii diferiți de 1 și de el însuși. Divizorii 1 și el însuși se numesc **divizori improprii**.

## Lucrez

1. Determină divizorii numerelor: 26; 18; 100; 24.

2. a) Compară suma divizorilor lui 12 cu suma divizorilor lui 15;

b) Compară numărul divizorilor lui 28 cu numărul divizorilor lui 77.

3. Fiecare dintre elevii cu diplomă de merit a primit ca premiu același număr de caiete și același număr de cărți. Dacă în total au fost oferite 18 caiete și 12 cărți, determină numărul elevilor premiați.

4. Părinții împart în mod egal copiilor 20 de nuci, 16 mere, 12 banane. Câți copii sunt în familie?

5. Determină cel mai mare număr de pachete identice cere se pot face cu 48 de portocale și 32 de batoane de ciocolată.

6. Dacă  $a, b, c$  sunt numere naturale astfel încât

\*  $a | b$  și  $a | c$ , atunci arată că:

a)  $a | (b + c)$

b)  $a | (b - c)$

7. Numim număr **perfect** acel număr care este egal cu suma divizorilor săi, din care se elimină însuși numărul.

Exemplu:

$$496 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124 + 248$$

a) Verifică dacă 28 este număr **perfect**.

b) Găsește numărul **perfect** de o cifră.

8. Două numere se numesc **prietene** dacă fiecare număr este egal cu suma divizorilor celuilalt număr, excluzând numărul însuși. Verifică dacă 220 și 284 sunt numere **prietene**.

9. Determină numerele naturale  $b$  dacă:

a)  $b | 10$

b)  $(b + 3) | 12$

\* c)  $b | (b + 4)$

10. Elimină intrusul, dacă numerele sunt divizori ai lui 360.

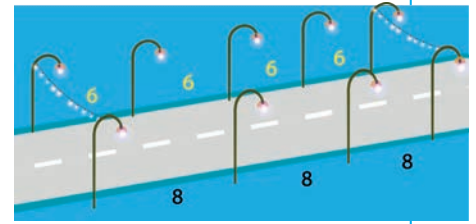




## Lecția 3 | Multipli comuni

### Observ. Descopăr. Înțeleg

Pe partea dreaptă a străzii principale dintr-o localitate se află stâlpi situați la o distanță de 60 dm unul de altul. Pe partea stângă, distanța dintre stâlpi este de 80 dm (primii stâlpi de pe fiecare parte se află față în față). Primăria vrea să monteze ghirlande luminoase de sărbători. Care este distanța minimă dintre două ghirlande, dacă ele pot fi montate doar acolo unde stâlpii se află față în față?



### Rezolvare:

#### Partea dreaptă

Nr. stâlpului	Distanța față de primul stâlp
1	0 dm
2	60 dm
3	120 dm
4	180 dm
5	240 dm
6	300 dm

#### Partea stângă

Nr. stâlpului	Distanța față de primul stâlp
1	0 dm
2	80 dm
3	160 dm
4	240 dm
5	320 dm
6	400 dm

Numărul căutat este un multiplu comun al numerelor 60 și 80. *Multiplii lui 60* sunt:  $60 \cdot 0, 60 \cdot 1, 60 \cdot 2, 60 \cdot 3, 60 \cdot 4, 60 \cdot 5, \dots$  *Multiplii lui 80* sunt:  $80 \cdot 0, 80 \cdot 1, 80 \cdot 2, 80 \cdot 3, 80 \cdot 4, 80 \cdot 5, \dots$

Al cincilea stâlp pe partea dreaptă și al patrulea de pe partea stângă se află la distanța de 240 dm (24 m) față de primul stâlp, ceea ce înseamnă că sunt față în față. Distanța minimă dintre două ghirlande este de 240 dm.

### Rețin

Dacă  $a, b$  și  $c$  sunt numere naturale astfel încât  $a = b \cdot c$ , atunci  $a$  este **multiplu** al lui  $b$ , dar și al lui  $c$ . Putem exprima acest lucru astfel:

- $b \mid a$
- $a$  este multiplu al lui  $b$
- restul împărțirii lui  $a$  la  $b$  este 0
- $c \mid a$
- $a$  este multiplu al lui  $c$
- restul împărțirii lui  $a$  la  $c$  este 0

Pentru orice număr natural  $a \neq 0$  avem:

- $a \mid 0$

0 este multiplul oricărui număr natural.

Orice multiplu al unui număr natural  $a$  are forma  $n \cdot a$ , cu  $n$  număr natural.

- $a \mid a$

Orice număr natural are ca multiplu pe el însuși.

### Lucrez

1. Cosmin vrea să calculeze produsul primilor 120 de multipli ai numărului 7. Va reuși? Justifică.
2. Determină suma primilor 5 multipli ai lui 10.
3. Elimină intrusul:  
7    0    14    42    3    28
4. Determină numărul de participanți la o excursie, știind că este cel mai mic număr natural nenul divizibil cu 4 și cu 9.
5. a) Arată că 1 001 este multiplu de 7, de 11, de 13.  
b) Arată că 123 123 este multiplu de 7, de 11, de 13.
6. Dacă  $a, b, c$  sunt cifre nenule, arată că  
\*  $D = \overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$  este multiplu de 111.

7. Câți multipli de trei cifre are 23?
8. Care este cel mai mic număr nenul de cutii de pantofi care se pot așeza pe rafturile unui magazin în grupe de 14 sau 21?
9. Găsește:  
a) cel mai mic multiplu de 3 cifre al lui 17.  
b) cel mai mare multiplu de 2 cifre al lui 8.
10. Câți multipli de 31 există în imaginea de mai jos?  
321    124    217    204    301  
149    279    341    93    257
11. Ce numere au ca multiplu pe  $5 \cdot 7 \cdot 13$ ?

Lecția 4 | Criterii de divizibilitate cu 2, 5 și  $10^n$ 

## Observ. Descopăr. Înțeleg

Livia și Ionuț vor să cumpere împreună un aparat foto, care costă 300 lei. Livia are numai bancnote de 5 lei, iar Ionuț numai bancnote de 10 lei. De câte bancnote are nevoie fiecare dintre ei pentru cumpărarea aparatului foto, dacă împart costul în mod egal?

Dacă se hotărăsc să cumpere și un card de memorie la prețul de 55 lei, pot plăti împreună cu aceeași sumă, număr natural, de lei? Dar unul dintre cei doi îl poate achiziționa plătind exact (fără rest) cu bancnotele sale?



## Rezolvare:

Pentru a vedea dacă cei doi pot contribui cu aceeași sumă de bani pentru achiziționarea celor două produse trebuie verificat dacă prețurile pot fi împărțite în două părți egale:

Pentru aparatul foto:  $300 = 2 \cdot 150$ , deci  $2 \mid 300$ , așadar cei doi vor plăti fiecare câte 150 lei.

Pentru cardul de memorie:  $55 = 2 \cdot 27 + 1$ , deci  $2 \nmid 55$ , așadar cei doi nu pot plăti în mod egal pentru achiziționarea cardului.

- Pentru aparatul foto: fiecare copil are de plătit 150 lei.

Livia cu bancnote de 5 lei.

$150 = 5 \cdot 30$ , deci are nevoie de 30 de bancnote de 5 lei.

Ionuț cu bancnote de 10 lei.

$150 = 10 \cdot 15$ , deci are nevoie de 15 bancnote de 10 lei.

- Pentru cardul de memorie

Livia.  $55 = 5 \cdot 11$ , așadar  $5 \mid 55$ , deci poate plăti singură cu 11 bancnote de 5 lei.

Ionuț.  $55 = 10 \cdot 5 + 5$ , deci  $10 \nmid 55$ , așadar nu poate plăti cu bancnote de 10 lei.



Să încercăm să găsim o metodă rapidă pentru a determina dacă un număr este sau nu divizibil cu 2 sau cu 5, fără a efectua împărțirea.

Să observăm **multiplii lui 2**: 0; 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18; 20; 22; 24; 26; 28; 30; ...

Numerele 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, ... nu sunt multipli ai lui 2, deci nu sunt divizibile cu 2.

## Rețin

Un număr natural este divizibil cu 2 dacă ultima sa cifră este 0, 2, 4, 6 sau 8.

Dacă ultima cifră a unui număr natural este 1, 3, 5, 7 sau 9, atunci numărul nu este divizibil cu 2.

Să observăm **multiplii lui 5**: 0; 5; 10; 15; 20; 25; 30; 35; 40; 45; 50; ...

Numerele 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 21, 22, 23, 24, 26, 27, 28, 29, 31, ... nu sunt multipli ai lui 5, deci nu sunt divizibile cu 5.

## Rețin

Un număr natural este divizibil cu 5 dacă ultima sa cifră este 0 sau 5.

Dacă ultima cifră a unui număr natural nu este nici 0, nici 5, atunci numărul nu este divizibil cu 5.

Să observăm **multiplii lui 10**: 0; 10; 20; 30; 40; 50; ...

## Rețin

Un număr natural este divizibil cu 10 dacă ultima sa cifră este 0.

Dacă ultima cifră a unui număr natural nu este 0, atunci numărul nu este divizibil cu 10.

### Observ. Descopăr. Înțeleg

Fie numerele:

$$3\ 400 = 34 \cdot 100, \text{ deci } 3\ 400 : 100$$

$$25\ 000 = 25 \cdot 1\ 000, \text{ deci } 25\ 000 : 1000$$

...

$$7\ 600 \dots 0 = 76 \cdot 10^n, \text{ deci } 7\ 600 \dots 0 : 10^n$$

$n$  zerouri

$n$  zerouri

$$547 = 5 \cdot 100 + 47, \\ \text{deci } 547 \not\div 100$$

$$32\ 570 = 32 \cdot 1\ 000 + 570, \\ \text{deci } 32\ 570 \not\div 1\ 000$$

Un număr care este divizibil cu 2 este un număr par.

Un număr care nu este divizibil cu 2 este un număr impar.

### Rețin

Un număr natural este divizibil cu  $10^2$ ,  $10^3$ , ...,  $10^n$  dacă ultimele sale cifre sunt, respectiv, 2 zerouri, 3 zerouri, ...,  $n$  zerouri.

### Lucrez

- Din șirul: 347; 3 250; 628; 3 200; 25; 37 000; 1 437; 46; 17 300; 1 125; 167 000, extrageți:
  - numerele divizibile cu 2;
  - numerele divizibile cu 5;
  - numerele divizibile cu 10;
  - numerele divizibile cu 100;
  - numerele divizibile cu 1 000.
- Arată că:
  - $2 \mid (161 + 325)$
  - $100 \mid 7(6^2 + 8^2)$
  - $5 \mid (3^2 + 4^2)$
  - $10 \mid (17^2 + 1)$
- Determină numerele de forma  $\overline{32a}$  divizibile cu: a) 2; b) 5; c) 10.
- Află câte numere de forma  $\overline{3b5a}$  sunt divizibile cu: a) 2; b) 5; c) 10.
- \* Stabilește dacă  $(3^{24} - 2^{24}) : 5$ .
- Determină numărul de numere pare cuprinse între 17 și 98.
- Arată că pentru orice număr natural  $n$  produsul  $(n + 3)(n + 6)$  este divizibil cu 2.
- Fie  $P = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$ .
- \* Determină valorile numărului natural  $n$  astfel încât  $P : 100$ , dar  $P \not\div 1\ 000$ .
- Se pot împărți 125 de nuci la 5 copii? Dar la 10?
- Scrie:
  - trei multipli ai lui 5 mai mari decât 120;
  - două pătrate perfecte divizibile cu 100;
  - un pătrat perfect număr par cuprins între 222 și 260.
- Scrie numerele de forma  $\overline{a2bb}$  divizibile cu:
  - 2; b) 5; c) 10.
- Dă exemplu de trei multipli de 19, numere impare.
- Determină toate numerele naturale de 4 cifre divizibile cu 1 000.
- Determină numerele de forma  $\overline{3ab}$  care sunt divizibile cu 10, dar nu și cu 100.
- Câți multipli de 5 sunt între 98 și 198?
- Arată că numărul  $N = 2^{104} \cdot 3^{102} + 2^{100} \cdot 3^{104}$  este divizibil cu: a) 5; b) 10; c) 100.
- \* Se poate plăti suma de 143 000 numai cu bancnote de 100 lei?
- Poți stabili, fără să calculezi, dacă numărul  $a = 133 + 589 + 2\ 227 + 981$  este divizibil cu 10?
- Găsește cel mai mare număr natural mai mic decât 999 care să fie divizibil cu 2 și cu 5.
- Par sau impar?
  - 237 este număr ...
  - Suma numerelor 235 și 267 este număr ...
  - Suma a două numere impare este număr ...
  - Produsul numerelor 14 și 133 este număr ...
  - Produsul a două numere impare este număr ...
  - Produsul dintre un număr par și unul impar este număr ...
- Stabilește dacă 4 972 kg de făină pot fi depozitate în saci de 5 kg!
- La un atelier s-au fabricat 197 de cercei de același fel. Se pot forma un număr natural de perechi de cercei?



## Lecția 5 | Criterii de divizibilitate cu 3 și cu 9

## Observ. Descopăr. Înțeleg

Într-un joc, copiii numără de la 10 la 110 și bat o dată din palme de câte ori se rostește un multiplu de 3 și de două ori dacă se rostește un multiplu de 9. Câte bătăi din palme au avut loc?



## Rezolvare:

Multiplii lui 3 cuprinși între 10 și 110 sunt:  $3 \cdot 4, 3 \cdot 5, 3 \cdot 6, \dots, 3 \cdot 36$ , deci sunt 33 de multipli.

Multiplii lui 9 cuprinși între 10 și 110 sunt:

$9 \cdot 2, 9 \cdot 3, 9 \cdot 4, \dots, 9 \cdot 12$ , deci sunt 11 multipli.

Observăm că 9 este multiplu al lui 3, deci orice multiplu al lui 9 este și multiplu al lui 3.

De două ori se bate din palme la numerele: 18; 27; 36; ... 108 (multiplii lui 9).

O dată se bate din palme la numerele: 12, 15, 18; 21, 24, ... 105 (multiplii lui 3 fără cei ai lui 9).

Avem:

	O dată	De două ori	Total
Bătăi din palme	$33 - 11 = 22$	11	$22 + 11 \cdot 2 = 44$

Dacă privim multiplii lui 3 și calculăm suma cifrelor, se observă că rezultatul este, de asemenea, multiplu de 3:

$$12 : 3 \text{ și } 1 + 2 = 3, \text{ iar } 3 : 3$$

$$15 : 3 \text{ și } 1 + 5 = 6, \text{ iar } 6 : 3$$

$$18 : 3 \text{ și } 1 + 8 = 9, \text{ iar } 9 : 3$$

$$\dots\dots\dots$$

$$99 : 3 \text{ și } 9 + 9 = 18, \text{ iar } 18 : 3$$

$$108 : 3 \text{ și } 1 + 0 + 8 = 9, \text{ iar } 9 : 3$$

Dacă luăm la întâmplare un număr nedivizibil cu 3, se observă că suma cifrelor nu mai este divizibilă cu 3.

$$13 \not\div 3 \text{ și } 1 + 3 = 4, \text{ iar } 4 \not\div 3$$

$$107 \not\div 3 \text{ și } 1 + 0 + 7 = 8, \text{ iar } 8 \not\div 3$$

Dacă privim multiplii lui 9 și calculăm suma cifrelor, se observă că rezultatul este, de asemenea, multiplu de 9:

$$18 : 9 \text{ și } 1 + 8 = 9, \text{ iar } 9 : 9$$

$$27 : 9 \text{ și } 2 + 7 = 9, \text{ iar } 9 : 9$$

$$36 : 9 \text{ și } 3 + 6 = 9, \text{ iar } 9 : 9$$

$$\dots\dots\dots$$

$$99 : 9 \text{ și } 9 + 9 = 18, \text{ iar } 18 : 9$$

$$108 : 9 \text{ și } 1 + 0 + 8 = 9, \text{ iar } 9 : 9$$

Dacă luăm la întâmplare un număr nedivizibil cu 9 se observă că suma cifrelor nu mai este divizibilă cu 9.

$$37 \not\div 9 \text{ și } 3 + 7 = 10, \text{ iar } 10 \not\div 9$$

$$100 \not\div 9 \text{ și } 1 + 0 + 0 = 1, \text{ iar } 1 \not\div 3$$

## Rețin

Un număr este divizibil cu 3 dacă suma cifrelor sale se divide cu 3.

Un număr este divizibil cu 9 dacă suma cifrelor sale se divide cu 9.

## Aplic

Fie numărul natural  $\overline{abcd}$  care îndeplinește condiția  $(a + b + c + d) : 3$ .

Să verificăm dacă este divizibil cu 3.

$$\begin{aligned} \text{Avem: } \overline{abcd} &= 1\,000 \cdot a + 100 \cdot b + 10 \cdot c + d = 999 \cdot a + a + 99 \cdot b + b + 9 \cdot c + c + d = \\ &= 999 \cdot a + 99 \cdot b + 9 \cdot c + a + b + c + d = \\ &= 3 \cdot (333 \cdot a + 33 \cdot b + 3 \cdot c) + a + b + c + d \end{aligned}$$

Dar  $(a + b + c + d) : 3$ , ceea ce înseamnă că există un număr natural  $x$  astfel încât  $a + b + c + d = 3 \cdot x$ .

$$\begin{aligned} \text{Atunci } \overline{abcd} &= 3 \cdot (333 \cdot a + 33 \cdot b + 3 \cdot c) + 3 \cdot x = \\ &= 3 \cdot (333 \cdot a + 33 \cdot b + 3 \cdot c + x), \text{ deci } \overline{abcd} : 3. \end{aligned}$$

Încearcă să arăți în același mod că numărul  $\overline{abcd} : 9$  dacă îndeplinește condiția  $(a + b + c + d) : 9$ .

### Exemple:

a)  $3\,564 : 9$ ?

Efectuăm împărțirea:

$$3\,564 : 9 = 396$$

$$3\,564 = 9 \cdot 396,$$

deci  $3\,564 : 9$ .

sau

Efectuăm suma cifrelor:

$$3 + 5 + 6 + 4 = 18,$$

iar  $18 : 9$ .

b)  $12\,582 : 3$

Efectuăm împărțirea:

$$12\,582 : 3 = 4\,194$$

$$12\,582 = 3 \cdot 4\,194,$$

deci  $12\,582 : 3$ .

sau

Efectuăm suma cifrelor:

$$1 + 2 + 5 + 8 + 2 = 18,$$

iar  $18 : 3$ .



## Lucrez

1. Care dintre numerele următoare sunt divizibile cu 3? Dar cu 9?

1 457   1 632   405   231   6 148   34 830

2. Adevărat sau fals?

a)  $3 \mid (14 + 3)$

b) Putem forma cu 126 de elevi grupe de câte 9 elevi.

c) Se pot pune 274 de mere în 3 lăzi astfel încât fiecare ladă să aibă același număr de mere?

3. Determină numerele de forma:

a)  $\overline{3a5}$  divizibile cu 3;

b)  $\overline{752a}$  divizibile cu 9.

4. Arată că următoarele numere sunt divizibile cu 3 oricare ar fi  $a, b$  cifre nenule.

a)  $\overline{aaa}$ ;   b)  $\overline{ababab}$ ;   c)  $\overline{bbbaaa}$ .

5. Determină toate numerele de 3 cifre, care au proprietățile: sunt divizibile cu 3 și au cifra unităților de patru ori mai mare decât cifra zecilor.

6. Elimină intrusul:

1 611   4 524   618   123   3 012   51 124

7. Aruncăm trei zaruri și formăm numerele de trei cifre conform numărului de puncte de pe fețele superioare. Dintre numerele care se pot forma astfel, determină care este:

a) cel mai mic număr divizibil cu 3;

b) cel mai mare număr divizibil cu 3;

c) cel mai mic număr divizibil cu 9;

d) cel mai mare număr divizibil cu 9.

8. Maria, Ioana și Cornel au aceeași dată de naștere. Pot avea împreună 156 de ani?

9. Va reuși Raluca să împartă 27 de baloane galbene, 81 de steaguri și 36 de eșarfe în mod egal cu cele două prietene?

10. Determină numărul multiplilor lui 3 cuprinși între 100 și 200.

11. Câte numere de 3 cifre sunt divizibile cu 9?

12. Arată că pentru orice număr natural  $n$ :

\* a)  $(10^n + 2) : 3$ ;   b)  $(10^{n+1} - 1) : 9$ .

13. a) Scrie numărul 51 ca sumă de 3 numere naturale divizibile cu 3.

b) Scrie numărul 63 ca sumă de 3 numere naturale divizibile cu 9.



## Lecția 6 | Numere prime. Numere compuse

## Observ. Descopăr. Înțeleg

Produsul vârstelor a doi frați este 143. Determină vârstele celor doi. Putem determina vârstele lor dacă produsul este 24?

**Rezolvare:**

În prima situație:  $143 = 13 \cdot 11$  sau  $143 = 143 \cdot 1$ .

Se observă că a doua variantă este imposibilă – rămâne că vârstele celor doi frați sunt 13, respectiv, 11 ani. Pentru produsul 24 avem variantele:

$$24 = 1 \cdot 24 = 2 \cdot 12 = 3 \cdot 8 = 4 \cdot 6.$$

Avem mai multe posibilități, așadar nu putem ști sigur ce vârste au cei doi frați.

**Explicație:** 13 și 11 nu au divizori proprii (diferiți de 1 și de el însuși).

13 și 11 se numesc numere *prime*.

În schimb,  $4 = 2 \cdot 2$ ,  $6 = 2 \cdot 3$ ,  $8 = 2 \cdot 4$ ,  $12 = 2 \cdot 6$  sunt numere având și alți divizori proprii. Numerele 4, 6, 8, 12 se numesc numere *compuse*.



## Rețin

Dacă  $n$  este număr natural mai mare decât 1, atunci  $n$  este număr prim dacă singurii săi divizori sunt 1 și el însuși.

Dacă  $n$  nu este număr prim, atunci este număr compus.

**Atenție!** 0 și 1 nu sunt nici numere prime, nici numere compuse.

- 0, 1 și numerele compuse intră în categoria numere *neprime*.
- Putem spune că un număr este prim dacă nu are divizori proprii. Dacă un număr are divizori proprii, atunci el nu este prim.

## Aplic

1. Care sunt numerele prime mai mici decât un număr dat?

Numerele prime mai mici decât 40. Cel mai mic număr prim este 2, deoarece nu are ca divizori decât pe 1 și pe el însuși. Orice număr care este divizibil cu 2 nu este număr prim. Deci orice număr par, în afară de 2, nu este număr prim. 3 este și el număr prim, deoarece nu are divizori proprii.

Următoarele numere prime sunt 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37.

2. Cum verificăm dacă un număr este prim sau nu?

Este prim numărul 293? Pentru a răspunde la întrebare vom căuta să găsim un divizor propriu, cu ajutorul criteriilor de divizibilitate și al împărțirii.

Ultima cifră a lui 293 este 3, deci  $2 \nmid 293$  și  $5 \nmid 293$ .

Suma cifrelor este  $2 + 9 + 3 = 14$ , iar 14 nu este divizibil cu 3.

Verificăm dacă 293 are sau nu divizori numere prime mai mici decât 293 și fără criteriu.

$$293 : 7 = 41$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ 13 \\ \underline{7} \\ 6 \end{array}$$

$$293 : 11 = 26$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ 73 \\ \underline{66} \\ 7 \end{array}$$

$$293 : 13 = 22$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ 33 \\ \underline{26} \\ 7 \end{array}$$

$$293 : 17 = 17$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ 123 \\ \underline{119} \\ ==4 \end{array}$$

$$293 : 19 = 15$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ 103 \\ \underline{95} \\ =8 \end{array}$$

Se observă cățul mai mic decât împărțitorul, deci următoarele cături vor fi tot mai mici, ajungem la variantele încercate. Așadar nu are divizori numere prime, dar nu va avea ca divizori nici multipli ai acestora. Deci 293 este număr prim.

**Concluzie:** Pentru a vedea dacă un număr este prim vom căuta divizori ai săi până la divizorii celui mai mare pătrat perfect mai mic decât el. Dacă nu găsim un astfel de divizor, numărul dat este prim.

## Lucrez

1. Dă exemplu de un număr prim și un număr compus având:
- o cifră;
  - două cifre;
  - trei cifre.

2. Împarte numerele următoare în două grupe: numere prime și numere compuse:

54

13

23

39

26

97

131

214

3411

2197

3. Salvatorul „2”!

2 este singurul număr prim par.

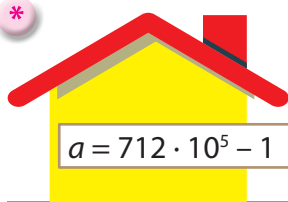
- Suma a două numere prime este 99. Află cele două numere.
- Determină numerele prime  $a$  și  $b$  din relația  $3a + 2b = 20$ .
- Află trei numere prime al căror produs este 182.

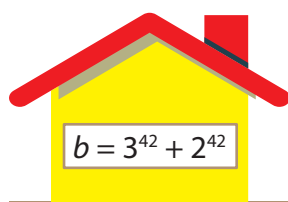
$$? \cdot ? \cdot ? = 182$$

4. Află numerele prime  $\overline{ab}$  dacă  $7 \mid \overline{ba}$ .

5. Determină toate numerele compuse de forma  $\overline{7x}$ .

6. Verifică dacă sunt prime numerele:

\*   $a = 712 \cdot 10^5 - 1$

\*   $b = 3^{42} + 2^{42}$

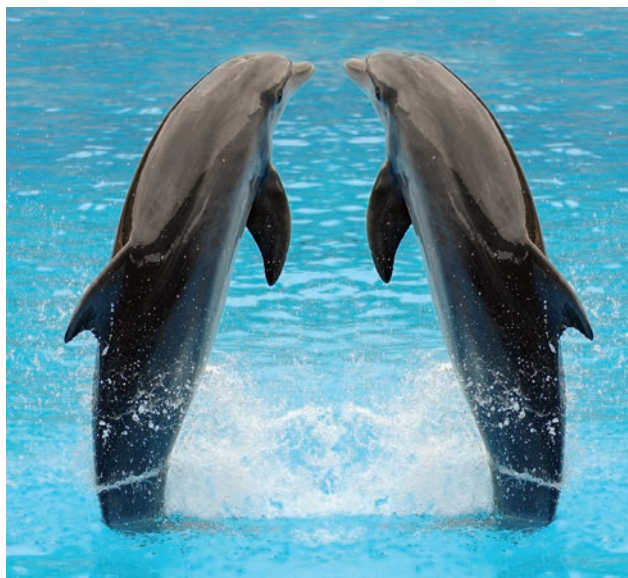
7. Un număr este *interesant* dacă poate fi scris ca sumă de trei numere prime:

- Stabilește dacă 101 este *interesant*.
- Dă exemplu de 3 numere *interesante*.

8. Determină numărul natural  $n$  astfel încât  $n^2 + 12n$  să fie prim.

9. Două numere prime se numesc *gemene* dacă ele sunt numere impare consecutive.

- Verifică dacă 41 și 43 sunt *gemene*.
- Dă exemplu de alte 2 perechi de numere *gemene*.



10. Există 6 numere consecutive, toate compuse? Da! De exemplu: numerele  $a + 2, a + 3, a + 4, a + 5, a + 6, a + 7$ , unde  $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$ .

- \*
  - Verifică dacă numerele de mai sus sunt compuse.
  - Scris 14 numere consecutive compuse.

11. *Numere prime în oglindă* sunt numere prime cu proprietatea că răsturnatele lor sunt tot prime.

- Stabilește dacă 107 verifică condițiile de mai sus.
- Dă câte un exemplu de numere *în oglindă* având 2, respectiv, 3 cifre.

12. Scrie toate numerele prime din trei cifre distincte care se pot forma cu cifrele următoare 2, 5, 7.

## Gândesc creativ

Această problemă poate fi rezolvată doar de un om, niciodată de un computer! Ce vârstă au trei surori, dacă înmulțind vârstele lor obținem 36, adunându-le obținem 13, iar sora mai mare este blondă?

# ANTRENAMENT

PLUS

- ✓ Consolidare
- ✓ Aprofundare
- ✓ Excelență

## Consolidare

- 1 Care dintre numerele: 2; 3; 4; 5; 9 sunt divizori ai numărului 42 876.
- 2 Încercuiește rezultatul corect. Numărul divizorilor lui 40 este:  
a. 6      b. 7      c. 5      d. 8
- 3 Arată că numărul 1 155 este divizibil cu 3; 7 și 11.
- 4 Se dă egalitatea:  $2 \cdot 3 \cdot 11 = 66$ . Scrie toți divizorii lui 66.
- 5 Care este numărul natural care are o mulțime nesfârșită de divizori? Dar numărul natural care are un singur divizor?
- 6 Se dă numărul 84.  
a. Precizează dacă 84 este număr prim sau număr compus.  
b. Scrie cel mai mic și cel mai mare divizor propriu al lui 84.
- 7 Scrie cel mai mic și cel mai mare număr natural de trei cifre divizibil cu 3.
- 8 Scrie primii trei multipli comuni nenuli ai numerelor: 2 și 4, respectiv 5 și 6.
- 9 Cum se numesc numerele naturale scrise:  $2k$ , respectiv  $2k + 1$ , unde  $k$  este număr natural.
- 10 Arată că produsul a două numere naturale consecutive este divizibil cu 2.
- 11 Dacă un număr natural este divizibil cu 48, arată că este divizibil cu 6 și 8. Arată că există un număr natural divizibil cu 6 și 8, dar nu este divizibil cu 48.
- 12 Pe patru cartonașe sunt scrise numerele:

3 792

9 756

7 102

8 316

Descoperă cartonașul pe care este înscris numărul multiplu al lui 4 și divizibil cu 9.

- 13 Arată că diferența dintre numărul de zile ale anului care nu este bisect și 1 este un număr divizibil cu 7.

## Aprofundare

- 14 Arată că suma numerelor naturale scrise în sistemul zecimal  $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$  este divizibil cu 111.

- 15 Arată că numărul  $3^{23} + 3^{22}$  este divizibil cu 4.
- 16 Află numerele naturale  $a$  și  $b$ , știind că  $a$  este divizibil cu 2,  $b$  este divizibil cu 6 și suma lor este divizibilă cu 24.
- 17 Arată că  $30 + 10^{2023}$  este divizibil cu 10, iar  $8^{2021} + 8^{2022}$  este divizibil cu 9.
- 18 Arată că numărul 39 540 este divizibil cu numărul  $a = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2$ .
- 19 Află cel mai mic număr natural de 3 cifre divizibil cu 7.
- 20 Scrie toate numerele naturale  $\overline{31ab}$  divizibile cu 25.
- 21 Află cea mai mică cantitate de cereale care poate fi transportată în camioane de 5 t, 7 t și 9 t.
- 22 Arată că suma a două numere naturale consecutive nu este divizibilă cu 2.
- 23 Scrie un număr de trei cifre, astfel încât cifra zecilor să fie egală cu suma dintre cifra unităților și cifra sutelor. Arată că numărul obținut este multiplu al lui 11.
- 24 Un turn are 1 665 trepte. Melania și Mihai coboară de pe ultima treaptă, Melania sărind din 2 în 2 trepte și Mihai din 3 în 3 trepte. Care dintre ei ajunge exact pe podeaua turnului?



- 25 Dintr-o coală dreptunghiulară cu dimensiunile de 63 cm și 91 cm, se poate tăia un număr exact de dreptunghiuri identice cu dimensiunea de 9 cm și 13 cm?

## Excelență

- 26 Arată că numărul 13 divide numărul  $3^4 + 3^5 + 3^6$ .
- 27 Arată că numărul  $a = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2021}$  este divizibil cu 3.
- 28 Știind că numărul natural  $a$  nu este divizibil cu 5, arată că numărul  $A = (a+1) \cdot (a+2) \cdot (a+3) \cdot (a+4)$  este divizibil cu 5.
- 29 Arată că numărul  $N = 2009^{2008} - 2007^{2008}$  este divizibil cu 10.
- 30 Arată că numărul  $A = 4 + 4^2 + 4^3 + 4^4 + 4^5 + 4^6 + \dots + 4^{2005} + 4^{2006} + 4^{2007}$  este divizibil cu 7.







# Divizibilitatea numerelor naturale

## RECAPITULARE

**1** Din șirul de numere 35, 26, 11, 124, 30, 17, 160; 135; 126, extrage numerele divizibile cu:

a) 5 b) 2 c) 3 d) 9 e) 10,  
explicând alegerea făcută.

**2** Stabilește valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a)  $7 \mid 49$

b)  $56 : 7$

c)  $0 \mid 1$

d)  $7 \mid 48$

e)  $11 \mid 2\ 222$

**3** Determină suma numerelor de forma  $\overline{2x}$  divizibile cu 5.

**4** Stabilește dacă:

a)  $23 \mid 391$

b)  $316 : 4$

c)  $17 \mid 275$

d)  $3\ 675 : 25$

**5** Stabilește dacă următoarele numere sunt prime:

12; 131; 207; 79; 45; 47

**6** Găsește două numere prime a căror sumă este 103.

**7** Scrie multiplii lui 23 de două cifre.

**8** Determină numerele prime de două cifre pentru care suma cifrelor este 7.

**9** Determină numerele de forma  $\overline{abc}$  divizibile cu 325.

**10** Stabilește dacă numărul:

$2\ 007 \cdot 2\ 017 \cdot 2\ 027 - 2\ 027 \cdot 2\ 017 \cdot 2\ 007$

este divizibil cu toate numerele naturale nenule.

**11** Două numere se numesc *prietene* dacă au același număr de divizori. Stabilește dacă 12 și 45 sunt *prietene*.

**12** Determină cel mai mare multiplu de trei cifre al numărului 13.

**13** Stabilește dacă  $3^8$  este un multiplu al lui  $9^6$ .

**14** Determină suma multiplilor lui 2 cuprinși între  $5^2$  și  $5^3$ .

**15** Scrie toate numerele de trei cifre divizibile cu 10 la care cifra zecilor este impară și cifra sutelor este divizibilă cu 7.

**16** Calculează suma numerelor divizibile cu 3 din șirul:

29; 123; 27; 104; 1 002

**17** Care dintre numerele 108 și 200 are mai mulți divizori? Explică alegerea făcută.

**18** Determină numerele naturale  $x$  și  $y$  având proprietatea  $(x + 1) \cdot (y + 2) \mid 6$ .

**19** Fie  $x = 14 \cdot 10^n + 337$ . Arată că  $9 \mid x$  pentru orice număr natural  $n$ .

**20** Află numerele naturale  $a$  și  $b$  dacă verifică relația  $14a + 15b = 280$ .

**21** Calculează suma divizorilor naturali ai numărului 20.

**22** Află numărul de forma  $\overline{3xx}$  divizibil cu 10.

**23** Verifică dacă  $(\overline{a0b} + \overline{b0a}) : 101$ .

**24** Determină valoarea lui  $a$  dacă  $6 \mid \overline{aaa}$ .

**25** Fie  $S = 6 + 6^2 + 6^3 + \dots + 6^{2016}$

a) Verifică dacă  $(6 + 6^2) : 7$ .

b) Arată că  $S : 7$ .

**26** Scrie toate numerele prime cuprinse între 6 și 24.



**27** Află numerele prime  $a, b, c$ , astfel ca  $3a + 3b + 4c = 33$ .

**28** Arată că suma tuturor numerelor naturale care se pot forma cu cifrele  $a, b, c$ , diferite între ele, este divizibilă cu  $a + b + c$ .

**29** Determină divizorii numărului:  $5 \cdot 2^{10}$ .

**30** Numărul de elevi dintr-o clasă poate varia între 14 și 34. Câți elevi pot fi în clasa a V-a A dacă pot fi așezați câte trei în bănci?



**31** Dacă împărțim numărul 1 157 la  $x$  obținem câtul  $y$  și restul 2. Determină numerele  $x$  și  $y$ , știind că  $x$  este format din cifre identice.

**32** Într-o urnă sunt 100 de bile numerotate de la 1 la 100. Câte bile trebuie extrase pentru a fi sigur că cel puțin un număr din cele extrase este divizibil cu 3?



**33** Numărul natural  $n$  are numai doi divizori  $d_1$  și  $d_2$  numere naturale. Dacă  $d_1 + d_2 = 24$ , determină valoarea numărului  $n$ .

**34** Scrie numărul 66 ca sumă de numere naturale, astfel ca produsul acestor numere să fie tot 66.

**35** Arată că numerele:

$$a = 1^{2017} + 2^{2017} + \dots + 2016^{2017} \text{ și}$$

$$b = 1^{2016} + 2^{2016} + \dots + 2016^{2016}$$

sunt pare.

**36** Fie  $a, b, c$  trei numere naturale. Dacă împărțim pe  $a$  la  $b$ , obținem câtul 4 și restul 5, iar dacă-l împărțim pe  $c$  la  $b$ , obținem câtul 5 și restul 4. Arată că 9 divide pe  $a + c$ .

**37** Se consideră numerele:

\*  $101 + 1; 101 + 2; 101 + 3; \dots; 101 + 10100$ .

Determină câte numere din acest șir sunt divizibile cu 101.

**38** Fie numărul

$$N = 9 + 9^2 + 9^3 + 9^4 + 9^5 + \dots + 9^{2016}.$$

a) Arată că  $N$  este un număr par.

b) Este  $N$  divizibil cu 10? Justifică!

**39** Determină cel mai mic pătrat perfect divizibil cu toate numerele pare cuprinse între 2 și 12.

**40** Stabilește dacă numărul  $a = 3^{25} + 2^{25}$  este multiplu al lui 5.

**41** Arată că  $(A - B) : 71$ ,

\* unde  $A = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 61 \cdot 62 \cdot 63$

$$B = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 60 \cdot 61$$



# Divizibilitatea numerelor naturale

## (AUTO)EVALUARE

Scrie rezolvările complete.

Timp de lucru: 50 de minute



### Subiectul I (30 p)

1 Scrie pe foaia de rezolvare căsuța care indică răspunsul corect, A (adevărat) sau F (fals) pentru fiecare dintre următoarele propoziții:

- a) „Numărul 1 este număr prim.” A / F
- b) „Numărul 0 este număr compus.” A / F
- c) „Numărul 2 nu este număr prim.” A / F

2 Notează pe foaie răspunsul corect:

- a) Produsul primelor trei numere compuse este:  
A. 0      B. 162      C. 192      D. 360
- b) Suma tuturor divizorilor numărului 18 este:  
A. 26      B. 18      C. 40      D. 39

3 Copiază cerințele. Asociază corespunzător fiecare cerință cu răspunsul corect.

1) Numărul divizorilor lui 36	2) Cel mai mare multiplu de două cifre distincte al lui 9	3) Numărul divizorilor comuni ai numerelor 18 și 30
a) 21	b) 4	c) 9
		d) 90

### Subiectul II (30 p)

4 Determină toate numerele naturale de forma  $\overline{34xy}$  divizibile cu 15.

- 5 a) Află câți multipli ai lui 3 sunt cuprinși între  $2^3$  și  $2^5$  și scrie-i pe foaie.
- b) Calculează suma multiplilor lui 3 aflați mai sus.
- c) Demonstrează că această sumă se poate scrie ca produsul a două numere naturale consecutive.

### Subiectul III (30 p)

6 Se dă numărul natural 2 022.

- a) Demonstrează că propoziția „ $2\ 022 : 6$ ” este adevărată, apoi află câtul împărțirii lui 2 022 la 6.
- b) Arată că numărul 337 este număr prim. (Indicație: revezi aplicația 2 de la pagina 72 din manual.)
- c) Care sunt divizorii primi ai numărului 2 022?

7 Se dă numărul:  $M = 9^1 + 9^2 + 9^3 + \dots + 9^9 + 9^{10}$ .

- a) Arată că numărul  $(9^9 + 9^{10})$  este divizibil cu 9 și cu 10.
- b) Demonstrează că numărul  $M$  este un număr par, multiplu de 5 și de 9.



8 Se dau trei cifre distincte  $x \neq y \neq z \neq 0$ .

- a) Câte numere naturale de trei cifre se pot forma cu ele?
- b) Demonstrează că suma tuturor acestor numere este multiplu de 6 și de 37.

Ex. 1	Ex. 2	Ex. 3	Ex. 4	Ex. 5	Ex. 6	Ex. 7	Ex. 8
a) 3 p	a) 5 p	a) 3 p	10 p	a) 5 p	a) 3 p	a) 5 p	a) 5 p
b) 3 p	b) 5 p	b) 3 p		b) 10 p	b) 4 p	b) 5 p	b) 5 p
c) 4 p		c) 4 p		c) 5 p	c) 3 p		
Se acordă 10 puncte din oficiu.				Total 100 de puncte			



✓ Verifică dacă ai răspuns corect consultând pagina 192.

✓ Descarcă din manualul digital , apoi completează fișa *Observ! Apreciez! Evoluez!* Adaug-o în portofoliu.

# Unitatea IV

## Fracții ordinare



### Pe parcursul acestei unități vei exersa:

- ✓ Identificarea fracțiilor ordinare sau zecimale în contexte variate
- ✓ Efectuarea de calcule cu fracții ordinare folosind proprietăți ale operațiilor aritmetice
- ✓ Utilizarea de algoritmi pentru efectuarea operațiilor cu fracții ordinare
- ✓ Exprimarea în limbaj matematic a unor proprietăți referitoare la comparați, aproximări, estimări și ale operațiilor cu fracții
- ✓ Utilizarea limbajului specific fracțiilor / procentelor în situații date
- ✓ Analizarea unor situații date în care intervin fracții pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule
- ✓ Reprezentarea matematică a unei situații date, provenite din practică, în context intra și interdisciplinar (geografie, fizică, economie etc.)

### Matematica de lângă noi



#### Proiect

#### Tema 4 Matematica și Muzica



#### Introducere

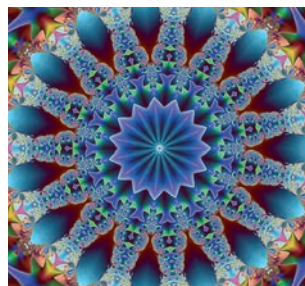
În urmă cu mai mult de 2 500 de ani, Pitagora a constatat că sunetul (muzical sau vorbit) este rezultatul vibrațiilor regulate ale corpurilor, în principal ale celor elastice.

Pitagora a constatat că atunci când două coarde de lungimi diferite, una fiind de două ori mai lungă decât cealaltă, vibrează împreună, se aud două sunete. Sunetul cel mai înalt, produs de coarda scurtă, este în octavă față de sunetul cel mai jos, produs de coarda dublă. Studiind și instrumente cu mai multe coarde, Pitagora și adepții săi au pus bazele teoriei muzicale, creând gama și o parte dintre intervalele muzicale.

Ascultarea muzicii preferate duce la îmbunătățirea abilităților matematice, la fel cum stăpânirea unor noțiuni elementare de matematică ajută la înțelegerea teoriei muzicale.

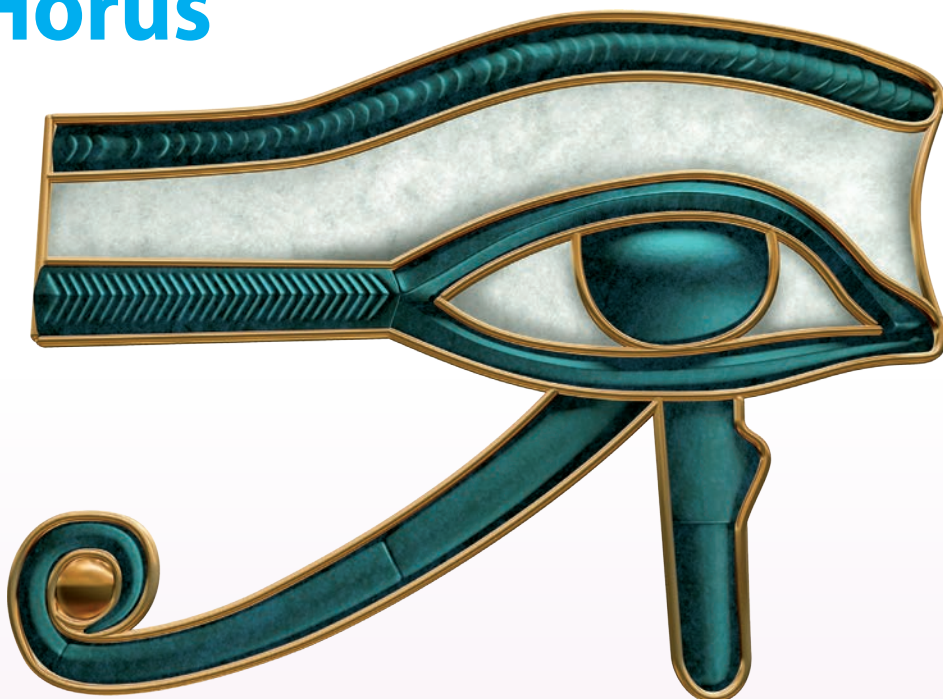
#### Structura proiectului

- 1 Precizarea înțelesului cuvântului *muzică* (vezi dicționar).
- 2 Originea cuvântului „muzică” este în limba latină *musica*, sau greaca veche, *mousike*, care însemna „arta muzelor”.
- 3 Din cunoștințele pe care le-ai dobândit la orele de muzică, exprimă relațiile matematice între nota întregă și celelalte durate pe care le-ai învățat.
- 4 Tempoul și măsura
- 5 Portativul
- 6 Gamele
- 7 Informează-te pe internet despre legătura matematicii cu muzica. (căutare: matematica și muzica)
- 8 Matematicianul român Dan Tudor Vuza a elaborat noi teorii ale structurilor ritmice. Informează-te despre asta! (căutare: *Dan Tudor Vuza*)
- 9 Fă o prezentare a informațiilor obținute, pe 2-3 foi albe, format A4.

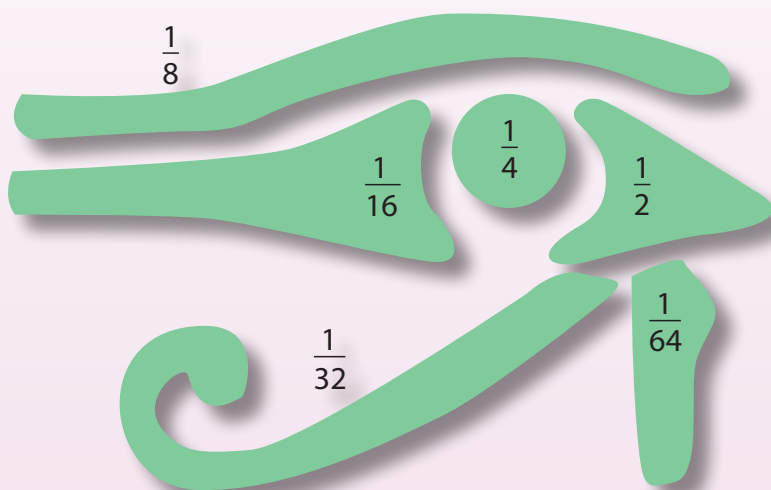


# Ochiul lui Horus

O parte dintre legendele vechi egiptene spun că Osiris a fost primul rege al Egiptului. Era iubit de popor și se bucura de protecția zeului Toth. Invidios, fratele său, Seth, l-a ucis. Pentru a-și răzbuna tatăl, Horus, fiul lui Osiris, l-a înfruntat pe unchiul său. În timpul luptei, Seth i-a scos un ochi, l-a tăiat în bucăți și l-a aruncat în Nil. Zeul Toth a aruncat un năvod și a recuperat ochiul, cu excepția unei bucăți. Prin puterile sale miraculoase, Toth a înlocuit bucata care lipsea și astfel ochiul lui Horus a funcționat din nou.



Fragmentele ochiului lui Horus au fost asociate cu fracțiile următoare:



Scribii le-au utilizat pentru a indica fracțiuni din *obroc*, unitate de măsură pentru măsurarea cerealelor, citricelor sau pentru măsurarea ingredientelor din medicamente și pigmenți.

În cele mai multe scrieri antice egiptene s-au folosit unitățile fracționare (fracții cu numărătorul 1).

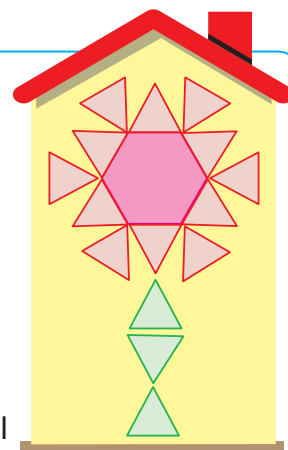
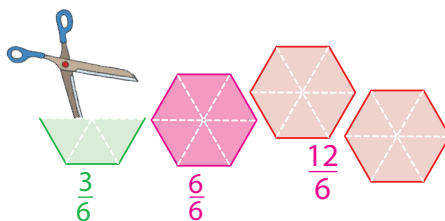
Dacă voiau să exprime fracția  $\frac{3}{4}$ , se scria  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ .

Este interesant de observat că adunând fracțiile nu se obține un întreg, ci  $\frac{63}{64}$ . Unii sugerează că restul de  $\frac{1}{64}$  reprezintă magia folosită de Toth pentru a restabili ochiul, în timp ce alții consideră că piesa lipsă spune că perfecțiunea nu este posibilă.

Papyrusul Rhind conține tabele cu fracțiile ochiului lui Horus.

Observ. Descopăr. Înțeleg

Iată cum a confecționat Ioana o felicitare!



- 3** → **numărătorul**: arată câte părți din întreg au fost luate în considerare  
 — → **linie de fracție**  
**6** → **numitorul**: arată numărul părților egale în care a fost împărțit întregul

Rețin

- Frațiile care au numărătorul egal cu numitorul se numesc **fracții echiunitare**. Ele indică un întreg.
- Frațiile care au numărătorul mai mic decât numitorul se numesc **fracții subunitare**. Ele indică mai puțin decât un întreg.
- Frațiile care au numărătorul mai mare decât numitorul se numesc **fracții supraunitare**. Ele indică mai mult decât un întreg.

Lucrez

- Fie fracțiile  $\frac{1}{3}, \frac{5}{4}, \frac{5}{2}, \frac{3}{8}, \frac{7}{8}, \frac{9}{7}$ .  
Identifică:  
a) fracțiile subunitare;  
b) fracțiile supraunitare.
- Fie fracțiile  $\frac{8}{3}, \frac{4}{7}, \frac{32}{32}, \frac{402}{401}, \frac{23}{23}, \frac{1\ 000}{1\ 001}$ .  
Enumeră:  
a) fracțiile subunitare;  
b) fracțiile echiunitare;  
c) fracțiile supraunitare.
- Scrive fracțiile care au numărătorul cuprins între 2 și 5, iar numitorul număr par mai mic decât 10 și sunt:  
a) subunitare; b) echiunitare; c) supraunitare.
- Află care sunt fracțiile supraunitare cu numărătorii mai mici decât 10 și care au numitorii numere impare.
- Scrive fracțiile subunitare cu numărătorii diferiți de zero și care au numitorii mai mici decât 7 și mai mari decât 3.
- Câte fracții subunitare se pot forma cu numărătorii și numitorii numere naturale cuprinse între 0 și 125? Dar fracții supraunitare?
- Pentru fiecare dintre următoarele fracții:  
 $\frac{1^{2017}}{1^{201}}, \frac{3^2}{2^3}, \frac{5^3}{2^7}, \frac{124^0}{2^2}, \frac{3^4}{9^2}, \frac{7^2}{2^5}$   
precizează dacă este fracție subunitară, echiunitară sau supraunitară.
- Scrive toate fracțiile subunitare care au numitorii 3, 4 sau 5 și numărătorii pari, diferiți de zero.
- Scrive toate fracțiile echiunitare care au la numărător numere pare scrise cu două cifre identice.
- Scrive 4 fracții supraunitare care au la numărător numere pare scrise cu o singură cifră, iar la numitor numere impare.
- Determină numerele naturale  $x$  pentru care următoarele fracții sunt supraunitare:  
a)  $\frac{3}{x}$       b)  $\frac{5}{2x+1}$       c)  $\frac{8}{3x+2}$
- Determină numerele naturale  $x$  și  $y$  pentru care următoarele fracții sunt echiunitare:  
a)  $\frac{3}{x+1}$       \* b)  $\frac{6}{(x-2)(y-1)}$

## Lecția 2 | Frații echivalente. Procente

### Observ. Descopăr. Înțeleg

Maria și Aurel au scos două cutii cu ornamente pentru pomul de iarnă al școlii. Acum ei vor să exprime ca fracții cantitățile de ornamente de același fel din fiecare cutie.

Observă ce a scris fiecare!



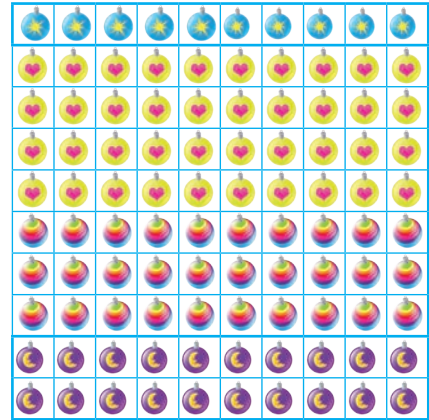
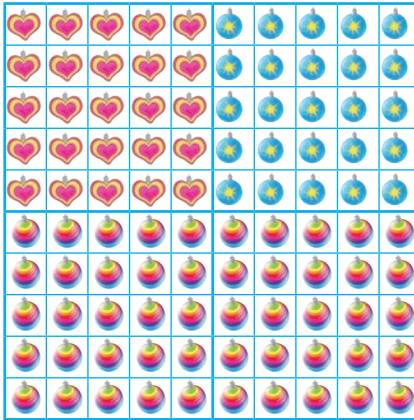
$$\text{♥} \rightarrow \frac{25}{100} \text{ sau } \frac{1}{4}$$

$$\text{★} \rightarrow \frac{25}{100} \text{ sau } \frac{1}{4}$$

$$\text{🌈} \rightarrow \frac{50}{100} \text{ sau } \frac{1}{2}$$



$$\text{★} \rightarrow \frac{10}{100} \text{ sau } \frac{1}{10}$$



$$\text{♥} \rightarrow \frac{40}{100} \text{ sau } \frac{4}{10}$$

$$\text{🌈} \rightarrow \frac{30}{100} \text{ sau } \frac{3}{10}$$

$$\text{🌙} \rightarrow \frac{20}{100} \text{ sau } \frac{1}{5}$$

### Rețin

- Frațiile care reprezintă aceeași cantitate dintr-un întreg se numesc **fracții echivalente**.
- Frațiile care au la numitor 100 se numesc **procente**.
- Scrierea procentelor se face în felul următor:  $\frac{1}{100} = 1\%$ ;  $\frac{p}{100} = p\%$ .

### Aplic

Fracțiile  $\frac{1}{4}$  și  $\frac{25}{100}$  sunt echivalente pentru că exprimă aceeași cantitate dintr-un întreg: un sfert.

Să efectuăm și să comparăm rezultatele:

- produsul dintre numărătorul primei fracții cu numitorul celei de-a doua:  $1 \cdot 100 = 100$ .
- produsul dintre numitorul primei fracții cu numărătorul celei de-a doua:  $4 \cdot 25 = 100$ .

Am obținut produse egale.

Calculează și compară aceleași produse, pentru următoarele fracții echivalente:  $\frac{3}{4}$  și  $\frac{12}{16}$ ;  $\frac{1}{3}$  și  $\frac{6}{18}$ .

### Rețin

Dacă două fracții,  $\frac{a}{b}$  și  $\frac{c}{d}$ , sunt echivalente, scriem  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ . Avem proprietatea  $a \cdot d = b \cdot c$ .

### Lucrez

- Din imaginea din partea de sus a paginii identifică alte două fracții echivalente.
- Verifică dacă următoarele fracții de mai jos sunt echivalente:
  - $\frac{7}{4}$  și  $\frac{91}{52}$ ; b)  $\frac{112}{396}$  și  $\frac{28}{99}$ ; c)  $\frac{115}{495}$  și  $\frac{23}{98}$ ; d)  $\frac{803}{407}$  și  $\frac{73}{37}$ .
- În tabelul de mai jos sunt indicate numărul merelor depozitate pentru iarnă de bunici.
 

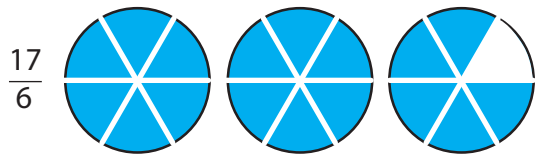
Mere roșii	Mere verzi	Mere galbene
50	20	30

Pentru fiecare tip de mere, scrie procentul corespunzător din totalul merelor.

## Lecția 3 | Scoaterea întregilor dintr-o fracție

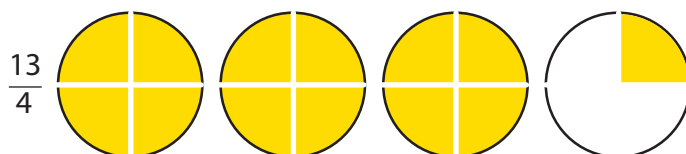
## Observ. Descopăr. Înțeleg

Ioana și Mihai au primit un joc format din piese care au forma unor părți de cerc. Ioana are 17 piese de forma unei șesimi de cerc, iar Mihai are 13 piese de forma unui sfert de cerc. Câte cercuri întregi poate forma fiecare din cei doi copii?



$$17 = 6 \cdot 2 + 5,$$

$$\text{deci } \frac{17}{6} = \frac{6 \cdot 2 + 5}{6} = \frac{6 \cdot 2}{6} + \frac{5}{6} = 2 + \frac{5}{6} = 2 \frac{5}{6}$$



$$13 = 3 \cdot 4 + 1,$$

$$\text{deci } \frac{13}{4} = \frac{4 \cdot 3 + 1}{4} = \frac{4 \cdot 3}{4} + \frac{1}{4} = 3 + \frac{1}{4} = 3 \frac{1}{4}$$

Observăm că fracțiile supraunitare pot fi scrise ca sumă a unui număr natural cu o fracție subunitară. În exemplele date spunem că *am scos întregii din fracție*.

Scriem:  $\frac{17}{6} = 2 \frac{5}{6}$  și citim *17 supra 6 este egal cu 2 întregi și 5 supra 6*.

Scriem:  $\frac{13}{4} = 3 \frac{1}{4}$  și citim *13 supra 4 este egal cu 3 întregi și 1 supra 4*.

## Rețin

Pentru a scoate întregii dintr-o fracție, procedăm astfel: împărțim numărătorul la numitor; câtul obținut reprezintă întregii, iar restul reprezintă numărătorul fracției subunitare rezultate, ce are același numitor ca fracția dată.

$$\frac{a}{b} = c \frac{r}{b}, \text{ unde } a = b \cdot c + r$$

## Aplic

Scoate întregii din fracțiile următoare: a)  $\frac{283}{41}$ ; b)  $\frac{15}{7}$ ; c)  $\frac{617}{28}$ ; d)  $\frac{3\,214}{153}$ .

## Rezolvare

a) Efectuăm împărțirea  
 $283 : 41 = 6 \text{ rest } 17$ , deci  $\frac{283}{41} = 6 \frac{17}{41}$ .

c) Avem  
 $617 : 28 = 22 \text{ rest } 1$ , deci  $\frac{617}{28} = 22 \frac{1}{28}$ .

b) Efectuăm împărțirea  
 $15 : 7 = 2 \text{ rest } 1$ , deci  $\frac{15}{7} = 2 \frac{1}{7}$ .

d) Avem  
 $3\,214 : 153 = 21 \text{ rest } 1$ , deci  $\frac{3\,214}{153} = 21 \frac{1}{153}$ .

## Lucrez

Scoate întregii din fracțiile următoare:

**A** a)  $\frac{15}{8}$ ; b)  $\frac{21}{11}$ ; c)  $\frac{49}{6}$ ; d)  $\frac{38}{11}$ ; e)  $\frac{63}{22}$ ; f)  $\frac{135}{21}$ .

**D** a)  $\frac{115}{8}$ ; b)  $\frac{201}{13}$ ; c)  $\frac{518}{71}$ ; d)  $\frac{806}{111}$ ; e)  $\frac{430}{23}$ .

**B** a)  $\frac{235}{4}$ ; b)  $\frac{85}{7}$ ; c)  $\frac{493}{2}$ ; d)  $\frac{5\,204}{3}$ ; e)  $\frac{107}{12}$ .

**E** a)  $\frac{3\,245}{36}$ ; b)  $\frac{495}{14}$ ; c)  $\frac{1\,493}{23}$ ; d)  $\frac{1\,234}{43}$ ; e)  $\frac{567}{432}$ .

**C** a)  $\frac{5\,057}{10}$ ; b)  $\frac{2\,967}{18}$ ; c)  $\frac{3\,456}{17}$ ; d)  $\frac{109}{12}$ ; e)  $\frac{137}{103}$ .

**F** a)  $\frac{2\,034}{105}$ ; b)  $\frac{14\,967}{189}$ ; c)  $\frac{4\,123}{78}$ ; d)  $\frac{567}{432}$ ; e)  $\frac{2\,039}{113}$ .

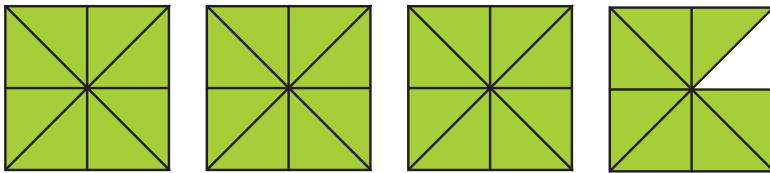


## Lecția 4 | Introducerea întregilor într-o fracție

### Observ. Descopăr. Înțeleg

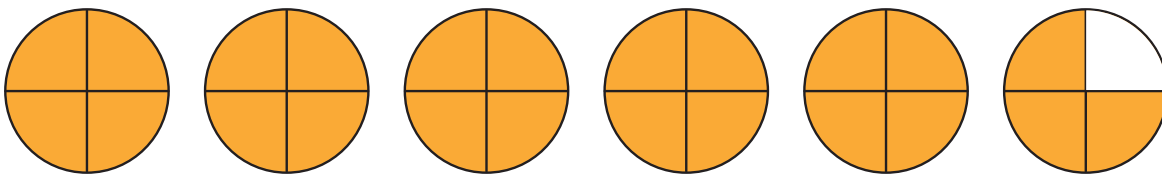
Să scriem sub formă de fracție partea colorată.

1. Avem trei pătrate întregi și 7 optimi din al patrulea.



$$3\frac{7}{8} = \frac{3 \cdot 8 + 7}{8} = \frac{31}{8}$$

2. Avem 5 cercuri întregi și 3 pătrimi din al șaselea.



$$5\frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 4 + 3}{4} = \frac{23}{4}$$

În exemplele de mai sus spunem că *am introdus întregii în fracție*.

### Rețin

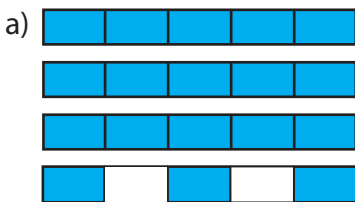
Prin introducerea întregilor într-o fracție obținem o fracție care are același numitor ca fracția dată, iar la numărător are suma dintre numărătorul inițial și produsul dintre întregi și numitor.

$$a\frac{b}{c} = \frac{a \cdot c + b}{c}$$

*Nu uita! După introducerea întregilor în fracție vei obține întotdeauna o fracție supraunitară!*

### Lucrez

1. După modelul dat, scrie fracțiile corespunzătoare desenelor de mai jos.



2. Introdu întregii în fracție:

a)  $4\frac{1}{5}$ ; b)  $3\frac{2}{11}$ ; c)  $9\frac{8}{9}$ ;

d)  $8\frac{5}{7}$ ; e)  $10\frac{3}{10}$ ; f)  $14\frac{9}{10}$ ;

g)  $3\frac{5}{17}$ ; h)  $6\frac{6}{23}$ .

3. Cine a introdus corect întregii în fracție?

Ana:  $3\frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 5 + 2}{5} = \frac{17}{5}$

Matei:  $3\frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2 + 5}{5} = \frac{11}{5}$

Ionela:  $3\frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2 + 5}{5} = \frac{11}{5}$



Argumentează răspunsul!

4. Stabilește egalități între numerele din primul rând și cele din al doilea.

$$3\frac{2}{11} \quad 31\frac{7}{15} \quad 24\frac{11}{12} \quad 300\frac{25}{27}$$

$$\frac{8125}{27} \quad \frac{35}{11} \quad \frac{472}{15} \quad \frac{299}{12}$$

### Gândesc creativ

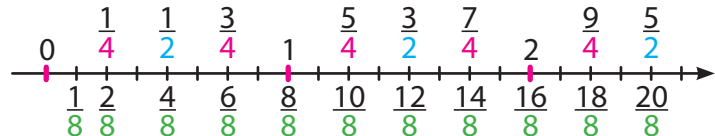
Un om a început să cumpere mere cu 5 lei și le-a vândut cu 3 lei. După un timp a devenit milionar. *Cum este posibil?*

**Observ. Descopăr. Înțeleg**

- Am învățat să reprezentăm numere naturale pe axa numerelor. Să încercăm să reprezentăm împreună câteva fracții! Uite, eu voi reprezenta fracțiile care nu sunt echiunitare și au numitorul 2!
- Eu voi reprezenta fracțiile care nu sunt echiunitare și au numitorul 4!
- Eu voi reprezenta fracțiile care nu sunt echiunitare, au numărătorul par și numitorul 8!

**Rezolvare:**

lată cum au reprezentat copiii o parte dintre fracții!

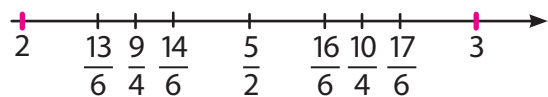


**Rețin**

Pentru a reprezenta una sau mai multe fracții pe o axă, procedăm astfel: observăm care este cel mai mare numitor și alegem unitatea de măsură astfel încât să putem reprezenta suficiente segmente corespunzătoare numărului de părți necesare.

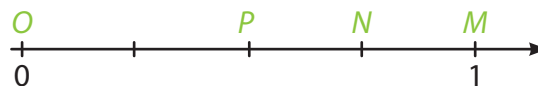
**Lucrez**

- Scrie fracțiile subunitare care au numitorii mai mici decât 6 și mai mari decât 3.
  - Alege o unitate de măsură convenabilă și reprezintă pe axa numerelor fracțiile ordinare determinate.
- Scrie cinci fracții supraunitare care au numărătorul mai mic decât 20 și numitorul mai mic decât 6.
  - Alege o unitate de măsură convenabilă și reprezintă pe axa numerelor fracțiile ordinare determinate la punctul a).
- Reprezintă pe axă fracțiile:
  - $\frac{3}{2}, \frac{7}{2}, \frac{5}{4}, \frac{11}{4}, \frac{1}{2}, \frac{15}{4}$   
(folosește unitatea de măsură de 2 cm).
  - $\frac{3}{5}, \frac{8}{10}, \frac{1}{2}, \frac{11}{5}, \frac{3}{10}, \frac{16}{5}$   
(folosește unitatea de măsură de 25 mm).
- Desenează o dreaptă pe care alegi punctele  $O$  și  $A$  astfel încât segmentul  $OA$  să aibă lungimea 12 cm. Fixează pe segment punctele  $B, C, D, E, F$  astfel încât:  
 $OB = 6$  cm,  $AC = 3$  cm,  $BD = 2$  cm,  $AE = 8$  cm,  $EF = 1$  cm.
  - Dacă punctului  $O$  îi corespunde numărul 0, iar punctului  $A$  îi corespunde numărul 1, scrie fracțiile corespunzătoare punctelor  $B, C, D, E$  și  $F$ .
- Observă următoarea reprezentare:



Stabilește care dintre fracții nu este reprezentată corect.

Observă desenul alăturat.



**Test**

Alege varianta corectă.

	A	B	C
1. Punctului $P$ îi corespunde fracția:	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$
2. Punctului $N$ îi corespunde fracția:	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$
3. Enumerarea punctelor $M, N, P$ , în ordinea crescătoare a fracțiilor corespunzătoare este:	$MNP$	$PNM$	$NPM$

## Lecția 6 | Compararea fracțiilor

### Observ. Descopăr. Înțeleg

Ioana, Călin și Maria au primit câte o pizza, de aceeași dimensiune. Observă cum le-a împărțit fiecare.



Ioana a mâncat 2 felii, iar Călin și Maria au mâncat fiecare câte o felie. Compară cât au mâncat:

a) Ioana și Călin;

b) Călin și Maria

**Rezolvare:**  $\frac{2}{6} > \frac{1}{6}$

$\frac{1}{6} < \frac{1}{4}$

### Rețin

- Dintre două fracții care au același numitor, este mai mare fracția care are **numărătorul mai mare**.

Dacă  $a > c$  și  $b \neq 0$ , atunci  $\frac{a}{b} > \frac{c}{b}$ .

- Dintre două fracții care au același numărător, este mai mare fracția care are **numitorul mai mic**.

Dacă  $b < c$  iar  $b \neq 0, c \neq 0$ , atunci  $\frac{a}{b} > \frac{a}{c}$ .

### Lucrez

1. Compară fracțiile:

a)  $\frac{12}{17}$  cu  $\frac{9}{17}$ ; b)  $\frac{15}{11}$  cu  $\frac{19}{11}$ ;

c)  $\frac{34}{27}$  cu  $\frac{44}{27}$ ; d)  $\frac{19}{45}$  cu  $\frac{17}{45}$ .

2. Compară fracțiile:

a)  $\frac{7}{2}$  cu  $\frac{7}{3}$ ; b)  $\frac{9}{5}$  cu  $\frac{9}{7}$ ;

c)  $\frac{12}{7}$  cu  $\frac{12}{13}$ ; d)  $\frac{100}{7}$  cu  $\frac{100}{23}$ .

3. Aplică una din metodele prezentate

\* alăturat pentru a compara:

a)  $\frac{88}{89}$  cu  $\frac{89}{90}$ ; b)  $\frac{101}{100}$  cu  $\frac{102}{101}$ ;

c)  $\frac{54}{55}$  cu  $\frac{55}{56}$ ; d)  $\frac{718}{717}$  cu  $\frac{717}{716}$ .

Cum comparăm  $\frac{11}{12}$  cu  $\frac{12}{13}$ ? Dar  $\frac{12}{11}$  cu  $\frac{13}{12}$ ?

Avem:  $\frac{11}{12} = \frac{12}{12} - \frac{1}{12} = 1 - \frac{1}{12}$

$\frac{12}{13} = \frac{13}{13} - \frac{1}{13} = 1 - \frac{1}{13}$ .

Dar  $\frac{1}{12} > \frac{1}{13}$ .

Atunci, deoarece le scădem din aceeași cantitate (un întreg), rezultatul va fi mai mare atunci când scădem mai puțin.

$1 - \frac{1}{13} > 1 - \frac{1}{12}$  deci  $\frac{12}{13} > \frac{11}{12}$  sau  $\frac{11}{12} < \frac{12}{13}$ .

La fel,  $\frac{12}{11} = \frac{11}{11} + \frac{1}{11} = 1 + \frac{1}{11}$ ,

$\frac{13}{12} = \frac{12}{12} + \frac{1}{12} = 1 + \frac{1}{12}$ .

În acest caz, adunând la aceeași cantitate (un întreg), rezultatul este mai mare când adunăm mai mult.

$1 + \frac{1}{11} > 1 + \frac{1}{12}$  deci  $\frac{12}{13} > \frac{13}{13}$  sau  $\frac{11}{12} < \frac{12}{13}$ .

## Lecția 7 | Cel mai mare divizor comun. Cel mai mic multiplu comun

### Observ. Descopăr. Înțeleg

Maria și Ionel se joacă *Divizori și multipli*. Maria are de scris toți divizorii lui 12 și primii 10 multipli nenuli ai aceluiași număr. Ionel are de făcut același lucru, dar pentru 15. După aceea, trebuie să afle dacă numerele lor au divizori și multipli comuni.

*Maria:* Divizorii lui 12 sunt **1, 2, 3, 4, 6 și 12**.  
Primii 10 multipli nenuli ai lui 12 sunt: 12, 24, 36, 48, **60**, 72, 84, 96, 108, **120**.

*Ionel:* Divizorii lui 15 sunt **1, 3, 5 și 15**.  
Primii 10 multipli nenuli ai lui 15 sunt: 15, 30, 45, **60**, 75, 90, 105, **120**, 135, 150.

Observăm că 12 și 15 au 2 divizori comuni: 1 și 3. Spunem că 3 este *cel mai mare divizor comun* al numerelor 12 și 15. *Multiplii comuni* ai lui 12 și 15 sunt 60 și 120, deci, 60 este cel mai mic dintre multiplii comuni ai celor două numere.

### Rețin

**Cel mai mare divizor comun** al numerelor naturale  $a$  și  $b$  este cel mai mare număr care divide atât pe  $a$  cât și pe  $b$ . **Cel mai mic multiplu comun** al numerelor  $a$  și  $b$  este cel mai mic număr care este divizibil atât cu  $a$ , cât și cu  $b$ .

### Aplic

Divizorii lui 4 sunt 1, 2 și 4. Multiplii nenuli ai lui 4: 4, 8, 12, 16, ..., 40, 44, ..., 56, 60, ...  
Divizorii lui 15 sunt: 1, 3, 5, 15. Multiplii nenuli ai lui 15: 15, 30, 45, 60, ...  
Observăm că 4 și 15 nu au divizori comuni diferiți de 1, iar cel mai mic multiplu comun este 60, adică produsul celor două numere.

Verifică dacă această proprietate se menține pentru numerele:

- a) 7 și 15; b) 14 și 21; c) 12 și 35.

### Rețin

Dacă două numere naturale nu au divizori comuni diferiți de 1, atunci cel mai mic multiplu comun al lor este produsul celor două numere.

### Lucrez

1. Pentru numerele 16 și 24:

- a) Determină toți divizorii fiecărui număr.  
b) Scrie primii 10 multipli nenuli ai numerelor.  
c) Determină cel mai mare divizor comun și cel mai mic multiplu comun al numerelor date.

2. Determină cel mai mic multiplu comun al numerelor:

- a) 24 și 32; b) 15 și 16; c) 21 și 20; d) 16 și 25;  
e) 32 și 33; f) 27 și 28.

3. Stabilește dacă următoarea afirmație este adevărată sau nu: *Două numere pare consecutive nu au divizori comuni diferiți de 1*. Argumentează răspunsul.

4. Determină cel mai mare divizor comun și cel mai mic multiplu comun al numerelor date.

a) 12 și 16;

b) 26 și 12;

c) 10 și 12;

d) 14 și 21;

e) 16, 18 și 12.

## Lecția 8 | Amplificarea și simplificarea fracțiilor

### Observ. Descopăr. Înțeleg

**Maria** și **Ionel** au cules fiecare 48 de nuci.

Maria a împărțit nucile sale, în mod egal, în 3 boluri. Ionel le-a pus, în mod egal, pe 12 farfurioare. Apoi a pus câte 4 farfurioare pe câte un platou.

Unde sunt mai multe nuci: într-un bol al Mariei sau pe un platou al lui Ionel?



### Rezolvare

Observăm că în fiecare bol al Mariei sunt  $48 : 3 = 16$  (nuci).

**Maria** are în fiecare bol  $\frac{1}{3}$  din numărul total al nucilor.

**Ionel** are pe fiecare farfurioară  $48 : 12 = 4$  (nuci).

Ionel are pe fiecare farfurioară  $\frac{1}{12}$  din numărul total al nucilor.

Pe un platou sunt 4 farfurioare, deci  $4 \cdot 4 = 16$  (nuci), adică  $\frac{4}{12}$  din numărul total al nucilor.

Maria are într-un bol tot atâtea nuci câte are Ionel pe un platou.

Avem  $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$ . Observăm că  $\frac{1}{3} = \frac{4 \cdot 1}{4 \cdot 3} = \frac{4}{12}$ . Avem și  $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ . Observăm că  $\frac{4}{12} = \frac{4 : 4}{12 : 4} = \frac{1}{3}$ .

### Rețin

A amplifica o fracție cu un număr natural diferit de zero înseamnă a înmulți atât numărătorul, cât și numitorul cu acel număr.

Prin amplificarea unei fracții se obține o fracție echivalentă cu cea dată.

$$\text{Notăm } \frac{a}{b} = \frac{m \cdot a}{m \cdot b}, b \neq 0, m \neq 0$$

A simplifica o fracție cu un număr natural diferit de zero înseamnă a împărți atât numărătorul, cât și numitorul la acel număr.

Prin simplificarea unei fracții se obține o fracție echivalentă cu cea dată.

$$\text{Notăm } \frac{a}{b} = \frac{a : m}{b : m}, b \neq 0, m \neq 0$$

Putem amplifica o fracție cu orice număr, dar nu putem simplifica decât cu un divizor comun al numărătorului și numitorului.

### Lucrez

#### 1. Amplifică fracțiile date.

$$\text{cu } 2: \frac{3}{19}, \frac{15}{4}, \frac{14}{15}, \frac{23}{45}, \frac{3}{25} \quad \text{cu } 3: \frac{8}{9}, \frac{2}{5}, \frac{4}{1}, \frac{11}{15}, \frac{24}{7}$$

$$\text{cu } 4: \frac{31}{5}, \frac{24}{25}, \frac{27}{20}, \frac{29}{51}, \frac{72}{34} \quad \text{cu } 5: \frac{12}{3}, \frac{17}{4}, \frac{31}{20}, \frac{72}{8}, \frac{9}{7}$$

#### 2. Determină fracțiile echivalente cu $\frac{9}{11}$ care au numărătorii:

a) 72; b) 27; c) 126; d) 603.

#### 3. Simplifică următoarele fracții.

$$\text{a) cu } 2: \frac{38}{24}, \frac{36}{48}, \frac{22}{52}, \frac{14}{26}, \frac{12}{70}, \frac{132}{144}, \frac{28}{402}, \frac{6}{56}$$

$$\text{b) cu } 3: \frac{81}{42}, \frac{36}{48}, \frac{21}{51}, \frac{114}{216}, \frac{27}{72}, \frac{132}{144}, \frac{228}{402}, \frac{36}{63}$$

#### 4. Simplifică.

$$\text{* a) } \frac{4+8}{2+6} \quad \text{b) } \frac{2^8}{2^5} \quad \text{c) } \frac{5^7 \cdot 3^9 \cdot 2^{10}}{5^8 \cdot 3^{10} \cdot 2^9} \quad \text{d) } \frac{3^{2016} - 3^{2014}}{3^{2017} - 3^{2015}}$$

$$\text{e) } \frac{4a-6b}{6a-9b} \quad \text{f) } \frac{abc \cdot abc}{123123} \quad \text{g) } \frac{1+2+3+\dots+2006}{2+4+6+\dots+4012}$$

#### 5. Determină „a” astfel încât fracția $\frac{2a}{30}$ să se simplifice: a) cu 5; b) cu 2; c) cu 10.

#### Gândesc creativ

Într-un sertar sunt 22 ciorapi albaștri și 35 ciorapi negri. Care este cel mai mic număr de ciorapi pe care trebuie să-l iei pentru a fi sigur că ai o pereche care se potrivește?

**Observ. Descopăr. Înțeleg**

Sanda, Cornel și Remus au primit ca temă simplificarea fracției  $\frac{36}{60}$ .

Iată cum a rezolvat fiecare copil.

Sanda a observat că se poate simplifica cu 2.  $\frac{36^{(2)}}{60} = \frac{18}{30}$ .

Apoi noua fracție a simplificat-o din nou cu 2.  $\frac{18^{(2)}}{30} = \frac{9}{15}$ .

A observat că 9 și 15 au divizor comun pe 3, deci a simplificat din nou, cu 3.  $\frac{9^{(3)}}{15} = \frac{3}{5}$ .



Cornel a observat că 36 și 60 sunt divizibile cu 3, deci a simplificat cu 3.  $\frac{36^{(3)}}{60} = \frac{12}{20}$ .

Apoi a simplificat de 2 ori cu 2.  $\frac{12^{(2)}}{20} = \frac{6^{(2)}}{10} = \frac{3}{5}$ .

Remus a spus că a observat că, pentru 36 și 60, 12 este cel mai mare divizor comun, deci

a simplificat astfel:  $\frac{36^{(12)}}{60} = \frac{3}{5}$ .

Observăm că toți cei 3 copii au ajuns la același rezultat, fracția  $\frac{3}{5}$ , care nu mai poate fi simplificată, deoarece numărătorul și numitorul nu au divizori comuni diferiți de 1.

**Rețin**

O fracție  $\frac{a}{b}$  este *ireductibilă* dacă numărătorul și numitorul nu au divizori comuni diferiți de 1.

Cea mai scurtă cale de a ajunge la forma ireductibilă a unei fracții este simplificarea cu cel mai mare divizor comun al numărătorului și numitorului.

**Lucrez**

1. Simplifică pentru a obține fracții ireductibile.

a)  $\frac{125}{325}, \frac{144}{264}, \frac{435}{342}, \frac{216}{630}, \frac{236}{476}, \frac{132}{492}, \frac{234}{522}, \frac{315}{225}$ ;

b)  $\frac{25 \cdot 37 - 427 : 7 + (3^5 - 3) : 12}{56 \cdot 27 + 245 : 7}$ .

2. Simplifică următoarele fracții.

a)  $\frac{378}{234}, \frac{360}{840}, \frac{126}{432}, \frac{324}{216}, \frac{405}{180}, \frac{1824}{384}, \frac{2718}{468}$ .

b)  $\frac{308}{264}, \frac{360}{945}, \frac{726}{836}, \frac{616}{902}, \frac{408}{180}, \frac{3828}{942}, \frac{1716}{638}$ .

3. Simplifică fracțiile:

a)  $\frac{1+2+3+\dots+20}{2+4+6+\dots+40}$       b)  $\frac{2+4+6+\dots+200}{3+6+9+\dots+300}$

4. Determină x astfel încât  $\frac{35}{4x}$  să fie reductibilă.

5. Analizează fracțiile de mai jos și demonstrează că următoarele fracții sunt echivalente.

$\frac{11}{55}, \frac{101}{505}, \frac{111}{555}, \frac{10101}{50505}$ .

6. Arată că următoarele fracții sunt ireductibile.

\* a)  $\frac{n+1}{n}$     b)  $\frac{2n+3}{3n+5}$     c)  $\frac{2^4 \cdot 5^9 + 2}{2^5 \cdot 5^4 + 5}$

7. Arată că următoarele fracții sunt reductibile.

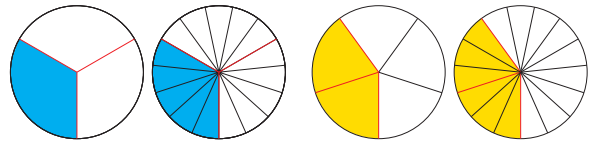
a)  $\frac{17^8 + 4}{4 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^{10}}$ , prin 5.

b)  $\frac{4^{100} \cdot 25^{102} - 1}{4^{103} \cdot 25^{100} - 1}$ , prin 3.

# Lecția 10 | Aducerea fracțiilor la același numitor

## Observ. Descopăr. Înțeleg

1. Avem fracțiile  $\frac{1}{3}$  și  $\frac{2}{5}$ . Putem să le transformăm astfel încât să aibă același numitor?



Observăm că putem să amplificăm fiecare fracție cu numitorul celeilalte și astfel vom obține fracții care au același numitor.

$${}^5) \frac{1}{3} = \frac{5}{15} \quad {}^3) \frac{2}{5} = \frac{6}{15}$$

### Rețin

Sunt date două fracții,  $\frac{a}{b}$  și  $\frac{c}{d}$ .

Le putem aduce la același numitor astfel:

$${}^d) \frac{a}{b} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d}, \quad {}^b) \frac{c}{d} = \frac{c \cdot b}{d \cdot b}$$

2. Să luăm acum fracțiile  $\frac{17}{12}$  și  $\frac{11}{18}$ .

Putem să procedăm ca în exemplul precedent și vom obține numitorul comun  $12 \cdot 18 = 216$ . Dar, dacă observăm că  $36 = 12 \cdot 3$  și  $36 = 18 \cdot 2$ , atunci numitorul comun este 36, cel mai mic multiplu comun al numerelor 12 și 18.

$${}^3) \frac{17}{12} = \frac{51}{36} \quad {}^2) \frac{11}{18} = \frac{22}{36}$$

### Rețin

Sunt date două fracții,  $\frac{a}{b}$  și  $\frac{c}{d}$ .

Dacă  $m$  este cel mai mic multiplu comun al numitorilor, atunci le putem aduce la același numitor astfel:

$${}^{m:b}) \frac{a}{b} = \frac{a \cdot (m:b)}{m}, \quad {}^{m:d}) \frac{c}{d} = \frac{c \cdot (m:d)}{m}$$

3. Fie fracțiile  $\frac{36}{15}$  și  $\frac{28}{35}$ .

Am fi tentați să aplicăm una dintre metodele de mai sus. Dar, dacă observăm că la prima fracție atât numărătorul, cât și numitorul sunt divizibile cu 3, iar la a doua, atât numărătorul, cât și numitorul sunt divizibile cu 7, putem simplifica.

Obținem:  $\frac{36}{15} \stackrel{(3)}{=} \frac{12}{5}$ , respectiv,  $\frac{28}{35} \stackrel{(7)}{=} \frac{4}{5}$ .

Iată deci că am putut să le aducem la același numitor prin simplificare!

## Lucrez

1. Adu la același numitor fracțiile următoare.

a)  $\frac{36}{3}, \frac{13}{7}$       b)  $\frac{7}{12}, \frac{13}{6}$       c)  $\frac{15}{4}, \frac{9}{16}$

d)  $\frac{3}{4}, \frac{5}{12}$       e)  $\frac{13}{11}, \frac{7}{9}$       f)  $\frac{32}{12}, \frac{13}{14}$

g)  $\frac{18}{42}, \frac{77}{35}$       h)  $\frac{2}{7}, \frac{3}{8}, \frac{5}{14}$

2. Adu fracțiile următoare la același numitor.

a)  $\frac{5}{12}, \frac{8}{15}, \frac{23}{30}$       b)  $\frac{5}{21}, \frac{11}{42}, \frac{1}{84}$

3. Amplifică sau simplifică fracțiile următoare astfel încât să aibă același numitor.

a)  $\frac{5}{7}, \frac{2}{3}, \frac{3}{14}$       b)  $\frac{5}{8}, \frac{3}{7}, \frac{11}{14}$

c)  $\frac{5}{6}, \frac{7}{12}, \frac{7}{8}$       d)  $\frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{5}{16}$

e)  $\frac{7}{10}, \frac{3}{8}, \frac{5}{9}$       f)  $\frac{12}{15}, \frac{6}{10}, \frac{36}{20}$

\* g)  $\frac{18}{27}, \frac{14}{35}, \frac{29}{15}$       h)  $\frac{9}{7}, \frac{11}{4}, \frac{5}{14}$

## Lecția 11 | Adunarea și scăderea fracțiilor

## Observ. Descopăr. Înțeleg

Ana și Maria au de pregătit decorațiuni pentru Crăciun. O treime din aceste decorațiuni sunt stelute, două cincimi sunt inimioare, iar restul sunt în formă de brăduți.

- Ce fracție reprezintă ornamentele în formă de stelute și inimioare?
- Care este fracția reprezentată de ornamentele în formă de brăduți?

## Rezolvare:

a) Avem de adunat fracțiile  $\frac{1}{3}$  și  $\frac{2}{5}$ .

Pentru aceasta trebuie să le aducem la același numitor.

$${}^5_1\frac{1}{3} + {}^3_2\frac{2}{5} = \frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{11}{15}$$

b) Scădem din întreg fracția  $\frac{11}{15}$ .  $1 - \frac{11}{15} = {}^{15}_1\frac{1}{1} - \frac{11}{15} = \frac{15}{15} - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$



## Rețin

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{{}^d_a}{b} + \frac{{}^b_c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} + \frac{c \cdot b}{d \cdot b} = \frac{a \cdot d + c \cdot b}{b \cdot d}$$

## Rețin

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{{}^d_a}{b} - \frac{{}^b_c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} - \frac{c \cdot b}{d \cdot b} = \frac{a \cdot d - c \cdot b}{b \cdot d}$$

Pentru a efectua o adunare sau o scădere a două fracții procedăm astfel:

- Aducem fracțiile la același numitor (de regulă, cel mai mic multiplu comun al numitorilor).
- Adunăm, respectiv, scădem numărătorii, numitorul rămânând același.

Adunarea fracțiilor are proprietățile adunării numerelor naturale.

1. Adunarea este **comutativă**

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$$

2. Adunarea este **asociativă**

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{e}{f} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right)$$

3. Adunarea are **element neutru**

$$\frac{a}{b} + 0 = 0 + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$$

## Aplic

1. Efectuează:

a)  $\frac{27}{14} - 0$    b)  $\frac{2}{3} - \left(\frac{5}{10} - \frac{1}{2}\right)$    c)  $\frac{34}{5} - \left(\frac{23}{2} - \frac{69}{6}\right)$

b)  $\frac{104}{11} - \frac{9}{2} - \frac{5}{22}$  și  $\frac{104}{11} - \left(\frac{9}{2} + \frac{5}{22}\right)$

c)  $\frac{334}{17} - \frac{23}{5} - \frac{28}{85}$  și  $\frac{334}{17} - \left(\frac{23}{5} + \frac{28}{85}\right)$

2. Efectuează și compară rezultatele:

a)  $\frac{54}{3} - \frac{4}{5} - \frac{1}{2}$  și  $\frac{54}{3} - \left(\frac{4}{5} + \frac{1}{2}\right)$

d)  $\frac{487}{32} - \frac{87}{64} - \frac{13}{16}$  și  $\frac{487}{32} - \left(\frac{87}{64} + \frac{13}{16}\right)$

## Rețin

Scăderea nu are proprietățile adunării, dar avem:

$$1) \frac{a}{b} - 0 = \frac{a}{b}$$

$$2) \frac{a}{b} - \frac{c}{d} - \frac{e}{f} = \frac{a}{b} - \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right)$$



## Lucrez

1. Calculează  $a, b, c$ , apoi sumele  $a + b, a + c, a + b + c$ , unde

$$a = \frac{5}{36} + \frac{1}{24}, \quad b = \frac{5}{12} + \frac{1}{24}, \quad c = \frac{5}{48} + \frac{1}{36}$$

2. Află sumele  $A = \frac{a}{b} + \frac{c}{d}, B = \frac{c}{d} + \frac{e}{f}, C = \frac{a}{b} + \frac{e}{f}$  pentru valorile din tabelul de mai jos:

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
$\frac{a}{b}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{5}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{10}{11}$	$\frac{11}{12}$
$\frac{c}{d}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{7}{6}$
$\frac{e}{f}$	$\frac{7}{30}$	$\frac{3}{14}$	$\frac{11}{36}$	$\frac{13}{24}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{4}{55}$	$\frac{5}{8}$

3. Efectuează calculele:

a)  $\frac{3}{11} + \frac{5}{22} + \frac{15}{44}$       b)  $\frac{7}{10} + \frac{3}{100} + \frac{5}{1000}$

c)  $\frac{30}{45} + \frac{98}{56} + \frac{21}{35}$       \* d)  $\frac{15}{75} + \frac{35}{25} + \frac{24}{40}$

e)  $\frac{3}{32} + \frac{5}{24} + \frac{7}{16}$       \* f)  $\frac{6}{13} + \frac{16}{26} + \frac{35}{65}$

g)  $\frac{7}{10} + \frac{5}{100} + \frac{3}{20}$       \* h)  $\frac{4}{3} + \frac{24}{36} + \frac{16}{24}$

4. Calculează  $a, b, c$ , apoi sumele  $a + b, c + a, a + b + c$ , unde

$$a = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} \quad b = \frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \frac{1}{50}$$

$$c = \frac{1}{20} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24}$$

5. Calculează diferențele:

a)  $\frac{47}{8} - \frac{33}{24}$       b)  $\frac{77}{12} - \frac{35}{36}$

c)  $\frac{323}{15} - \frac{124}{45}$       d)  $\frac{25}{9} - \frac{13}{12}$

6. Află cu cât este mai mare  $\frac{324}{17}$  decât suma

fracțiilor  $\frac{23}{34}$  și  $\frac{23}{51}$ .

7. Pe un rond de flori s-au plantat panseluțe, lalele și narcise. Panseluțele sunt plantate pe o treime din suprafață, lalelele pe o șesime, iar pe restul suprafeței s-au plantat narcise. Află fracția corespunzătoare suprafeței plantate cu narcise.



8. Efectuează.

a)  $\frac{123}{22} + \frac{49}{11} - \frac{76}{33}$       b)  $\frac{85}{12} + \frac{13}{48} - \frac{15}{24}$

9. Efectuează operațiile și compară rezultatele.

a)  $\frac{25}{3} - \frac{3}{4} - \frac{1}{2}$  și  $\frac{25}{3} - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right)$

b)  $\frac{251}{3} - \frac{13}{14} - \frac{11}{21}$  și  $\frac{251}{3} - \left(\frac{13}{14} - \frac{11}{21}\right)$

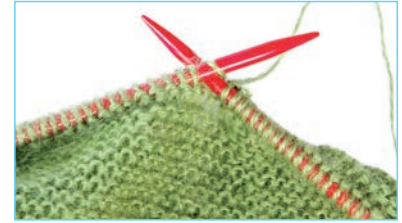
### Gândesc creativ



O atletă poate sări la nesfârșit. Cu toate acestea, de fiecare dată când sare, ea obosește și de aceea fiecare săritură are lungimea  $\frac{1}{2}$  din săritura anterioară. La prima săritură ea sare 50 cm. De câte sărituri are nevoie pentru a ajunge la 1 metru?

**Observ. Descoper. Înțeleg**

1. Maria și-a propus să confecționeze în câteva zile un fular tricotat. De luni până miercuri a tricotat zilnic  $\frac{2}{7}$  din lungimea fularului. Ce fracție din lungimea acesteia a tricotat în primele 3 zile?



**Rezolvare:**

Partea tricotată în 3 zile:  $\frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7} = \frac{6}{7}$ . Putem scrie:  $3 \cdot \frac{2}{7} = \frac{6}{7} = \frac{3 \cdot 2}{7}$ .

**Rețin**

Pentru a înmulți o fracție cu un număr natural, înmulțim numărul natural cu numărătorul, iar numitorul rămâne neschimbat.

$$\frac{a}{b} \cdot n = \frac{n \cdot a}{b}$$

2. Observă calculele următoare: a)  $\frac{5}{8} \cdot \frac{7}{9} = \frac{5 \cdot 7}{8 \cdot 9} = \frac{35}{72}$       b)  $\frac{5}{8} \cdot \frac{4}{35} = \frac{5 \cdot 4}{8 \cdot 35} = \frac{20}{280} \stackrel{(20)}{=} \frac{1}{14}$

Putem calcula și astfel: observăm că 5 și 35 sunt divizibile cu 5, iar 8 și 4 sunt divizibile cu 4, așa că putem simplifica înainte de a efectua înmulțirile:  $\frac{1 \cancel{5}}{2 \cancel{8}} \cdot \frac{\cancel{4}^1}{\cancel{35}_7} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 7} = \frac{1}{14}$

Pentru a înmulți o fracție cu o altă fracție, înmulțim numărătorii între ei și numitorii între ei.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

3. Observă!

a)  $\frac{3}{8} \cdot \frac{7}{11} = \frac{3 \cdot 7}{8 \cdot 11} = \frac{7 \cdot 3}{11 \cdot 8} = \frac{7}{11} \cdot \frac{3}{8}$

Înmulțirea a două fracții este comutativă.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \cdot \frac{a}{b}$$

b)  $\left(\frac{9}{5} \cdot \frac{4}{13}\right) \cdot \frac{7}{41} = \frac{9 \cdot 4}{5 \cdot 13} \cdot \frac{7}{41} = \frac{9 \cdot 4 \cdot 7}{5 \cdot 13 \cdot 41} = \frac{9}{5} \cdot \frac{4 \cdot 7}{13 \cdot 41} = \frac{9}{5} \cdot \left(\frac{4}{13} \cdot \frac{7}{41}\right)$

Înmulțirea a două fracții este asociativă.  $\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right) \cdot \frac{e}{f} = \frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}\right)$

c)  $\frac{3}{8} \cdot 1 = \frac{3 \cdot 1}{8} = \frac{1 \cdot 3}{8} = 1 \cdot \frac{3}{8} = \frac{3}{8}$

$1 = \frac{1}{1}$  este element neutru față de înmulțirea fracțiilor.

d) Avem:  $\frac{7}{12} \cdot \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{8}\right) = \frac{7}{12} \cdot \frac{4}{8} = \frac{28}{96}$  și  $\frac{7}{12} \cdot \frac{3}{8} + \frac{7}{12} \cdot \frac{1}{8} = \frac{21}{96} + \frac{7}{96} = \frac{28}{96}$

$$\frac{7}{12} \cdot \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{8}\right) = \frac{7}{12} \cdot \frac{3}{8} + \frac{7}{12} \cdot \frac{1}{8}$$

$$\frac{7}{12} \cdot \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{8}\right) = \frac{7}{12} \cdot \frac{2}{8} = \frac{14}{96} \text{ și } \frac{7}{12} \cdot \frac{3}{8} - \frac{7}{12} \cdot \frac{1}{8} = \frac{21}{96} - \frac{7}{96} = \frac{14}{96}$$

$$\frac{7}{12} \cdot \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{8}\right) = \frac{7}{12} \cdot \frac{3}{8} - \frac{7}{12} \cdot \frac{1}{8}$$

Înmulțirea fracțiilor este distributivă față de adunare sau scădere.

$$\frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{d}\right) = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} + \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{d}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} - \frac{e}{d}\right) = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} - \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{d}$$

Lucrez

1. Efectuează:

a)  $\frac{2}{5} \cdot \frac{6}{7}$     b)  $\frac{11}{12} \cdot \frac{3}{35}$     c)  $\frac{1}{21} \cdot \frac{3}{55} \cdot \frac{11}{23} \cdot \frac{7}{2}$   
 d)  $\frac{32}{3} \cdot \frac{25}{4}$     e)  $\frac{101}{15} \cdot \frac{36}{202}$     f)  $\frac{210}{9} \cdot \frac{8}{315}$

2. Calculează folosind factorul comun:

a)  $\frac{7}{12} \cdot \frac{23}{27} + \frac{7}{12} \cdot \frac{4}{27}$   
 b)  $\frac{17}{15} \cdot \frac{2}{34} + \frac{51}{5} \cdot \frac{2}{34}$   
 c)  $\frac{24}{35} \cdot \frac{18}{25} + \frac{24}{35} \cdot \frac{2}{15} + \frac{24}{35} \cdot \frac{11}{75}$   
 d)  $\frac{12}{49} \cdot \frac{81}{25} - \frac{1}{35} \cdot \frac{12}{5} + \frac{4}{25} \cdot \frac{12}{49}$

3. Calculează produsul  $\frac{a}{b} \cdot \frac{9}{14}$  pentru următoarele valori ale fracției  $\frac{a}{b}$ .

a)  $\frac{91}{18}$     b)  $\frac{14}{66}$     c)  $\frac{35}{54}$     d)  $\frac{26}{108}$


4. Calculează produsul  $\frac{5}{36} \cdot \frac{a}{b}$  pentru următoarele valori ale fracției  $\frac{a}{b}$ .

a)  $\frac{8}{15}$     b)  $\frac{63}{60}$     c)  $\frac{48}{45}$     d)  $\frac{63}{110}$

5. Calculează.

a)  $\frac{1}{12} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{16}{25} + \frac{1}{15} \cdot \frac{33}{4} \cdot \frac{28}{55}$   
 b)  $\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{12} \cdot \frac{7}{10} + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{15}$

6. a) Calculează.

  $a = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{7}{8}$   
 $b = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{8}{9}$

b) Reprezintă pe axă fracțiile obținute.  
 c) Compară fracțiile  $a$  și  $b$ .

7. a) Calculează.

$a = \left(\frac{12}{5} + \frac{3}{2}\right) \left(\frac{12}{5} - \frac{3}{2}\right) \cdot \frac{5}{13}$   
 $b = \left(\frac{13}{5} - \frac{2}{3}\right) \left(\frac{13}{5} + \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{5}{21} \cdot \frac{81}{29}$

b) Scoate întregii din fiecare fracție și compară  $a$  cu  $b$ .

8. Calculează.

$A = (a - b) \cdot (a + c) \cdot (a - c)(a + b)$ , pentru:

a)  $a = \frac{11}{3}, b = \frac{1}{2}, c = \frac{2}{5}$ ;  
 b)  $a = \frac{12}{5}, b = \frac{2}{3}, c = \frac{3}{4}$ ;  
 c)  $a = \frac{21}{2}, b = \frac{13}{6}, c = \frac{2}{3}$ .



9. Fie fracțiile  $\frac{3}{2}, \frac{13}{6}, \frac{2}{3}$ .

Calculează:

a) produsul dintre cea mai mare și cea mai mică dintre fracțiile date;  
 b) produsul dintre suma celor mai mici fracții cu diferența dintre cea mai mare și cea mai mică.

10. Cu următoarele fracții:  $\frac{5}{6}; \frac{12}{13}; \frac{17}{34}; \frac{2}{1}; \frac{13}{12}; \frac{12}{10}$ ,

 realizează înmulțiri care au produsul egal cu 1.

Test

Alege varianta corectă.

	A	B	C
1. Produsul fracțiilor $\frac{12}{85}$ și $\frac{51}{16}$ este:	$\frac{27}{17}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{12}{16}$
2. Dacă $a = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ și $b = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$ , atunci:	$a < b$	$a > b$	$a = b$

Observ. Descopăr. Înțeleg

• În curtea școlii este un teren pe care se plantează flori. Pe o pătrime s-au plantat panseluțe, iar pe restul terenului se plantează, în mod egal, lalele, narcise și zambile. Ce parte din teren se plantează cu narcise?

O pătrime se scrie  $\frac{1}{4}$ . Atunci restul terenului este  $\frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ .

Dacă împărțim în mod egal, avem evident  $\frac{3}{4} : 3 = \frac{3:3}{4} = \frac{1}{4}$ .

Observăm că putem scrie  $\frac{3}{4} : 3 = \frac{3}{4} : \frac{3}{1} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$ .



• Observă fracțiile  $\frac{8}{9}$  și  $\frac{9}{8}$ . Care este legătura dintre ele? Numărătorul uneia este numitorul celeilalte.

Spunem că  $\frac{9}{8}$  este inversa fracției  $\frac{8}{9}$ , iar  $\frac{8}{9}$  este inversa fracției  $\frac{9}{8}$ .

Rețin

Dacă  $a$  și  $b$  sunt numere naturale nenule, atunci fracția  $\frac{b}{a}$  este inversa fracției  $\frac{a}{b}$ , iar fracția  $\frac{a}{b}$  este inversa fracției  $\frac{b}{a}$ .

Să facem produsul  $\frac{8}{9} \cdot \frac{9}{8} = \frac{8 \cdot 9}{9 \cdot 8} = 1$

Produsul unei fracții cu inversa ei este egal cu 1.  $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$

Rețin

Câtul fracțiilor  $\frac{a}{b}$  și  $\frac{c}{d}$  este egal cu produsul primei fracții cu inversa celei de-a doua.  $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$

Lucrez

1. Scrie inversa fiecăreia dintre următoarele fracții.

a)  $\frac{12}{41}$ ; b)  $\frac{35}{42}$ ; c)  $\frac{74}{33}$ ; d)  $\frac{110}{214}$ .

2. Efectuează împărțirile următoare. Exprimă rezultatul sub formă de fracție ireductibilă.

a)  $\frac{25}{32} : \frac{15}{24}$ ; b)  $\frac{51}{26} : \frac{84}{91}$ ; c)  $\frac{117}{42} : \frac{198}{119}$ ; d)  $\frac{36}{49} : \frac{84}{81}$ .

3. Efectuează:

a)  $\frac{123}{31} : \left( \frac{17}{18} \cdot \frac{18}{17} \right)$ ; b)  $\frac{39}{45} : \left( \frac{107}{189} \cdot \frac{189}{107} \right)$ .

4. Efectuează și compară rezultatele:

a)  $\frac{56}{17} : \frac{18}{35} : \frac{42}{128}$  și  $\frac{56}{17} : \left( \frac{18}{35} \cdot \frac{42}{128} \right)$ ;

b)  $\frac{612}{35} : \frac{81}{14} : \frac{34}{15}$  și  $\frac{612}{35} : \left( \frac{81}{14} \cdot \frac{34}{15} \right)$ .

Împărțirea nu are proprietățile înmulțirii, dar avem:

$$\frac{a}{b} : 1 = \frac{a}{b} \text{ și } \frac{a}{b} : \frac{c}{d} : \frac{e}{f} = \frac{a}{b} : \left( \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f} \right)$$

## Lecția 14 | Ridicarea la putere a unei fracții

### Observ. Descopăr. Înțeleg

La fel ca la numerele naturale, avem:  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \dots \cdot \frac{a}{b}}_{\text{de } n \text{ ori}} \cdot \text{Putem scrie } \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

### Rețin

Pentru a ridica o fracție la o putere, ridicăm atât numărătorul, cât și numitorul la puterea respectivă. De asemenea, avem aceleași reguli de calcul ca la numere naturale:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n} \quad \left(\frac{a}{b}\right)^m : \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n} \quad \left[\left(\frac{a}{b}\right)^m\right]^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m \cdot n}$$

### Lucrez

1. Observă modelul:

$$\left(3\frac{2}{5}\right)^2 = \left(\frac{3 \cdot 5 + 2}{5}\right)^2 = \left(\frac{17}{5}\right)^2 = \frac{289}{25}$$

Calculează asemănător:

a)  $\left(1\frac{2}{3}\right)^4$ ; b)  $\left(7\frac{1}{4}\right)^3$ ; c)  $\left(9\frac{1}{7}\right)^3$ ;

d)  $\left(13\frac{2}{3}\right)^2$ ; e)  $\left(206\frac{17}{35}\right)^0$ .

2. Aplică regulile de calcul cu puteri și scrie rezultatul ca o putere a unei fracții:

a)  $\left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{12}$ ; b)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{15} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{27}$ ;

c)  $\left(\frac{11}{31}\right)^5 \cdot \left(\frac{11}{31}\right)^{54}$ ; d)  $\left(\frac{32}{7}\right)^{21} \cdot \left(\frac{32}{7}\right)^{120}$ .

3. Scrie rezultatul ca o putere a unei fracții:

a)  $\left(\frac{31}{2}\right)^{45} : \left(\frac{31}{2}\right)^{24}$ ; b)  $\left(\frac{35}{4}\right)^{89} : \left(\frac{35}{4}\right)^{74}$ ;

c)  $\left(\frac{101}{3}\right)^{64} : \left(\frac{101}{3}\right)^{58}$ ; d)  $\left(\frac{52}{17}\right)^{18} : \left(\frac{52}{17}\right)^{12}$ .


e)  $\left[\left(\frac{2}{2}\right)^3\right]^4$ ; f)  $\left[\left(\frac{17}{11}\right)^2\right]^7$ ;

g)  $\left[\left(\frac{25}{23}\right)^{17}\right]^2$ ; h)  $\left[\left(\frac{1}{8}\right)^5\right]^{11}$ .

Operațiile cu fracții ordinare se efectuează în aceeași ordine ca și operațiile cu numere naturale.

4. Calculează:

a)  $\left(\frac{2}{3}\right)^4$ ; b)  $\left(\frac{5}{9}\right)^3$ ; c)  $\left(\frac{11}{23}\right)^2$ ; d)  $\left(\frac{24}{31}\right)^2$ .

5. Calculează: 

\* a)  $\left\{ \frac{36}{5} : \left[ \left(\frac{9}{5}\right)^2 \cdot 2^2 \right] + \frac{28}{3} : \frac{42}{4} \right\} : \left\{ \frac{18}{7} : \left[ \left(\frac{7}{8}\right)^2 \cdot 3^2 \right] + \frac{25}{2} : \frac{2}{5} \right\}^0$

b)  $\left\{ \frac{9^2}{1+2^2} : \left[ \left(\frac{3^2}{5}\right)^2 \cdot (8 : 2^2) \right] + \frac{2^2 \cdot (8-7^0)}{27 : 3^2} : \frac{2 \cdot 5^2 - 2^3}{10 - 2 \cdot 3} \right\} : \left( \frac{9}{7} : \frac{8}{7} - \frac{2^0}{2} : \frac{7}{5^0} \right)$

### Test

Alege varianta corectă.

1.  $\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 : \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) =$

2.  $\frac{13}{25} : \frac{26}{75} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \frac{10}{27} =$

A	B	C
$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{3}$
$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{7}{3}$

## Lecția 15 | Aflarea unei fracții dintr-un număr sau o fracție

### Observ. Descoper. Înțeleg

1. Irina și Elena au decis să culeagă o parte din cele 10 kg de vișine, din care bunica va prepara sirop și dulceață.

Irina a cules  $\frac{2}{5}$  din cantitatea propusă, iar Elena,  $\frac{3}{10}$ .

Ce cantitate de vișine a cules fiecare fată?



### Rezolvare:

Irina a cules  $\frac{2}{5}$  din cele 10 kg.

Reprezentăm grafic:



$$\frac{1}{5} \text{ din } 10 \text{ kg} = 10 \text{ kg} \cdot \frac{1}{10} = \frac{10 \cdot 1}{5} = 2 \text{ kg}$$

$$\frac{2}{5} \text{ din } 10 \text{ kg} = 10 \text{ kg} \cdot \frac{1}{5} \cdot 2 = 4 \text{ kg}$$

Așadar, Irina a cules 4 kg de vișine.

Elena a cules  $\frac{3}{10}$  din cele 10 kg.

Reprezentăm grafic:



$$\frac{1}{10} \text{ din } 10 \text{ kg} = 10 \text{ kg} \cdot \frac{1}{10} = \frac{10 \cdot 1}{10} = 1 \text{ kg}$$

$$\frac{3}{10} \text{ din } 10 \text{ kg} = 10 \text{ kg} \cdot \frac{1}{10} \cdot 3 = 3 \text{ kg}$$

Așadar, Elena a cules 3 kg de vișine.

### Rețin

Pentru a afla o fracție dintr-un număr natural, înmulțim fracția cu numărul.

$$\frac{a}{b} \text{ din } N = \frac{a}{b} \cdot N = \frac{a \cdot N}{b}$$

2. La o școală, în *Săptămâna altfel* elevii claselor a V-a au participat la diverse activități.

$\frac{8}{15}$  dintre aceștia au vizitat un muzeu din București.

Muzeul Antipa a fost vizitat de  $\frac{1}{4}$  dintre ei,  $\frac{9}{16}$  dintre ei au vizitat Muzeul de Artă, iar restul au vizitat Muzeul Enescu.

Ce fracție din numărul elevilor de clasa a V-a reprezintă numărul celor care au vizitat Muzeul Enescu?



### Rezolvare:

$$\text{Elevii care au vizitat Muzeul Antipa: } \frac{1}{4} \text{ din } \frac{8}{15} = \frac{1}{4} \cdot \frac{8}{15} = \frac{1 \cdot 8}{4 \cdot 15} = \frac{8^{(4)}}{60} = \frac{2}{15}$$

$$\text{Elevii care au vizitat Muzeul de Artă: } \frac{9}{16} \text{ din } \frac{8}{15} = \frac{9}{16} \cdot \frac{8}{15} = \frac{9 \cdot 8}{16 \cdot 15} = \frac{72^{(24)}}{240} = \frac{3}{10}$$

$$\text{Elevii care au vizitat Muzeul Enescu: } \frac{8}{15} - \left( \frac{2}{15} + \frac{3}{10} \right) = \frac{2}{15} - \frac{13}{30} = \frac{16}{30} - \frac{13}{30} = \frac{3^{(3)}}{30} = \frac{1}{10}$$

### Rețin

Pentru a afla o fracție dintr-o fracție, înmulțim fracțiile.

$$\frac{a}{b} \text{ din } \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

## Lucrez

- Maria are de rezolvat 8 probleme. A rezolvat deja  $\frac{3}{4}$  din ele. Câte probleme mai are de rezolvat?
- Ionel a fost la pescuit. A prins 15 pești, dintre care  $\frac{3}{5}$  sunt carași, iar restul sunt crapi. Câți pești de fiecare fel a prins Ionel?



### 3. Matematica și biologia

Corpul omenesc conține aproximativ 65% apă. Aproximativ 70% din aceasta se află în celulele corpului.

Află care este masa apei conținută în celulele corpului, dacă acesta cântărește:

- a) 60 kg;      b) 40 kg;      c) 80 kg.

- Într-un club sportiv sunt înscriși 1 680 de copii.

Observă tabelul de mai jos.

Disciplina sportivă	Procentul
Atletism	20%
Baschet	15%
Fotbal	25%
Handbal	$\frac{35}{2}$ %
Judo	5%
Lupte libere	$\frac{15}{2}$ %
Volei	10%

Află câți copii practică fiecare sport.

- Află:

- a)  $\frac{5}{12}$  din 72 m      b)  $\frac{4}{7}$  din 175 ore  
 c)  $\frac{26}{11}$  din 7 821 ℓ      d)  $\frac{24}{13}$  din 221 minute  
 e)  $\frac{35}{36}$  din 900 kg      f)  $\frac{13}{72}$  din 360 zile

- Află:

- a)  $\frac{2}{7}$  din  $\frac{35}{12}$       b)  $\frac{5}{12}$  din  $\frac{54}{84}$   
 c)  $\frac{52}{49}$  din  $\frac{56}{13}$       d)  $\frac{9}{5}$  din  $\frac{85}{33}$   
 e)  $\frac{43}{42}$  din  $\frac{90}{86}$       f)  $\frac{43}{31}$  din  $\frac{62}{95}$

- După modelul:

$$24\% \text{ din } 500 = \frac{24}{100} \cdot 500 = \frac{24 \cdot 500}{100} = 120,$$

determină:

- a) 42% din 300      b) 17% din 1200  
 c) 36% din 500      d) 26% din 500

- Află:

- a) 5% din 320      b) 80% din 475  
 c) 20% din 265      d) 10% din 790  
 e) 25% din 864      f) 50% din 678  
 g) 60% din 685      h) 75% din 968

## Rețin

Verifică și reține următoarele rezultate:

$$1\% = \frac{1}{100} \quad 2\% = \frac{1}{50} \quad 4\% = \frac{1}{25} \quad 5\% = \frac{1}{20}$$

$$10\% = \frac{1}{10} \quad 20\% = \frac{1}{5} \quad 25\% = \frac{1}{4} \quad 40\% = \frac{2}{5}$$

$$50\% = \frac{1}{2} \quad 60\% = \frac{3}{5} \quad 75\% = \frac{3}{4} \quad 80\% = \frac{4}{5}$$

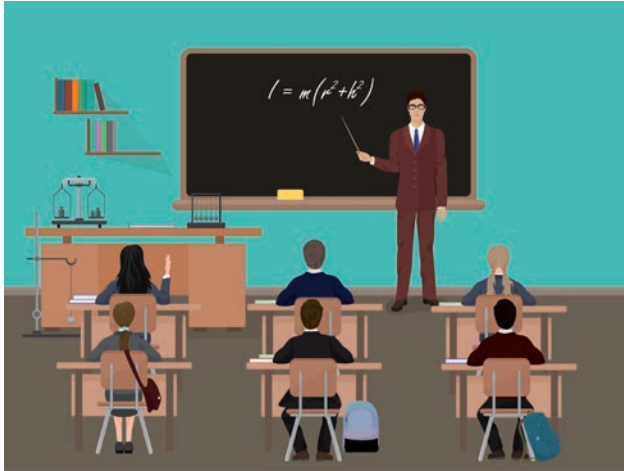
$$1\% \text{ din } a = a : 100 \quad 2\% \text{ din } a = a : 50$$

$$4\% \text{ din } a = a : 25 \quad 5\% \text{ din } a = a : 20$$

$$10\% \text{ din } a = a : 10 \quad 20\% \text{ din } a = a : 5$$

$$25\% \text{ din } a = a : 4 \quad 50\% \text{ din } a = a : 2$$

1. În clasa a V-a A sunt 30 de elevi.  $\frac{3}{5}$  dintre ei sunt fete, iar restul sunt băieți. Află câte fete și câți băieți sunt în acea clasă.



2. Maria a fost plecată într-o excursie timp de 4 zile. În prima zi a cheltuit 25% din banii pe care îi avea. În fiecare din zilele a doua și a treia a cheltuit cu 5 lei mai mult decât în ziua anterioară. Suma cheltuită în ziua a patra reprezintă 40% din cât a cheltuit în a doua și a treia zi la un loc. Știind că a cheltuit toți banii pe care îi avea, află ce sumă a cheltuit în fiecare din cele 4 zile.



3. La un concurs de ghicitori s-au acordat 3 premii însumând 380 lei. Află suma primită de cei 3 copii, știind că suma primită de unul dintre ei este egală cu 30% din suma altui copil și, în același timp, egală cu jumătate din suma primită de al treilea copil.

4. Un turist a parcurs un traseu în 4 zile. În prima zi a parcurs  $\frac{3}{11}$  din tot traseul. A doua zi a parcurs  $\frac{3}{8}$  din distanța rămasă, a treia zi  $\frac{3}{5}$  din noul rest, iar în a patra zi, restul, adică 28 km. Află ce distanță a parcurs în total și cât a parcurs în fiecare din cele 4 zile.



5. În timpul vacanței de primăvară, Ioana petrece zilnic 4 ore în parc.

O treime din acest timp îl petrece jucând badminton,  $\frac{1}{4}$  merge cu bicicleta, iar restul timpului joacă șotron cu prietenele sale. Cât durează fiecare din activitățile din parc ale Ioanei?



6. Perimetrul unui pătrat este egal cu  $\frac{4}{7}$  din perimetrul unui dreptunghi. Determină latura pătratului, știind că lungimea dreptunghiului este cu 15 dm mai mare decât lățimea și de 6 ori mai mare decât aceasta.



7. În camera bunicii sunt 12 kg de zahăr, făină și orez. Cantitatea de orez este de două ori mai mică decât cea de zahăr și de trei ori mai mică decât cantitatea de făină. Află cantitățile din fiecare aliment.



8. Pentru prepararea unui compot asortat, mama a utilizat mere, pere și gutui. Numărul merelor reprezintă  $\frac{3}{7}$  din numărul total al fructelor, gutuile sunt  $\frac{2}{5}$  din rest și încă 10, iar restul, 62, sunt pere. Determină câte mere și câte gutui s-au folosit la compot.



9. Într-o livadă s-au plantat meri, peri, pruni și piersici. Pe  $\frac{1}{8}$  din suprafață s-au plantat piersici, pe  $\frac{3}{7}$  din rest s-au plantat meri, pe o suprafață cât jumătate din cea plantată cu meri și cu piersici s-au plantat peri, iar pe restul terenului, 24 hectare, s-au plantat pruni.

(1 hectar, notat 1 ha, este suprafața unui pătrat cu latura de 100 m)

Află pe ce suprafață s-a plantat fiecare tip de pomi.

10. Clasa lui Marian a plecat în excursie. După ce au parcurs  $\frac{5}{17}$  din traseu și încă 114 km, au constatat că parcurseseră  $\frac{2}{3}$  din drum. Care a fost lungimea traseului?

11. La o fermă sunt 12 vaci. Din laptele colectat zilnic,  $\frac{1}{4}$  se reține pentru consumul propriu,  $\frac{2}{3}$  din rest se folosesc la prepararea brânzei, iar din rest, 36 de litri, se prepară smântână. Care este cantitatea medie de lapte produsă zilnic de fiecare vacă?



12. Ionuț avea un bol cu alune. După ce a mâncat  $\frac{1}{3}$  din ele și încă 25 a constatat că mai are un sfert din câte a avut la început. Câte alune a avut la început și câte a mâncat?



13. Două numere au suma egală cu 351. Determină numerele știind că diferența dintre ele este de 7 ori mai mare decât o treime din numărul mai mic.

14. În vacanța de iarnă, Tudor și Ioana au fost la munte. Acolo un făcutor a făcut un castel din bulgări de zăpadă. Află câți bulgări au folosit, știind că Ioana a făcut de două ori mai mulți decât Tudor și, în același timp, numărul bulgărilor săi este cu  $2^7$  mai mare decât al lui Tudor.

### Gândesc creativ



Ai două fitile de lumânare. Când este aprins la un capăt, fiecare din ele arde complet în exact o oră. Totuși, fiecare fitil arde într-un ritm diferit. Poți măsura 45 de minute folosind doar aceste două fitile și o brichetă?

# ANTRENAMENT

PLUS

- ✓ Consolidare
- ✓ Aprofundare
- ✓ Excelență

## Consolidare

- 1 Scrie trei fracții:  
a) subunitare, al căror numitor să fie 11;  
b) supraunitare, al căror numitor să fie 5.
- 2 Determină numărul natural  $n$  pentru care fracția  $\frac{13}{n+1}$  să fie echiunitară.
- 3 Răspunde cu „A” dacă fracțiile din pereche sunt echivalente și cu „F” dacă fracțiile din pereche nu sunt echivalente.  
a.  $\frac{15}{13} = \frac{3}{13}$    b.  $\frac{27}{18} = \frac{3}{2}$    c.  $\frac{56}{49} = \frac{8}{7}$    d.  $\frac{20}{15} = \frac{5}{3}$
- 4 Determină numărul natural  $n$ , astfel încât egalitățile să fie adevărate.  
a.  $\frac{2}{5} = \frac{n}{15}$    b.  $\frac{9}{7} = \frac{27}{n}$    c.  $\frac{n}{11} = \frac{9}{33}$
- 5 Reprezintă pe axa numerelor punctele A  $\left(\frac{3}{4}\right)$  și B  $\left(\frac{5}{4}\right)$ .
- 6 Scoate întregii din fracție:  
a.  $\frac{64}{11}$    b.  $\frac{73}{8}$    c.  $\frac{83}{9}$
- 7 Introdu întregii în fracție:  
a.  $5\frac{1}{9}$    b.  $11\frac{2}{7}$    c.  $7\frac{9}{8}$
- 8 Încercuți fracțiile ireductibile:  
 $\frac{1}{3}; \frac{2}{4}; \frac{5}{9}; \frac{9}{27}; \frac{3}{7}; \frac{22}{11}; \frac{6}{5}$
- 9 Compară fracțiile din fiecare pereche:  
a.  $\frac{5}{17}$  și  $\frac{9}{17}$    b.  $\frac{11}{3}$  și  $\frac{11}{4}$    c.  $\frac{2}{3}$  și  $\frac{3}{5}$ .
- 10 Ordonează crescător fracțiile:  
a.  $\frac{2}{5}; \frac{3}{5}; \frac{5}{5}; \frac{7}{5}$    b.  $\frac{7}{8}; \frac{7}{4}; \frac{7}{9}; \frac{7}{5}$

## Aprofundare

- 11 Costul citește în prima zi  $\frac{1}{3}$  din paginile cărții de lectură, a doua zi  $\frac{4}{12}$ , a treia zi  $\frac{3}{9}$  și a patra zi  $\frac{7}{21}$

din totalul de pagini. Stabilește o ierarhie a paginilor citite pe cele patru zile.

- 12 Copiază și înlocuiește litera cu un număr pentru a obține egalitate adevărată:  
a.  $\frac{11}{7} + \frac{a}{7} = \frac{13}{7}$    b.  $\frac{b}{11} + \frac{9}{11} = \frac{17}{11}$    c.  $\frac{c}{5} - \frac{4}{5} = \frac{8}{5}$   
d.  $\frac{13}{3} - \frac{d}{3} = \frac{8}{3}$
- 13 Se dau numerele naturale 12 și  $n$ ,  $n \neq 0$ . Determină trei valori ale lui  $n$ , astfel încât:  
a) c.m.m.d.c al numerelor 12 și  $n$  să fie 4;  
b) numerele 12 și  $n$  să fie prime între ele.
- 14 Află cel mai mic număr natural nenul care se divide cu 5, 6 și 9.
- 15 Determină numărul natural nenul  $n$  pentru care  $n+2$  este divizor propriu al lui 15.
- 16 Determină numerele naturale  $\overline{13ab}$  divizibile cu 3 și 5.
- 17 Pe  $\frac{2}{7}$  din suprafața podelei unui apartament se pune gresie, iar pe  $\frac{4}{7}$  din suprafața podelei se pune parchet. Dacă apartamentul are 105 m<sup>2</sup>, ce suprafață de podea rămâne pentru a se pune mochetă?
- 18 Un agricultor a recoltat 1 525 kg de cartofi. Din vânzarea a  $\frac{4}{5}$  din această cantitate, el obține suma de 2 440 lei. Află prețul cu care a vândut agricultorul cartofii.
- 19 La o societate de producție lucrează 360 de ingineri, din care 80% sunt femei. Află numărul bărbaților care lucrează la această societate.
- 20 Calculează:  
 $\left(\frac{5}{6} + \frac{11}{12} + \frac{1}{4}\right)^4 - \frac{79}{5}$

## Excelență

- 21  $\frac{1}{2} + \left\{ \left[ 3 : \frac{5}{4} - \left( \frac{1}{2} \right)^3 \right] \cdot \frac{1}{4} - \left( \frac{1}{2} \right)^3 \right\} : \frac{29-3}{2^4} - 1$
- 22 Distanța pe șosea dintre două orașe este de 630 km. Un automobil parcurge  $\frac{3}{7}$  din distanță cu 70 km/h,  $\frac{2}{9}$  din rest cu viteza de 60 km/h, iar restul cu viteza de 50 km/h. Află ce distanță a parcurs automobilul cu 50 km/h.



**1** Scrie fracțiile subunitare care au la numitor 2 sau 3.

**2** Scrie fracțiile supraunitare care au la numărător 2 sau 3.

**3** Scrie toate fracțiile la care numărătorul este cuprins între 4 și 8, iar numitorii între 3 și 7, apoi selectează dintre ele:

- a. fracțiile subunitare;
- b. fracțiile echiunitare;
- c. fracțiile supraunitare.

**4** Ordonează fracțiile:

a. crescător  $\frac{15}{28}, \frac{9}{28}, \frac{31}{28}, \frac{17}{28}, \frac{5}{28}$

b. descrescător  $\frac{24}{7}, \frac{24}{9}, \frac{24}{11}, \frac{24}{5}, \frac{24}{2}$

**5** Află valoarea lui  $a$  astfel încât fracțiile de mai jos să fie echiunitare:

a.  $\frac{3}{a+1}$  ;      b.  $\frac{a+2}{5}$  ;

c.  $\frac{3+a}{6}$  ;      d.  $\frac{a-5}{8}$  ;

e.  $\frac{2a}{8}$  ;      f.  $\frac{3a}{15}$  ;

g.  $\frac{a:5}{4}$  ;      h.  $\frac{2a+1}{7}$  .

**6** Reprezintă pe axa numerelor fracțiile:

a.  $\frac{3}{2}$ ;    b.  $\frac{1}{5}$ ;    c.  $\frac{1}{4}$ ;    d.  $\frac{5}{8}$ .

**7** Reprezintă pe axa numerelor:

a.  $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{10}$ ;      b.  $\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{5}{6}$ ;

c.  $\frac{2}{5}; \frac{7}{10}; \frac{1}{2}$ ;      d.  $\frac{1}{4}; \frac{5}{4}; \frac{5}{2}$ .

**8** Compară fracțiile:

a.  $\frac{7}{8}$  și  $\frac{3}{8}$ ;    b.  $\frac{9}{5}$  și  $\frac{9}{4}$ ;    c.  $\frac{2}{3}$  și  $\frac{3}{4}$ .

**9** Simplifică fracțiile:

a.  $\frac{12}{36}$ ;    b.  $\frac{75}{90}$ ;    c.  $\frac{88}{352}$ ;    d.  $\frac{102}{306}$ .

**10** Simplifică fracțiile următoare astfel încât să obții fracții ireductibile:

a.  $\frac{45}{27}$ ;      b.  $\frac{350}{280}$ .

**11** Care dintre următoarele fracții sunt ireductibile?

a.  $\frac{35}{98}$ ;    b.  $\frac{111}{57}$ ;    c.  $\frac{33}{91}$ ;    d.  $\frac{202}{360}$ ;

e.  $\frac{17}{32}$ ;    f.  $\frac{12}{19}$ ;    g.  $\frac{34}{51}$ ;    h.  $\frac{20}{37}$ .

**12** Adu la același numitor următoarele fracții:

a.  $\frac{3}{5}; \frac{9}{2}; \frac{7}{4}$ ;      b.  $\frac{19}{3}; \frac{8}{21}; \frac{5}{7}$ ;

c.  $\frac{75}{35}; \frac{39}{91}; \frac{187}{77}$ ;      d.  $\frac{7}{8}; \frac{9}{12}; \frac{5}{48}$ .

**13** Efectuează operațiile:

a.  $\frac{37}{12} + \frac{19}{3} - \frac{11}{4}$       b.  $\frac{36}{5} - \frac{7}{15} - \frac{5}{3}$ ;

c.  $\frac{25}{7} - \frac{3}{11} + \frac{8}{77}$ ;      d.  $\frac{111}{8} - \frac{39}{12} - \frac{7}{4}$ .

**14** Calculează:

a.  $\frac{5}{9}$  din 360 lei;    b.  $\frac{7}{5}$  din 540 kg;

c.  $\frac{3}{7}$  din  $(\frac{28}{81})$  din 135 ℓ).

**15** Calculează:

a.  $\frac{11}{15} + \frac{7}{15} - \frac{8}{15}$ ;    b.  $\frac{23}{24} + \frac{17}{36} - \frac{91}{72}$ ;

c.  $\frac{17}{2} - \left[ \left( \frac{8}{3} - \frac{7}{24} \right) - \frac{11}{8} \right] - \frac{23}{4}$

d.  $\frac{24}{35} \cdot \frac{7}{27}$ ;      e.  $\frac{72}{49} : \frac{8}{7}$ ;

f.  $\frac{18}{5} : \left[ \left( \frac{9}{8} \cdot \frac{24}{35} \right) : \frac{81}{7} \right]$

**16** Efectuează operațiile. Exprimă rezultatul sub formă de fracție ireductibilă, apoi scoate întregii din fracție, dacă este posibil.

\* a)  $\frac{306}{14} \cdot \frac{18}{85} \cdot \frac{56}{3}$  b)  $\frac{68}{15} : \frac{26}{25} : \frac{17}{3}$ ;  
 c)  $\frac{48}{35} : \frac{39}{7} \cdot \frac{143}{60}$ ; d)  $\frac{111}{8} - \frac{39}{12} - \frac{7}{4}$ .

**17** Scrie ca o putere a unei fracții.

a)  $\left(\frac{17}{25}\right)^2 \cdot \left(\frac{17}{25}\right)^8$ ; b)  $\left(\frac{30}{7}\right)^{21} : \left(\frac{30}{7}\right)^{12}$ ;  
 c)  $\left[\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]^8$  d)  $\left(\frac{111}{8} - \frac{39}{12} - \frac{7}{4}\right)^0$ .

**18** Un televizor costa 1 230 lei. Care este prețul său după o ieftinire cu 20%?



**19** Un magazin a scumpit cu 10% un obiect care costa 300 lei. După un timp, l-a ieftinit cu 10%. Cât costă obiectul după ieftinire?

**20** Maria are 125 de mărgelile albe, roșii și portocalii. Două cincimi din ele sunt albe, iar  $\frac{7}{15}$  din restul mărgelilor sunt portocalii.

Află, în două moduri, numărul mărgelilor de fiecare culoare.



**21** Un dispozitiv de stocare a informațiilor costa 450 lei. Inițial, prețul a fost mărit cu 10%, după care a fost micșorat cu 20% din noul preț. Care este prețul final?



Scrie rezolvările complete.

Timp de lucru: 50 de minute



### Subiectul I (30 p)

**1** Copiază pe foaia de matematică figurile de mai jos, apoi colorează părțile din întreg, reprezentate de fracțiile scrise în dreptul fiecărui desen:

a.  $\frac{1}{2}$ 


    b.  $\frac{3}{6}$ 


    c.  $\frac{2}{6}$ 


    d.  $\frac{4}{12}$ 


**2** Compară fracțiile, punând între ele semnul corect (<, =, >):

a.  $\frac{1}{2}$        $\frac{3}{6}$       b.  $\frac{3}{6}$        $\frac{2}{6}$       c.  $\frac{2}{6}$        $\frac{4}{12}$       d.  $\frac{1}{2}$        $\frac{4}{12}$

**3** Unește printr-o linie de altă culoare fiecare fracție din rândul A, cu fracția echivalentă din rândul B.

A      a.  $\frac{1}{4}$       b.  $2\frac{1}{3}$       c. 5%      d.  $\frac{17}{3}$

B      1.  $\frac{14}{6}$       2.  $\frac{25}{100}$       3.  $5\frac{2}{3}$       4.  $\frac{2}{60}$       5.  $\frac{2}{40}$

### Subiectul II (30 p)

**4** Ordonează crescător fracțiile din rândul A, exercițiul 3, de mai sus. (Atenție: se poate rezolva în două moduri!)

**5** Efectuează operațiile, apoi exprimă rezultatul sub formă de fracție ireductibilă și scoate întregii din fracție, acolo unde este posibil.

a.  $\frac{19}{12} + \frac{17}{4} - \frac{2}{3}$ ;      b.  $\frac{13}{9} \cdot \frac{3}{11} + \frac{3}{22} : \frac{9}{11}$ ;      c.  $\left[ 1 + \left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} \right]^{-0} - \frac{8}{27} : \left(\frac{2}{3}\right)^2$

### Subiectul II (30 p)

**6** Bunicii Gabrielei stau la 120 km distanță. Ea se duce la ei cu mașina condusă de mama ei, în trei etape. În prima etapă, ele parcurg 20% din drum și încă 16 km, în a doua etapă parcurg cu 10 km mai puțin decât  $\frac{3}{4}$  din distanța rămasă de parcurs, iar în a treia etapă, restul. Câți km au parcurs în fiecare etapă?



**7** Într-un liceu, 25% din totalul elevilor sunt în ciclul primar,  $\frac{2}{5}$  sunt în gimnaziu, iar restul de 70 de elevi sunt liceeni. Câți elevi sunt în ciclul primar? Dar în gimnaziu? Câți elevi are liceul în total?

Ex. 1	Ex. 2	Ex. 3	Ex. 4	Ex. 5	Ex. 6	Ex. 7
a) 2 p	a) 3 p	a) 2 p	10 p	a) 5 p	15 p	15 p
b) 2 p	b) 3 p	b) 2 p		b) 5 p		
c) 3 p	c) 3 p	c) 2 p		c) 10 p		
d) 3 p	d) 3 p	d) 2 p				
Se acordă 10 puncte din oficiu.					Total 100 de puncte	



✓ Verifică dacă ai răspuns corect consultând pagina 192.

✓ Descarcă din manualul digital , apoi completează fișa *Observ! Apreciez! Evoluez!* Adaug-o în portofoliu.

# Fracții zecimale

$$\frac{1}{10} \quad 0,1$$

$$\frac{1}{100} \quad 0,01$$

$$\frac{1}{1000} \quad 0,001$$

## Pe parcursul acestei unități vei exersa:

- ✓ Identificarea fracțiilor ordinare sau zecimale în contexte variate
- ✓ Identificarea noțiunilor geometrice elementare și a unităților de măsură în diferite contexte
- ✓ Efectuarea de calcule cu numere naturale, fracții ordinare sau zecimale, folosind proprietăți ale operațiilor aritmetice
- ✓ Utilizarea de algoritmi pentru efectuarea operațiilor cu fracții ordinare sau zecimale
- ✓ Utilizarea limbajului specific fracțiilor /procentelor în situații date
- ✓ Analizarea unor situații date în care intervin fracții pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule
- ✓ Modelarea matematică a unei situații date cu numere naturale, fracții ordinare sau zecimale, rezolvarea problemei obținute prin metode aritmetice și interpretarea rezultatului
- ✓ Reprezentarea matematică a unei situații date, provenite din practică, în context intra și interdisciplinar (geografie, fizică, economie etc.)

## Matematica de lângă noi



### Proiect

### Tema 5 Frații ordinare și zecimale speciale.



#### Structura proiectului

**1** Dacă  $a$  este un număr natural mai mare sau egal cu 2 și mai mic sau egal cu 10, verifică următoarele egalități:

$$1) a \cdot \frac{a}{a-1} = a + \frac{a}{a-1}$$

$$2) a \cdot \frac{a}{a+1} = a - \frac{a}{a+1}$$

$$3) \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{a+1} = \frac{1}{a} - \frac{1}{a+1}$$

**3** Cele trei egalități sunt adevărate pentru orice număr natural mai mare decât 1. Așadar există numere raționale pozitive, de anumite forme, al căror produs este egal cu suma sau diferența lor.

**4** Toate calculele și transformările le vei scrie pe foi albe format A4 și le adaugi la portofoliul personal.

**2** Verifică dacă egalitățile sunt adevărate și pentru valori naturale ale lui  $a$  mai mari decât 10, transformând fracțiile ordinare din cele trei egalități în fracții zecimale cu ajutorul calculatorului.

Pentru fiecare egalitate, dă trei exemple, după modelul:

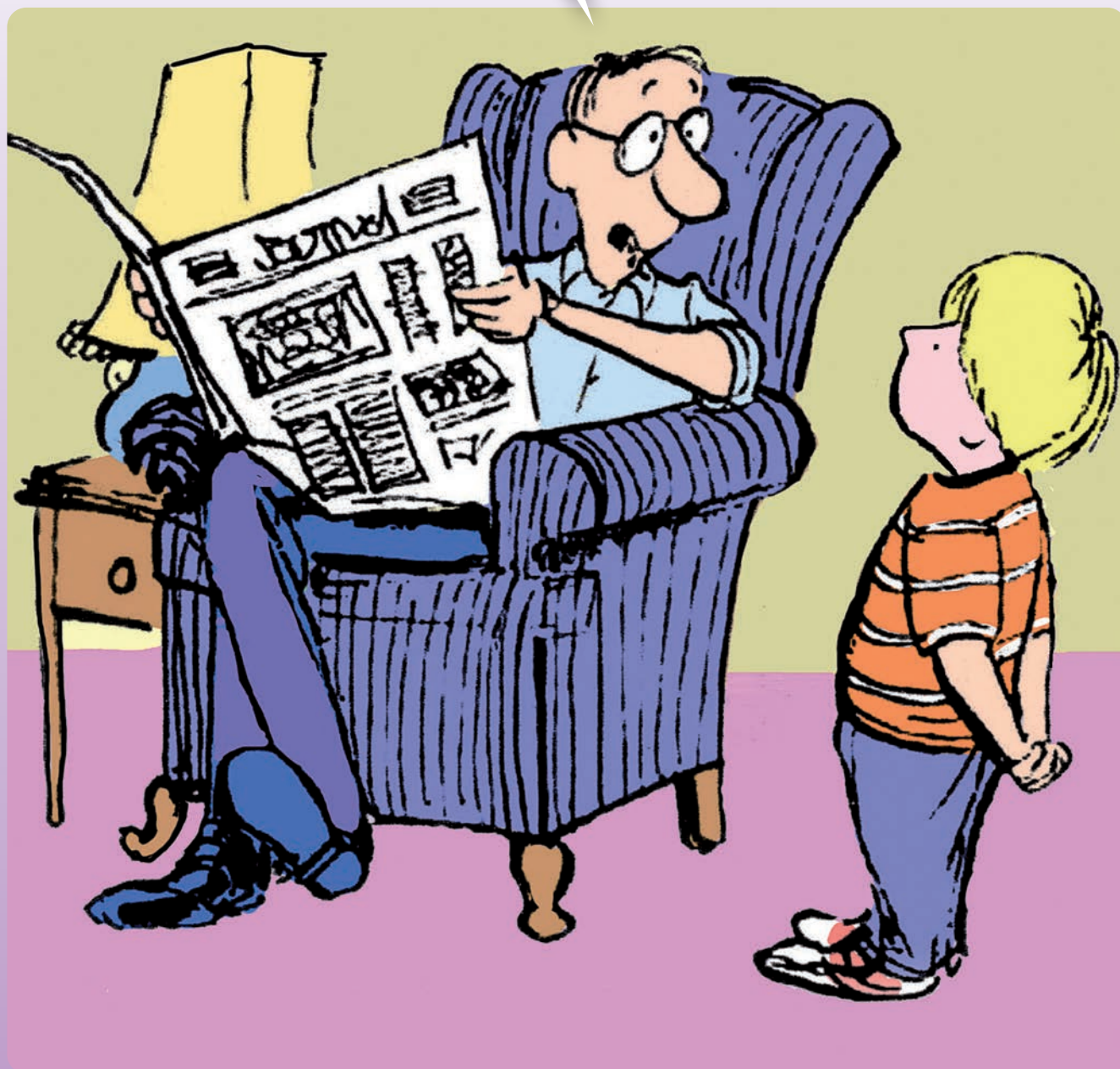
$$1) 21 \cdot 1,05 = 21 + 1,05$$

$$2) 15 \cdot 0,9375 = 15 - 0,9375$$

$$3) 0,0(6) \cdot 0,0625 = 0,0(6) - 0,0625$$

## Hm... oare la ce folosește asta?

*Când vei învăța fracțiile zecimale, îți vei da seama că 7,5% reprezintă o creștere importantă a sumei pe care o primești lunar ca bani de buzunar.*



*Observ. Descopăr. Înțeleg*

Pentru participarea la finala națională a Campionatului de Handbal, Consiliul Local a hotărât să sprijine financiar achiziționarea unui set nou de echipament pentru echipa de handbal a școlii. După achitarea tuturor comisioanelor bancare, Asociația sportivă are în cont suma de 4 675 lei. Știind că echipa de handbal este formată din 7 jucători și trei rezerve, află care este suma de bani ce revine fiecărui membru al echipei.

**Rezolvare:**

Sunt 10 membri în echipă, iar suma este de 4 675 lei. Avem relația  $4\ 675 = 10 \cdot 467 + 5$ .

Fiecare membru va avea alocată suma de 467 lei și mai rămâne un rest de 5 lei.  $5 \text{ lei} = 500 \text{ bani}$

Împărțim din nou la numărul de sportivi.

Fiecărui sportiv îi revine suma de 467 lei și 50 bani.

Acest calcul matematic poate fi scris și în forma

$$\frac{4\ 675}{10} = \frac{4\ 670 + 5}{10} = \frac{4\ 670}{10} + \frac{5}{10} = 467 + \frac{5}{10} = 467 + 0,5 = 467,5.$$

Numere de tipul 1,53 sau 51,4 le întâlnim deseori când vorbim despre înălțimea colegului de bancă (măsurată în metri) sau despre greutatea sa (măsurată în kilograme).

În exemplul anterior, am observat că acei 5 lei care rămăneau ca rest au fost transformați în 500 de bani, ceea ce a permis împărțirea în continuare. Așadar, putem întâlni aceeași valoare numerică scrisă sub forma  $\frac{5}{10}$  sau sub forma 0,5.



**Rețin**

Fracția  $\frac{1}{10}$  reprezintă „o zecime”, se scrie 0,1 și se citește „zero virgulă unu”.

Fracția  $\frac{1}{100}$  reprezintă „o sutime”, se scrie 0,01 și se citește „zero virgulă zero unu”.

Fracția  $\frac{1}{1\ 000}$  reprezintă „o miime”, se scrie 0,001 și se citește „zero virgulă zero zero unu”.

Aplicând același raționament, vom obține:  $\frac{1}{10^n} = 0,00 \dots 01$ , unde  $n$  este un număr natural.

Pentru fracția  $\frac{4\ 675}{1\ 000}$ , putem scrie:

$$\frac{4\ 675}{1\ 000} = \frac{4\ 000 + 600 + 70 + 5}{1\ 000} = \frac{4\ 000}{1\ 000} + \frac{600}{1\ 000} + \frac{70}{1\ 000} + \frac{5}{1\ 000} = \frac{4}{1} + \frac{6}{10} + \frac{7}{100} + \frac{5}{1\ 000}$$

$$\frac{4}{1} + \frac{6}{1} \cdot \frac{1}{10} + \frac{7}{1} \cdot \frac{1}{100} + \frac{5}{1} \cdot \frac{1}{1\ 000} = 4 + 6 \cdot \frac{1}{10} + 7 \cdot \frac{1}{100} + 5 \cdot \frac{1}{1\ 000}$$

În cazul fracției  $\frac{4\ 675}{1\ 000}$  spunem că 4 este cifra unităților, 6 reprezintă cifra zecimilor, 7 este cifra sutimilor și 5 este cifra miimilor. Această fracție poate fi scrisă 4,675 și se citește „patru virgulă șase sute șaptezeci și cinci”.



### Rețin

Orice fracție al cărei numitor este o putere nenulă a lui 10 se poate reprezenta într-o nouă formă, scriind doar numărătorul fracției și despărțind cifrele numărătorului prin virgulă.

Aceasta se trece numărând de la dreapta către stânga tot atâtea cifre câte zerouri are numitorul. Dacă este nevoie (numărătorul are mai puține cifre decât zerourile numitorului) se scriu zerouri în fața numărătorului.

**Exemple:**  $\frac{4\ 675}{1\ 000} = 4,675$ ;  $\frac{27}{10} = 2,7$ ;  $\frac{45}{1\ 000} = 0,045$ ;  $\frac{6}{1\ 000} = 0,006$ ;  $\frac{2\ 039}{1\ 000} = 2,039$ .

### Rețin

Pentru orice fracție ordinară, scrierea cu „virgulă” se numește *scrierea unei fracții ordinare sub formă de fracție zecimală*.

Vom spune că fracția ordinară  $\frac{4\ 675}{1\ 000}$  scrisă sub formă de fracție zecimală este 4,675.



### Rețin

Orice fracție zecimală este formată din două părți, despărțite prin virgulă:

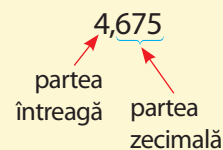
- *partea întreagă* – numărul natural care se află în stânga virgulei;
- *partea zecimală* – secvența de cifre aflate în partea dreaptă a virgulei. Aceste cifre se numesc *zecimale*.

### Observații:

1) O fracție zecimală poate fi scrisă ca o sumă de fracții ordinare:

$$\overline{n, abc} = n + \frac{a}{10} + \frac{b}{100} + \frac{c}{1\ 000}.$$

**Exemplu:**  $45,258 = 45 + \frac{2}{10} + \frac{5}{100} + \frac{8}{1\ 000}$ .



2) Echivalența fracțiilor ordinare  $\frac{7}{10} = \frac{70}{100} = \frac{700}{1\ 000} = \frac{7\ 000}{10\ 000}$  duce la scrierea lor sub formă de

fracție zecimală:  $0,7 = 0,70 = 0,700 = 0,7000$ . Așadar, adăugarea de zerouri după partea zecimală conduce către aceeași fracție zecimală.

Trecerea de la forma de scriere ca fracție ordinară la forma de fracție zecimală se poate face din ambele direcții. Până acum am văzut cum se poate scrie o fracție ordinară cu numitorul putere nenulă a lui 10, sub formă de fracție zecimală.

### Rețin

Orice fracție zecimală cu un număr finit de zecimale nenule se poate transforma în fracție ordinară. Pentru aceasta, vom scrie fracția ordinară care va avea ca numărător numărul format cu partea întreagă și partea zecimală, dar fără virgulă, iar ca numitor, numărul format din 1 și tot atâtea zerouri câte zecimale sunt.

**Exemple:**  $5,36 = \frac{536}{100}$ ;  $29,5 = \frac{295}{10}$ ;  $0,000002 = \frac{2}{1\ 000\ 000}$ ;

**Observă:**  $\overline{n, abc} = \frac{\overline{n\ abc}}{1\ 000}$ .

Lucrez

1. Se consideră fracția zecimală 458,345. Completează spațiile punctate pentru a obține propoziții adevărate:

- Cifra sutelor este egală cu ...
- Cifra sutimilor este egală cu ...
- Partea întreagă a fracției zecimale este egală cu ...
- Cifra unităților este egală cu ...
- Cifra miimilor este egală cu ...
- Cifra zecimilor este egală cu ...

2. Scrie sub formă de fracție zecimală următoarele fracții:

$$\frac{75}{10} \quad \frac{4}{100} \quad \frac{3472}{1\,000} \quad \frac{7}{1\,000\,000} \quad \frac{4\,905}{100} \quad \frac{21}{1\,000}$$

$$\frac{500}{10\,000} \quad \frac{679\,043}{10} \quad \frac{778\,899}{10\,000} \quad \frac{3\,467\,892}{10^8}$$

$$\frac{415}{1\,000} \quad \frac{14}{10^3} \quad \frac{10}{100} \quad \frac{17}{10\,000} \quad \frac{475}{10}$$

3. Completează următorul tabel după modelul dat:

Fracția zecimală	sute de mii	zeci de mii	mii	sute	zeci	unități	,	zecimi	sutimi	miimi	zeci de miimi
561,49				5	6	1	,	4	9		
0,4589							,				
589 354,35							,				
2 876,412							,				
3,458900							,				
34,43							,				
11 111,11							,				
400,5897							,				
30,4002							,				

4. Dă cinci exemple de fracții zecimale în care partea întreagă este formată numai cu cifre pare, iar zecimalele sunt doar cifre impare.

5. Pentru fiecare dintre șirurile de fracții zecimale, identifică regula de formare și scrie următorii doi termeni.

- 0,1; 0,02; 0,003; 0,0004; ... ; ...;
- 1,2; 2,4; 3,8; 4,16; 5,32; 6,64; ... ; ...;
- 9,1; 8,2; 7,3; 6,4; ... ; ...

6. Scrie sub formă de fracție zecimală sumele:

- $3 + \frac{2}{10}$ ;
- $2 \cdot 10 + 5 + \frac{1}{10} + \frac{7}{100}$ ;
- $4 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 2 + \frac{2}{10} + \frac{3}{100} + \frac{4}{1\,000}$ ;
- $7 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 1 + \frac{7}{10} + \frac{0}{100} + \frac{1}{1\,000}$ .

7. Calculează suma  $a + b + c$  știind că  $\overline{a,b} + \overline{b,c} + \overline{c,a} = 7,7$ .

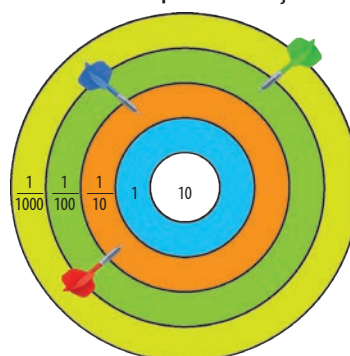
8. În fiecare dintre cazurile următoare, plasează corect virgula în numărul 49051786 astfel încât:

- cifra zecimilor să fie 0;
- cifra miimilor să fie 8;
- cifra sutimilor să fie 7;
- cifra unităților să fie 4;
- cifra zecilor să fie 9.

9. a) Ioana a tras 6 săgeți și a obținut scorul 31,011.

\* Unde au ajuns săgețile sale?

b) Matei a tras 4 săgeți. Scrie toate scorurile pe care le-ar fi putut obține.



## Lecția 2 | Compararea, ordonarea și reprezentarea pe axă a unor fracții zecimale

### Observ. Descopăr. Înțeleg

Pentru a completa echipa de baschet a școlii s-a organizat o selecție pentru elevii claselor a V-a din școală. Primul criteriu de selecție, eliminatoriu, este înălțimea. Pentru cele trei locuri libere din echipă s-au înscris 7 elevi. În urma măsurării înălțimii s-au obținut rezultatele din imaginea alăturată.

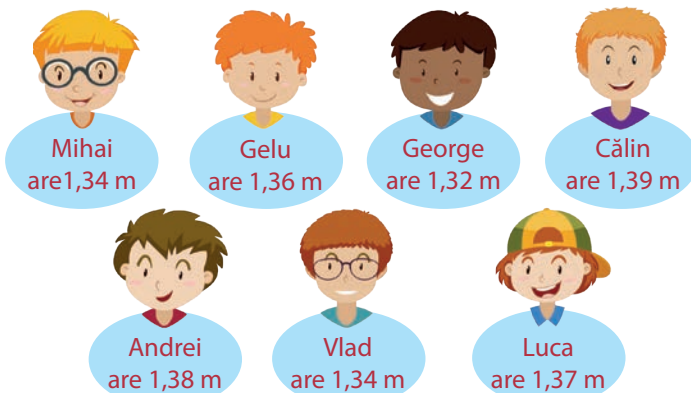
Stabilește care sunt elevii care vor participa în continuare la celelalte etape ale selecției.

Raționamentul prin care putem răspunde cerinței este simplu. Putem compara între ele mai multe fracții ordinare, așa că vom transforma rezultatele obținute prin măsurare din fracții zecimale în fracții ordinare și astfel le vom putea compara.

$$\text{Astfel, } 1,34 = \frac{134}{100}, 1,32 = \frac{132}{100}, 1,36 = \frac{136}{100}, 1,37 = \frac{137}{100}, 1,38 = \frac{138}{100}, \text{ și } 1,39 = \frac{139}{100}.$$

Cum toate cele șase fracții ordinare au același numitor, vom compara numărătorii și vom obține:  $132 < 134 < 136 < 137 < 138 < 139$ , așadar, Călin, Andrei și Luca vor continua selecția.

Întrebarea firească este: oare fracțiile zecimale pot fi comparate direct sau este necesar să fie transformate în fracții ordinare?



### Rețin

Pentru compararea a două fracții zecimale se procedează astfel:

– se compară părțile întregi ale celor două fracții.

– dacă cele două părți întregi sunt diferite, atunci va fi mai mare fracția zecimală care are partea întreagă mai mare. În acest caz, partea zecimală nu are niciun rol în compararea celor două fracții.

– dacă părțile întregi sunt egale, vom compara cifrele de la partea zecimală de același ordin, începând de la stânga către dreapta. Va fi mai mare fracția zecimală care are cifra de același ordin mai mare.

**Exemplu:** 34,23 este mai mare decât 17,99, pentru că  $34 > 17$ .

**Exemplu:**

Fie numerele 7,345 și 7,341.

Avem aceeași parte întreagă  $\rightarrow 7 = 7$

zecimile  $\rightarrow 3 = 3$

sutimile  $\rightarrow 4 = 4$

miimile  $\rightarrow 5 > 1$

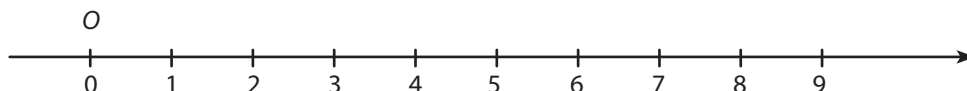
$5 > 1$ , deci  $7,345 > 7,341$

Mai multe fracții zecimale se pot ordona ca și în cazul numerelor naturale:

– crescător (de la mic la mare):  $1,24 < 1,45 < 3,44 < 5,001$ ;

– descrescător (de la mare la mic):  $4,29 > 4,28 > 3,999 > 1,14$ .

Se consideră axa numerelor naturale



### Observ. Descopăr. Înțeleg

Am învățat că orice număr natural poate fi reprezentat pe axa numerelor. Dar o fracție zecimală poate fi reprezentată pe axa numerelor?

Putem studia un *exemplu*: 4,8. Pe axa numerelor, împărțim segmentul ale cărui capete sunt punctele corespunzătoare valorilor naturale 4 și 5, în zece părți egale. Cum lungimea segmentului este egal cu unitatea de măsură, fiecare din cele zece părți egale reprezintă o zecime.

Numărăm, în sensul de parcurgere a axei, opt zecimi și am găsit punctul de pe axă care este reprezentarea fracției zecimale 4,8.



Asemănător cu procedeul descris anterior, dacă fracția zecimală are partea zecimală până la ordinul sutimilor, fiecare segment având capete numere naturale consecutive se împarte în 10 părți egale, reprezentând câte o zecime, iar fiecare segment cu lungimea de o zecime se împarte la rândul său în 10 părți egale.

Obținem astfel un segment de lungime 1, împărțit în 100 de segmente de lungime 0,01. Folosind această metodă putem reprezenta orice fracție zecimală de tipul  $n,ab$ .

În același mod putem proceda pentru reprezentarea pe axa numerelor a fracțiilor zecimale de tipul  $n,abc$ , sau cu un număr mai mare de zecimale.

Dezavantajul este dat de necesitatea de a împărți un segment de lungime 1 în 100, 1 000 sau altă putere a lui 10 cu exponentul mai mare ca 3. Este nevoie ca unitatea de măsură inițială să permită acest lucru, adică să fie îndeajuns de mare ca să putem împărți în 100 sau 1 000 de părți egale.

Pentru a trece peste acest dezavantaj sau pentru a ușura calculele cu fracții zecimale, putem „rotunji” fracția zecimală dată.

### Rețin

Rotunjirea unei fracții zecimale este o aproximare prin lipsă sau o aproximare prin adaos, care se face astfel:

- dacă cifra aflată în dreapta ordinului la care se face aproximarea este 0, 1, 2, 3 sau 4, atunci ea se neglijează;
- dacă cifra aflată în dreapta ordinului la care se face aproximarea este 5, 6, 7, 8 sau 9, atunci se mărește cu o unitate cifra ordinului la care se face aproximarea.

**Exemplu:** Aproximarea fracției 3,45**3** la ordinul sutimilor este 3,45 pentru că cifra aflată în dreapta sutimilor este 3 și se neglijează.

**Exemplu:** Aproximarea fracției 23,4**8** la ordinul zecimilor este 23,5 pentru că cifra aflată în dreapta zecimilor este 8 și atunci cifra zecimilor 4 se mărește cu o unitate.

### Lucrez

1. Completează tabelul următor după modelul indicat:

Fracția zecimală dată	Ordinul la care se face aproximarea	Cifra din dreapta cifrei ordinului	Cifra este mai mare sau mai mică decât 5	Fracția zecimală obținută prin aproximare
41,897	sutimi	7	mai mare	41,90
234,4692	miimi	2	mai mică	234,469
578,45	zecimi			
0,9991	miimi			
5,4	unități			
6,899	sutimi			
21,99	zecimi			

**2. Compară fracțiile zecimale:**

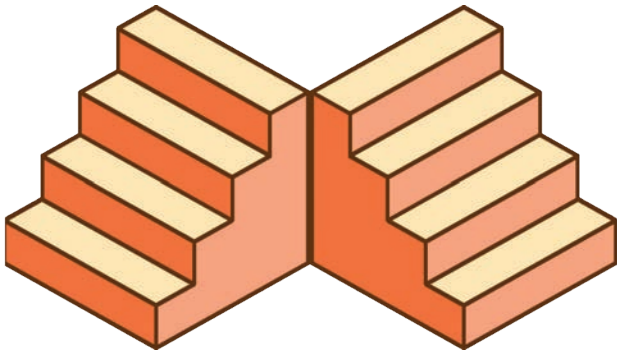
3,2 și 3,9                      4,345 și 4,342  
5,112 și 6,111                34,54 și 34,51  
78,18976 și 78,18978        234,5 și 235,9  
4,009 și 4,09                  37,01 și 37,02

**3. Completează cu simbolul „>”, „<” sau „=” pentru a obține propoziții adevărate:**

23,9    □    23,7  
45,34   □    45,71  
4,99    □    4,99  
71,234   □    71,236  
49,01   □    48,99  
3,459   □    3,461

**4. Scrie în ordine crescătoare următoarele fracții zecimale:**

2,890; 4,51; 0,98; 7,111; 2,7; 4,65; 0,09; 7,2



**5. Aproximează fracția zecimală 234,45367 la ordinul:**

- a) unităților    b) miimilor    c) zecilor  
d) sutimilor    e) zecimilor




**6. Scrie în ordine descrescătoare următoarele fracții zecimale:**

3,89; 1,91; 1,98; 8,121; 3,7; 4,65; 1,19; 8,2

**7. Scrie cea mai mare fracție zecimală:**

- a) care are două zecimale diferite și partea întreagă 2;  
b) care are trei zecimale și partea întreagă 5.

**8. Scrie trei fracții zecimale:**

-  a) mai mari decât 4,23 și mai mici decât 7,5;  
b) mai mari decât 21,03 și mai mici decât 22,03;  
c) mai mari decât 17 și mai mici decât 17,5;  
d) mai mari decât 9,2 și mai mici decât 9,3;  
e) mai mari decât 1,23 și mai mici decât 1,24

**9. Câte numere naturale de forma  $\overline{abc}$  sunt, știind că  $\frac{234}{100} < \overline{a,bc} < 2,44$  ?**

**10. Scrie cea mai mică fracție zecimală:**

- a) care are două zecimale diferite și partea întreagă 5;  
b) care are trei zecimale și partea întreagă 2.

**11. Reprezintă pe axa numerelor următoarele fracții zecimale:**

6,2; 1,7; 4,5.

**12. Găsește numerele naturale care aproximează cel mai bine următoarele fracții zecimale:**

2,69; 28,43; 50,57.


**13. Scrie numerele cu trei zecimale cuprinse între 3,273 și 3,28.**

**14. Scrie numerele cu 4 zecimale cuprinse între 87,0234 și 87,024.**

**15. Identifică numerele indicate de săgețile de mai jos.**



**Gândesc creativ**

Cum faci ca numărul 66 să fie de 1,5 ori mai mare, fără a recurge la calcule matematice? 

## Observ. Descopăr. Înțeleg

Ioana a plecat la cumpărături cu mama sa. Observă ce au cumpărat.

- Cât s-a plătit pentru pantaloni și cămașă?
- Ce sumă mai are pe card mama după ce a plătit, dacă inițial avea 3 275,75 lei?

### Rezolvare:

a) Efectuăm suma  $128,9 + 37,85$ . Putem calcula în două moduri:

1. Adunăm zecimi cu zecimi, unități cu unități, ...

$$128,9 + 37,85 = 100 + 20 + 8 + 0,9 + 30 + 7 + 0,85 = 100 + 50 + 15 + 1,75 = 166,75$$

b) Să calculăm suma totală a cumpărăturilor.

Am calculat deja suma pentru pantaloni și cămașă, la care adăugăm prețul laptop-ului.

$$166,75 + 1\ 237,24 =$$

$$\begin{array}{r} 1\ 237,24 + \\ \underline{166,75} \\ 1\ 403,99 \end{array}$$

*Am scris primul termen numărul mai mare.*



2. Scriem numerele unul sub altul, respectând ordinul fiecărei cifre:

$$\begin{array}{r} 128,90 + \\ \underline{37,85} \\ 166,75 \end{array}$$

*Am adăugat un zero pentru a avea același număr de zecimale!*

Acum să aflăm suma rămasă pe card.

$$\begin{array}{r} 3\ 275,75 - \\ \underline{1\ 403,99} \\ 1\ 871,76 \end{array}$$



## Rețin

La efectuarea unei adunări sau a unei scăderi a două fracții zecimale, vom așeza numerele unul sub celălalt astfel încât să fie respectat ordinul fiecărei cifre.

## Rețin

Adunarea fracțiilor zecimale are proprietățile adunării numerelor naturale.

- Prin schimbarea ordinii termenilor, suma rămâne aceeași.

$$a + b = b + a$$

$$1,25 + 3,04 = 3,04 + 1,25 = 4,29$$

- Prin gruparea diferită a termenilor unei adunări, suma nu se schimbă.

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

$$(3,32 + 1,74) + 7,26 = 3,32 + (1,74 + 7,36) = 3,32 + 9 = 12,32$$

- Adunarea are element neutru pe 0.

$$a + 0 = 0 + a = a$$

$$5,4 + 0 = 0 + 5,4 = 5,4$$

## Aplic

$$100 + 2,05 = 102,05$$

$$\begin{array}{r} 100,00 + \\ \underline{2,05} \\ 102,05 \end{array}$$

*Am pus virgulă și am adăugat câte cifre zero au fost necesare pentru a avea același număr de zecimale!*

$$100 - 2,05 =$$

$$\begin{array}{r} 100,00 - \\ \underline{2,05} \\ 97,95 \end{array}$$

1. Efectuează:

a)  $23,78 - 0$       b)  $75,19 - (2,24 + 1,6 - 3,84)$

2. Calculează și compară:

a)  $24,57 - 17,5 - 3,07$  și  $24,57 - (17,5 + 3,07)$

b)  $89,025 - 74,256 - 3,869$  și  $89,025 - (74,256 + 3,869)$

## Rețin

Scăderea nu are proprietățile adunării, dar avem:

1.  $a - 0 = a$

2.  $a - a = 0$

3.  $a - b - c = a - (b + c)$

## Lucrez

- Unul dintre termenii adunării este 17,5, iar suma este 54. Află celălalt termen.
- Diferența a două numere este 12,3. Cel mai mare număr este 48,6. Află celălalt număr.
- Suma este 621,8, iar unul dintre termeni este 17,3. Află celălalt termen.
- Ce număr trebuie adăugat la 3,6 pentru a obține 10? Dar la 41,3 pentru a obține 100?
- Ce număr trebuie scăzut din 52 pentru a obține 19,4?
- Efectuează:
 

a) $12,45 + 13,20$	b) $6,35 - 1,5$
c) $1,47 + 4,8$	d) $14,3 - 0,412$
- Află diferențele:
 

a) $321,56 - 50,3$	b) $263,45 - 22,34$
--------------------	---------------------
- Află diferența dintre 10 și fiecare dintre numerele următoare:
 

a) 2,3	b) 7,4	c) 9,2
d) 0,1	e) 7,5	f) 8,6
- Află diferența dintre 100 și fiecare dintre numerele următoare:
 

a) 17,23	b) 26,4	c) 12,01
d) 78,1	e) 99,99	f) 14,25
- Efectuează operațiile:
 

a) $34,5 + 13,3$	b) $58,8 + 15,9$
c) $8,92 + 1,32$	d) $18,5 + 52,5$
e) $6,78 + 1,49$	f) $1,19 + 4,37$
g) $6,5 + 3 + 2,5$	h) $2,58 + 0,4 + 16,24$
i) $0,13 + 0,78 + 2,07$	j) $1,32 + 0,4 + 3,28$
k) $0,2 + 0,4 + 0,6 + \dots + 1,8$	
- Află numerele:
 

$a = 2,37 + 2,79$	$b = 13,6 + 68,7$
$c = 77,5 + 15,5$	$d = c - a - b$
$e = 38,7 + 29,6 - a$	$f = c - (5,16 + 1,89)$
$g = 43,9 + 39,9 - d$	$h = a - 1,06 + 8,39$
- O persoană cumpără 3,48 kg legume și 2,76 kg fructe. Ce cantitate duce persoana?
- Un număr este cu 14,5 mai mare decât 143,58. Află suma celor două numere.
- Dintr-un balot de stofă de 147,34 m s-au vândut într-o săptămână 86,7 m. Câți metri au mai rămas?
- Află numărul care este cu 12,3 mai mic decât diferența numerelor 97,2 și 12,5.

- Observă calculele de mai jos.

$$22,4 + 43,7 + 12,6 + 18,3 =$$

$$(22,4 + 12,6) + (43,7 + 18,3) =$$

$$35,0 + 62,0 = 97$$



Am aplicat proprietățile de **comutativitate** și **asociativitate** ale adunării și am calculat mai ușor suma celor 4 termeni.

**Atenție!** La scădere nu putem schimba ordinea termenilor!

- Asociază convenabil și calculează.

$$A = 13,2 + 38,6 + 26,8 + 21,4$$

$$B = 1,02 + 32,84 + 18,98 + 12,16$$

$$C = 27,31 + 6,75 + 5,25 + 42,69$$

- Ordonează crescător numerele.

$$A - 13,$$

$$B - 22,7$$

$$C - 19,2$$

- Calculează:



- $312,65 - 63,55 - (103,4 - 68,7)$

- $777,5 - 105,5 - (382,71 + 29,6)$

- $511,16 - (12,9 + 84,25) - 81,8$

- $463,97 + 39,9 - (87,39 + 302,31)$

- $269,89 - (75,49 - 23,68) + 265,57$

- $697,47 - 78,92 - (469,89 - 67,18)$

- Află sumele.

- $0,8 + 0,808 + 0,8008$

- $0,4 + 0,404 + 0,4004$

- $1,2 + 2,3 + 3,4 + 4,5 + 5,6$

- Dacă  $a + b + c = 10$ , află suma:

$$\overline{a, bc} + \overline{c, ab} + \overline{b, ca}.$$

- Scrie numărul 0,6 ca diferență dintre un număr natural și o fracție zecimală.

- Compară numerele  $a$  și  $b$ , unde



$$a = 4,27 + 25,73 - 21,57, \quad b = 222,6 - 218,5 + 4,4.$$

- Află numărul  $a$  care este cu 426,4 mai mare decât 5,248, apoi numărul  $b$  care este cu 28,18 mai mic decât 56,4.

- Marin a cheltuit 64,51 lei cumpărând un set de markere și o cutie cu 12 pixuri. Află cât a costat setul de markere și cât a costat cutia cu pixuri știind că aceasta a costat cu 14,51 lei mai mult decât setul de markere.

- Determină  $x = \overline{0, ab} + \overline{0, bc} + \overline{0, ca}$  știind că  $a + b + c = 12$ .

## Observ. Descopăr. Înțeleg

Observă în tabel ce a cumpărat loana.

	pâine	banane	roșii
preț	1,75 lei	2,5 lei/kg	3,75 lei/kg
cantitate	10	3 kg	2,5 kg

Cât au costat cumpărăturile loanei?

### Rezolvare:

*Pâine:*  $1,75 \cdot 10 = ?$

Știm că  $1,75 = \frac{175}{100}$ .

Atunci  $1,75 \cdot 10 = \frac{175}{100} \cdot 10 = \frac{1750^{(10)}}{100} = \frac{175}{10} = 17,5$

Observăm că putem ajunge la rezultat direct, prin mutarea virgulei peste o cifră, de la dreapta spre stânga.

La aceleași rezultate ajungem dacă procedăm astfel:  $1,75 \cdot 10 = 17,5$

$$\begin{array}{r}
 2,5 \cdot \\
 \underline{3} \\
 7,5
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 3,75 \cdot \leftarrow 2 \text{ cifre după virgulă} \\
 \underline{2,5} \leftarrow 1 \text{ cifră după virgulă} \\
 375 \cdot 5 \rightarrow 1875 \\
 375 \cdot 20 \rightarrow \underline{7500} \\
 9,375 \leftarrow (2+1) \text{ cifre după virgulă}
 \end{array}$$

### Rețin

Pentru a înmulți două fracții zecimale, înmulțim numerele ignorând virgula (ca și când ar fi numere naturale), iar la rezultat punem virgula, de la dreapta spre stânga, peste atâtea cifre câte zecimale au împreună cele două numere.

Înmulțirea fracțiilor zecimale are proprietățile înmulțirii numerelor naturale.

1. Prin schimbarea ordinii factorilor, produsul rămâne același.

$$a \cdot b = b \cdot a$$

$$1,25 \cdot 3,2 = 3,2 \cdot 1,25 = 4$$

2. Prin gruparea diferită a factorilor unui produs, rezultatul nu se schimbă.  $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

$$(1,5 \cdot 1,6) \cdot 7,25 = 1,5 \cdot (1,6 \cdot 7,25) = 1,5 \cdot 11,6 = 17,4$$

3. Înmulțirea are element neutru pe 1.  $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$

$$32,74 \cdot 1 = 1 \cdot 32,74 = 32,74$$



*Banane:*  $2,5 \cdot 3 = ?$

Procedăm astfel:

$$2,5 \cdot 3 = \frac{25}{10} \cdot 3 = \frac{25 \cdot 3}{10} = \frac{75}{10} = 7,5$$

*Roșii:*  $3,75 \cdot 2,5 = ?$

Avem:

$$\begin{aligned}
 3,75 \cdot 2,5 &= \frac{375}{100} \cdot \frac{25}{10} = \frac{375 \cdot 25}{100 \cdot 10} = \\
 &= \frac{9\ 375}{1\ 000} = 9,375
 \end{aligned}$$

*Pasul 1.* Înmulțim fără să ținem cont de virgulă.

*Pasul 2.* Punem virgula la rezultat, numărând de la dreapta la stânga atâtea cifre câte zecimale au împreună cei doi factori.

### Rețin

Produsul unei fracții zecimale cu  $10, 10^2, 10^3, \dots$  se obține mutând virgula, de la stânga spre dreapta, peste atâtea cifre cât este puterea lui 10. Dacă nu avem suficiente cifre, adăugăm zerouri.

*Exemple:*

$$17,125 \cdot 10 = 171,25$$

$$17,125 \cdot 100 = 1\ 712,5$$

$$17,1250 \cdot 10\ 000 = 171\ 250$$



## Lucrez

### 1. Observă exemplul:

$$31,5 \cdot 43,25 \cdot 4 \cdot 18 = (31,5 \cdot 18) \cdot (43,25 \cdot 4) = 567 \cdot 173 = 98\,091$$

**Atenție!** La împărțire nu putem schimba ordinea fracțiilor!

a) Calculează cu atenție, regrupând convenabil factorii:

$$A = 12,25 \cdot 23,5 \cdot 16 \cdot 2$$

$$B = 3,125 \cdot 23,4 \cdot 24 \cdot 20$$

$$C = 13,8 \cdot 74,4 \cdot 35 \cdot 25$$

b) Verifică calculele folosind calculatorul.



Am aplicat proprietățile de **comutativitate** și **asociativitate** ale înmulțirii și am calculat mai ușor produsul celor 4 factori.

### 2. Completează tabelele:

a	b	c	b+c	a·(b+c)	a·b+a·c
2,5	17,2	2,8			
3,4	11,3	14,7			
20,6	12,5	7,4			

a	b	c	b-c	a·(b-c)	a·b-a·c
7,4	17,25	12,05			
8,5	32,27	17,07			
15,2	22,85	17,35			

Ce observi?

## Rețin

Înmulțirea este **distributivă** față de adunare sau scădere.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$$

### 3. Află produsele:

- a)  $5,7 \cdot 1,5$     b)  $4,23 \cdot 5,6$     c)  $1,45 \cdot 2,2$   
 d)  $1,72 \cdot 5,5$     e)  $6,43 \cdot 8,2$     f)  $6,43 \cdot 0,18$   
 g)  $52,7 \cdot 2,3$     h)  $62,5 \cdot 0,48$     i)  $5,6 \cdot 1,4$

### 4. Efectuează:

- a)  $12,45 \cdot 13,2$     b)  $6,32 \cdot 1,5$   
 c)  $71,45 \cdot 24,6$     d)  $43,8 \cdot 0,4$

### 5. Află produsele:

- a)  $102,65 \cdot 0,1$     b)  $103,4 \cdot 0,1$   
 c)  $777,5 \cdot 0,1$     d)  $382,71 \cdot 0,01$   
 e)  $511,16 \cdot 0,01$     f)  $184,25 \cdot 0,01$   
 g)  $463,97 \cdot 0,001$     h)  $302,31 \cdot 0,001$

### 6. Efectuează:

- a)  $12,5 \cdot 16$     b)  $137,2 \cdot 12$     c)  $12,4 \cdot 25$   
 d)  $15,3 \cdot 24$     e)  $4,5 \cdot 32$     f)  $5,7 \cdot 19$

### 7. Efectuează:

- a)  $4,75 \cdot 10$     b)  $4,75 \cdot 100$   
 c)  $4,75 \cdot 1\,000$     d)  $7\,934,2 \cdot 0,1$   
 e)  $5\,763,4 \cdot 0,01$     f)  $17\,387,9 \cdot 0,001$   
 g)  $3\,264,5 \cdot 0,1$     h)  $3\,264,5 \cdot 0,01$   
 i)  $3\,264,5 \cdot 0,001$     j)  $7\,934,2 \cdot 0,1$   
 k)  $5\,763,4 \cdot 0,01$     l)  $17\,387,9 \cdot 0,001$



### 8. Efectuează calculele:

- a)  $2,605 \cdot 10$     b)  $0,2054 \cdot 10$   
 c)  $1,005 \cdot 10$     d)  $32,301 \cdot 100$   
 e)  $101,601 \cdot 100$     f)  $3,0907 \cdot 1\,000$

### 9. Efectuează:

- a)  $12,065 \cdot 0,1 + 30,04 \cdot 0,1$   
 b)  $750 \cdot 0,1 - 380,2 \cdot 0,01$   
 c)  $5\,160 \cdot 0,01 - 1425 \cdot 0,01$   
 d)  $46\,700 \cdot 0,001 + 30\,200 \cdot 0,001$   
 e)  $26\,989 \cdot 0,001 - 6\,700 \cdot 0,0001$

**10.** Dacă  $a = 2,05$  și  $b = 23,7$  calculează  $a \cdot b$ ;  $1000 \cdot a$ ;  $b \cdot 10$ .

**11.** O carte cântărește  $0,076$  kg. Cât cântăresc 6 cărți?

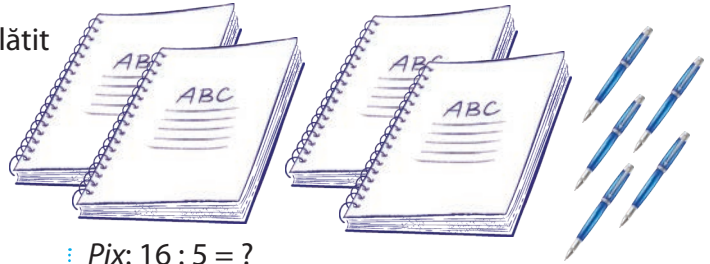
**12.** La un magazin s-au vândut într-o zi  $136,24$  m de stofă, iar în următoarea zi de  $1,5$  ori mai mult. Câți metri de stofă s-au vândut în cele două zile?

**13.** Produsul a două numere este  $4,35$ . Află produsul obținut dacă primul factor se mărește de  $0,7$  ori, iar al doilea factor de  $1,04$  ori.

## Lecția 5 | Împărțirea a două numere naturale cu rezultat fracție zecimală

Observ. Descopăr. Înțeleg

1. Maria a cumpărat 4 caiete pentru care a plătit 13 lei și 5 pixuri, pentru care a plătit 16 lei. Cât costă un caiet și cât costă un pix?



**Rezolvare:**

Caiet:  $13 : 4 = ?$

$13 = 4 \cdot 3 + 1$ , deci împărțirea nu are rezultat un număr natural.

Putem să scriem

$$13 : 4 = \frac{13}{4} = \frac{25 \cdot 13}{25 \cdot 4} = \frac{325}{100} = 3,25$$

Un caiet costă 3,25 lei, adică 3 lei și 25 de bani.

Putem să efectuăm împărțirea și astfel:

$$13,00 : 4 = 3,25$$

$$\begin{array}{r} 13,00 \\ \underline{12} \phantom{00} \\ 10 \phantom{00} \\ \underline{8} \phantom{00} \\ = 20 \phantom{00} \\ \underline{20} \phantom{00} \\ == \end{array}$$

Observăm că avem rest 1; adăugăm un 0, punem virgulă la rezultat, continuăm împărțirea până când obținem rest 0.

Pix:  $16 : 5 = ?$

Observăm că  $16 = 5 \cdot 3 + 1$ , deci împărțirea nu are rezultat un număr natural.

$$16 : 5 = \frac{12 \cdot 16}{5} = \frac{32}{10} = 3,2$$

sau efectuăm împărțirea astfel:

$$\begin{array}{r} 16,0 \\ \underline{15} \phantom{0} \\ 10 \phantom{0} \\ \underline{10} \phantom{0} \\ == \end{array}$$

Observăm că avem rest 1; adăugăm un 0, punem virgulă la rezultat, continuăm împărțirea și obținem rest 0.

2. Află rezultatul împărțirilor a)  $25 : 3$ ; b)  $37 : 6$ .

**Rezolvare:**

a)  $25,000 : 3 = 8,333333\dots$

$$\begin{array}{r} 24 \phantom{000} \\ \underline{=10} \phantom{000} \\ \phantom{24} 9 \phantom{000} \\ \underline{=10} \phantom{000} \\ \phantom{24} \phantom{9} 9 \phantom{000} \\ \underline{=10} \phantom{000} \\ \phantom{24} \phantom{9} \phantom{9} 9 \phantom{000} \\ \underline{=1} \phantom{000} \end{array}$$

Observăm că avem rest; adăugăm un 0, punem virgulă la rezultat și continuăm împărțirea în același mod.

b)  $37,000 : 6 = 6,1666\dots$

$$\begin{array}{r} 36 \phantom{000} \\ \underline{=10} \phantom{000} \\ \phantom{36} 6 \phantom{000} \\ \underline{=40} \phantom{000} \\ \phantom{36} \phantom{6} 36 \phantom{000} \\ \underline{=40} \phantom{000} \\ \phantom{36} \phantom{6} \phantom{36} 36 \phantom{000} \\ \underline{=40} \phantom{000} \end{array}$$

Observăm, în ambele situații, că împărțirea nu se termină, oricât am continua. Cifrele care se repetă la nesfârșit le scriem în paranteză. Ele se numesc *perioada* fracției zecimale.

Rezultatele acestor împărțiri se numesc *fracții zecimale periodice*.

Scriem rezultatele astfel:

- $8,3333\dots = 8,(3)$  și citim 8 întregi și perioadă 3 sau 8 virgulă perioadă 3.
- $6,16666\dots = 6,1(6)$  și citim 6 întregi o zecime și perioadă 6 sau 6 virgulă 1 perioadă 6.

**Rețin**

O fracție zecimală la care perioada începe imediat după virgulă se numește *fracție zecimală periodică simplă*.

O fracție zecimală la care între virgulă și perioadă avem cel puțin o cifră se numește *fracție zecimală periodică mixtă*.

perioada  
12,102(54)  
partea neperiodică

## Lucrez

1. a) Efectuează împărțirile de mai jos:

**A** a)  $176 : 25$       b)  $469 : 20$       c)  $475 : 8$   
d)  $328 : 125$       e)  $2\,673 : 40$       f)  $5\,238 : 625$

**B** a)  $321 : 2$       b)  $352 : 5$       c)  $627 : 4$   
d)  $3\,265 : 8$       e)  $3\,425 : 16$       f)  $27\,259 : 32$

**C** a)  $356 : 25$       b)  $6\,247 : 125$       c)  $1\,763 : 64$   
d)  $35\,214 : 625$       e)  $13\,423 : 32$       f)  $52\,146 : 5$

**D** a)  $253 : 7$       b)  $235 : 13$       c)  $542 : 21$   
d)  $239 : 15$       e)  $2\,345 : 11$       f)  $2\,461 : 33$

**E** a)  $458 : 15$       b)  $387 : 14$       c)  $736 : 15$   
d)  $362 : 55$       e)  $358 : 12$       f)  $234 : 65$

b) Știm că împărțirea  $a : b$  poate fi scrisă sub forma  $\frac{a}{b}$ .

Scrive fiecare din împărțirile de mai sus sub formă de fracție. Acolo unde se poate, simplifică astfel încât să obții fracții ireductibile.

c) Asociază fracțiile obținute la punctul anterior cu rezultatul împărțirii corespunzătoare.

**Exemplu:**

$$176 : 25 = \frac{176}{25} = 7,04.$$

2. Ordonează crescător numerele:

5,(241)    5,241    5,2(41)    5,24(1)

3. Determină a 2 017-a zecimală a fracției  $\frac{29}{14}$ .

4. Calculează și compară numerele:

$$a = 1 + \frac{2}{5}, \quad b = 1,25 + \frac{1}{4}$$

5. Verifică, analizând cu atenție rezultatele de la exercițiul 1, dacă sunt adevărate următoarele afirmații:

Fie  $\frac{a}{b}$  o fracție ireductibilă. Atunci:

- Dacă numitorul nu are divizori diferiți de 2, 5 sau combinații ale acestor numere prime, la orice puteri, atunci fracția se poate scrie ca o fracție zecimală finită.
- Dacă numitorul nu are ca divizori nici pe 2, nici pe 5, atunci fracția se poate scrie ca o fracție zecimală periodică simplă.
- Dacă numitorul are cel puțin un divizor 2 sau 5, cât și cel puțin un divizor prim diferit de 2 sau de 5, atunci fracția se poate scrie ca o fracție zecimală periodică mixtă.

6. Scrive următoarele împărțiri sub formă de fracție ordinară. Acolo unde este posibil, simplifică fracția obținută.

a)  $17 : 2$       b)  $32 : 5$   
c)  $38 : 6$       d)  $87 : 14$   
e)  $45 : 6$       f)  $79 : 36$

7. a) Pentru fracțiile găsite la exercițiul 6, identifică tipul de fracție zecimală corespunzător, fără a efectua împărțirile.

b) Efectuează împărțirile și verifică dacă ai identificat corect la punctul a).

8. Scrive 4 exemple de fracții ordinare care sunt egale cu fracții zecimale finite

9. Scrive 4 exemple de fracții ordinare care sunt egale cu fracții zecimale periodice simple.

10. Scrive 5 exemple de fracții ordinare care sunt egale cu fracții zecimale periodice mixte.

## Test

Alege varianta corectă.

	A	B	C
1. Dintre fracțiile $\frac{51}{2}, \frac{25}{15}, \frac{15}{14}$ , cea care este egală cu o fracție zecimală periodică simplă este:	$\frac{51}{2}$	$\frac{25}{15}$	$\frac{15}{14}$
2. Dintre fracțiile $\frac{91}{23}, \frac{35}{15}, \frac{21}{14}$ , cea care este egală cu o fracție zecimală finită este:	$\frac{91}{23}$	$\frac{35}{15}$	$\frac{21}{14}$
3. Dintre fracțiile $\frac{24}{35}, \frac{17}{8}, \frac{36}{11}$ , cea care este egală cu o fracție zecimală periodică mixtă este:	$\frac{24}{35}$	$\frac{17}{8}$	$\frac{36}{11}$

Observ. Descopăr. Înțeleg

1. Mai jos sunt notele primite de 3 elevi la Geografie în semestrul I.

Maria: 8, 9, 10

Ionel: 9, 9, 10

Alex: 9, 8, 9

Care este media fiecăruia?



**Rezolvare:**

Pentru aceasta adunăm notele și împărțim rezultatul la 3.

Maria:  $(8 + 9 + 10) : 3 = 27 : 3 = 9$

Ionel:  $(9 + 9 + 10) : 3 = 28 : 3 = 9,333...$

Alex:  $(9 + 8 + 9) : 3 = 26 : 3 = 8,666...$

Deoarece media trebuie să fie număr natural, rezultatele trebuie să fie rotunjite:

Maria are media 9, deci nu este nevoie să rotunjim rezultatul. Ionel are media notelor 9,33 și aplicând regulile rotunjirii, deoarece prima cifră după virgulă este 3, iar  $3 < 5$ , media lui Ionel va fi 9.

Alex are media notelor 8,66; aplicând regulile rotunjirii, deoarece prima cifră după virgulă este 6, iar  $6 > 5$ , media lui Alex va fi 9.

**Rețin**

Media aritmetică a unor numere se află adunând numerele date și împărțind suma la câte numere sunt.

a) pentru 2 numere avem:

$$m_{\text{aritmetică}} = \frac{a_1 + a_2}{2}$$

b) pentru 3 numere:

$$m_{\text{aritmetică}} = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3}$$

c) pentru  $n$  numere:

$$m_{\text{aritmetică}} = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$$

2. Mama a fost la piață și a cumpărat 1 kg de mere roșii, care a costat 5 lei, 1 kg de mere galbene, cu 3 lei, și 3 kg de mere verzi, cu 2 lei kilogramul.

Care este prețul mediu plătit pentru un kilogram de mere?

**Rezolvare:**

Prețul mediu îl obținem adunând sumele plătite pentru cele 3 soiuri de mere și apoi împărțind suma la numărul kilogramelor.

$$(5 \text{ lei} + 3 \text{ lei} + 3 \cdot 2 \text{ lei}) : 5 = 14 \text{ lei} : 5 = 2,8 \text{ lei.}$$

Prețul mediu al unui kilogram de mere cumpărate este 2,8 lei.

3. Media aritmetică a 3 numere este 42, iar două dintre ele sunt 25 și 27. Care este al treilea număr?

**Rezolvare:**

Dacă media aritmetică este 42, avem:

$$\frac{a + b + c}{3} = 42, \text{ adică } (a + b + c) : 3 = 42.$$

Aplicând proba împărțirii, obținem:  $a + b + c = 42 \cdot 3 = 126$ .

Dar 2 numere sunt cunoscute: 25 și 27.

Atunci  $25 + 27 + c = 126$ . De aici obținem  $c = 126 - 25 - 27$ , adică  $c = 74$ .

**Rețin**

Dacă media aritmetică a numerelor  $a_1$  și  $a_2$  este  $m$ , atunci  $a_1 + a_2 = m \cdot 2$ .

Dacă media aritmetică a numerelor  $a_1$ ,  $a_2$  și  $a_3$  este  $m$ , atunci  $a_1 + a_2 + a_3 = m \cdot 3$ .

Dacă media aritmetică a numerelor  $a_1, a_2, \dots, a_n$  este  $m$ , atunci  $a_1 + a_2 + \dots + a_n = m \cdot n$ .

## Lucrez

1. În tabelul de mai jos, mama a înregistrat cantitățile de roșii cumpărate în fiecare zi dintr-o săptămână și prețul plătit pentru acestea.

	Cantitate	Cost
Luni	2 kg	7 lei
Marti	1 kg	3 lei
Miercuri	2 kg	6 lei
Joi	1 kg	3 lei
Vineri	2 kg	5 lei
Sâmbătă	2 kg	5 lei
Duminică	2 kg	4 lei

Care este prețul mediu al unui kilogram de roșii cumpărate de mama în această săptămână?

2. Alina a cumpărat 3 caiete dictando, pentru care a plătit 6 lei, și 2 caiete de matematică, pentru care a plătit 5 lei.

Care este prețul mediu al unui caiet?



3. Maria a plecat cu părinții în excursie. În primele două ore au mers cu viteza de 60 km/h, după care au mers o oră cu viteza de 45 km/h și ultima etapă a durat o oră, mergând cu viteza de 80 km/h.

Care a fost viteza medie cu care au circulat?



4. Bunica a cumpărat 3 kg de mere roșii, 2 kg de mere galbene și 1 kilogram de mere verzi. Merele roșii au costat 11 lei, cele galbene, 5 lei, iar cele verzi, 2 lei. Care este prețul mediu al unui kilogram de mere?



5. Află media aritmetică a numerelor:  
 a) 5 și 7;                      b) 7, 8 și 21;  
 c) 2, 3, 4 și 5;                d) 11, 12, 13, 14, 15.
6. Media aritmetică a două numere este 7,5. Află numerele, știind că unul dintre ele este cu 3 mai mare decât celălalt.
7. Trei numere pare consecutive au media aritmetică 36. Află numerele.
8. Cinci numere naturale au media aritmetică egală cu 24. Media aritmetică a primelor două este 15. Află media aritmetică a ultimelor 3 numere.
9. Media aritmetică a numerelor naturale  $a$ ,  $b$  și  $c$  este 63. Află numerele, știind că  $b$  este de 4 ori mai mare decât  $a$ , iar  $c$  este jumătate din  $b$ .
10. Media aritmetică a 10 numere naturale consecutive este 11,5. Află numerele.
11. Media aritmetică a trei numere este 24, iar două dintre ele sunt 10 și 14. Află al treilea număr.
12. Media aritmetică a trei numere este 25. Află numerele, știind că două dintre ele sunt numere naturale consecutive și au media aritmetică 23,5.
13. Află media aritmetică a numerelor  $a$  și  $b$  dacă
- $$a = (5,24 + 6,76) : (8,2 - 2,2)$$
- $$b = (27,6 - 9,6) : (4,3 + 4,7).$$

## Test

Alege varianta corectă.

1. Media aritmetică a numerelor 9 și 20 este:

2. Media aritmetică este 6,5 și unul dintre numere este 6. Celălalt număr este:

A	B	C
14	14,5	15
5	6	7

## Lecția 7 | Împărțirea unei fracții zecimale finite la un număr natural

Observ. Descopăr. Înțeleg

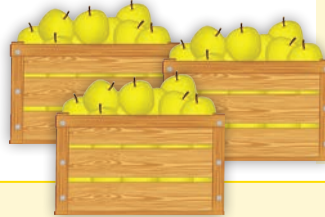
### a) Împărțirea unei fracții zecimale la un număr natural

În 12 cutii trebuie împărțite, în mod egal, 264,36 kg de mere. Ce cantitate de mere va fi în fiecare cutie?

#### Rezolvare:

Efectuăm împărțirea:  $264,36 \text{ kg} : 12 = 22,03 \text{ kg}$ .

În fiecare cutie vor fi 22,03 kg, adică 22 kg și 30 g.



$$264,36 : 12 = 22,03$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \underline{24} \\ 24 \\ \underline{24} \\ 36 \\ \underline{36} \\ 36 \\ \underline{36} \\ 0 \end{array}$$

#### Rețin

Pentru a împărți o fracție zecimală la un număr natural procedăm astfel:

- împărțim partea întreagă la numărul natural dat și scriem virgula la cât;
- continuăm împărțirea coborând celelalte cifre și continuăm împărțirea ca în cazul numerelor naturale. Dacă este nevoie, mai adăugăm zerouri.

### b) Împărțirea la $10^n$

1) Observă lista poduselor achiziționate recent de o librărie, direct de la producători.

Produs	Nr. bucăți	Preț total
Album de artă	10	328,50 lei
Creion	100	127,50 lei
Pix	1 000	2354,50 lei

Cât a costat fiecare produs?

**Album de artă:** împărțim suma plătită la numărul de albume achiziționate:  $328,50 : 10 = 32,85$

$$328,50 : 10 = 32,85$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ \underline{30} \\ 28 \\ \underline{20} \\ 85 \\ \underline{80} \\ 50 \\ \underline{50} \\ 0 \end{array}$$



#### Rezolvare:

**Creion:**

$$127,50 : 100 = 1,275$$

$$\begin{array}{r} 127,50 \\ \underline{100} \\ 275 \\ \underline{200} \\ 750 \\ \underline{700} \\ 500 \\ \underline{500} \\ 0 \end{array}$$



**Pix:**  $2\ 354,50 : 1\ 000 = 2,3545$

$$2354,50 : 1000 = 2,3545$$

$$\begin{array}{r} 2000 \\ \underline{2000} \\ 3545 \\ \underline{3000} \\ 5450 \\ \underline{5000} \\ 4500 \\ \underline{4000} \\ 5000 \\ \underline{5000} \\ 0 \end{array}$$



Putem efectua mai ușor aceste împărțiri dacă observăm că:

- La împărțirea la 10, rezultatul se obține prin mutarea virgulei de la deîmpărțit peste o cifră, de la dreapta spre stânga  $328,50 : 10 = 32,85$

- La împărțirea la 100, rezultatul se obține prin mutarea virgulei de la deîmpărțit peste 2 cifre, de la dreapta spre stânga  $127,50 : 100 = 1,2750$

- La împărțirea la 1 000, rezultatul se obține prin mutarea virgulei de la deîmpărțit peste 3 cifre, de la dreapta spre stânga  $2354,50 : 1\ 000 = 2,35450$

#### Rețin

La împărțirea unei fracții zecimale la  $10^n$ , rezultatul se obține prin mutarea virgulei de la dreapta spre stânga peste  $n$  cifre.

## Lucrez

- Calculează:
  - $387 : 100$
  - $25,637 : 1\ 000$
  - $2\ 354,5 : 1\ 000$
  - $924,301 : 100$
  - $82,564 : 16$
  - $23\ 654,25 : 10\ 000$
- Trei prieteni au cumpărat împreună o pizza. Dacă a costat 34,20 lei, cât a plătit fiecare?



- Un pachet de 500 coli de hârtie are grosimea de 7 cm. Care este grosimea unei coli?



- Calculează:
  - $26,04 : 14$
  - $972,18 : 36$
  - $225,78 : 15$
  - $900,75 : 8$
  - $127,05 : 15$
  - $642,23 : 25$

- La benzinărie, tatăl lui Ionel a plătit 218,4 lei pentru 42 l de benzină. Cât a costat un litru de benzină?



- Un comerciant a achiziționat de la un atelier de croitorie 15 bluze, pentru care a plătit 339 lei. Ulterior, a mai comandat încă 12. După ce a vândut toate bluzele, a constatat că a realizat un câștig de 184,95 lei. Care a fost prețul de vânzare al unei bluze?
- Perimetrul unui teren care are forma unui pătrat este 8,12 m. Care este lungimea unei laturi?

- Maria, Ioana, Alina și Mirela au câte o panglică de 0,8 m. Fiecare trebuie să-și împartă bucata în părți egale: Maria – în 4 părți, Ioana – în 5 părți, Alina – în 7 părți, iar Mirela, în 8 părți. Determină, în centimetri, pentru fiecare fată, valoarea – exactă sau aproximată la sutimi – a lungimii unei părți, după tăiere.



- La o grădiniță s-au cumpărat 7 umbrele de ploaie pentru copii și 5 pelerine, pentru care s-a plătit suma de 279,02 lei. La altă grădiniță s-au cumpărat 9 umbrele și 5 pelerine, pentru care s-a plătit suma de 341,84 lei. Cât costă o pelerină și cât costă o umbrelă?
- La un magazin, Marcel a găsit următoarele oferte de DVD.
  - 10 bucăți, 8,5 GB, 53,36 lei
  - 50 bucăți, 4,7 GB, 62,60 lei.
  - Află care este prețul unui DVD în fiecare din cele două situații.
  - Care ofertă este mai avantajoasă din punctul de vedere al spațiului total de stocare?

- În 10 iunie este *Ziua Mondială a tricotatului în public*. Bianca a folosit la tricotat în acea zi cu 6,3 m de fir mai mult decât Mioara. Dacă împreună cele două fete au folosit la tricotat 40,7 m de fir, află lungimea firului tricotat de fiecare dintre cele două fete.



## Gândesc creativ

Ce poți introduce între numerele 5 și 6, astfel încât rezultatul să fie mai mare decât 5, dar mai mic decât 6?



Observ. Descopăr. Înțeleg

1. Un croitor are 22,5 m de stofă. Pentru o vestă folosește 0,75 m, iar pentru un sacou, 1,25 m.

Câte veste pot fi confecționate din toată stoffa?  
Dar sacouri?

**Rezolvare:**

Pentru a răspunde la întrebări trebuie să efectuăm împărțirile:  
22,5 : 0,75 pentru veste, respectiv 22,5 : 1,25 pentru sacouri.

Trebuie să ajungem de la această formă la o împărțire a unei fracții zecimale la un număr natural.

Să ne reamintim!

$$a : b = \frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n} = (a \cdot n) : (b \cdot n)$$

Aplicăm această proprietate. Deoarece împărțitorul are două zecimale, prin înmulțire cu 100 se obține număr natural.

$$22,5 : 0,75 = (22,5 \cdot 100) : (0,75 \cdot 100) = 2\,250 : 75 = 30$$

$$22,5 : 1,25 = (22,5 \cdot 100) : (1,25 \cdot 100) = 2\,250 : 125 = 18$$

Din bucata de stofă poate confecționa 30 de veste sau 18 sacouri.



$$\begin{array}{r} 2250 : 75 = 30 \\ \underline{225} \phantom{0} \\ = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2250 : 125 = 18 \\ \underline{125} \phantom{0} \\ 1000 \\ \underline{1000} \\ = 0 \end{array}$$

2. Cum efectuăm 40,824 : 1,26 ?

**Rezolvare:**

$$40,824 : 1,26 = (40,824 \cdot 100) : (1,26 \cdot 100) = 4082,4 : 126 = 32,4$$

$$\begin{array}{r} 4082,4 : 126 = 32,85 \\ \underline{378} \phantom{0} \\ = 302 \\ \underline{252} \phantom{0} \\ = 504 \\ \underline{504} \\ = 0 \end{array}$$

Rețin

Pentru a împărți două fracții zecimale procedăm astfel: înmulțim ambele fracții zecimale cu  $10^n$ , unde  $n$  este numărul de zecimale ale împărțitorului, după care împărțim numerele obținute conform celor învățate la împărțirea unui număr zecimal la un număr natural.

3. Efectuează:

- a) 12,7 : 0,1      b) 251,765 : 0,01      c) 1,3458 : 0,001

**Rezolvare:**

a) 12,7 : 0,1 = (12,7 · 10) : (0,1 · 10) = 127 : 1 = 127 · 10

b) 251,765 : 0,01 = (251,765 · 100) : (0,01 · 100) = 25176,5 : 1 = 251,765 · 100

c) 1,3458 : 0,001 = (1,3458 · 1 000) : (0,001 · 1 000) = 1345,8 : 1 = 1,3458 · 1 000

Rețin

A împărți o fracție zecimală la 0,1 este echivalent cu a înmulți acea fracție zecimală cu 10.  
A împărți o fracție zecimală la 0,01 este echivalent cu a înmulți acea fracție zecimală cu 100.  
A împărți o fracție zecimală la 0,001 este echivalent cu a înmulți acea fracție zecimală cu 1 000.



## Lucrez

### 1. Calculează.

- a)  $7,26 : 0,2$       b)  $1,24 : 0,4$   
c)  $87,48 : 3,2$       d)  $4,5 : 0,16$

### 2. Calculează și ordonează rezultatele:

$$a = 7,188 : 0,3$$

$$b = 3,45 : 0,5$$

$$c = 24,42 : 0,6$$

$$d = 8,52 : 4,26$$

### 3. Calculează.

- a)  $9,75 : 0,01$       b)  $18,27 : 0,01$   
c)  $72,1 : 1,25$       d)  $32,706 : 0,08$   
e)  $158,34 : 37,7$       f)  $36,255 : 2,4$

### 4. Efectuează următoarele operații.

- a)  $0,28 : 1,4$       b)  $17 : 0,17$   
c)  $3,5568 : 0,78$       d)  $3,9 : 0,0039$   
e)  $0,522 : 0,145$       f)  $0,17 : 170$   
g)  $71 : 7,1$       h)  $0,0039 : 3,9$

### 5. Pentru fiecare dintre numerele de mai jos,

3,7

26,53

0,492

312,7

calculează numărul mai mic:

- a) de 0,1 ori;  
b) de 0,01 ori;  
c) de 0,02 ori.

### 6. Scrie aproximarea prin lipsă la sutimi pentru rezultatele operațiilor:

- a)  $7,256 : 2,7$       b)  $91,4 : 1,7$   
c)  $3,543 : 0,24$       d)  $245,13 : 0,85$   
e)  $4,503 : 2,3$       f)  $2,324 : 1,36$

### 7. Scrie aproximarea prin adaos la miimi pentru rezultatele operațiilor:

- a)  $7,25 : 6,12$       b)  $32,74 : 3,714$   
c)  $382,84 : 8,19$       d)  $572,1 : 7,51$   
e)  $0,938 : 8,1$       f)  $205,44 : 7,11$

### 8. Calculează:



- a)  $7,2 : 1,6 + 4,8 \cdot 3,5$   
b)  $3,6 : 0,02 - 2,7 : 1,2$   
c)  $4,25 : 2,5 - 1,36 : 2$   
d)  $17,1 : 1,2 + 13,5 : 0,6$   
e)  $23,16 : 0,5 - 2,35 : 1,6$   
f)  $75,16 : 0,8 - 7,85 : 3,2$

### 9. Mama a cumpărat 3,2 kg de căpșune cu 21,92 lei. Cât costă 1 kg de căpșune?



### 10. Un fermier a dus la piață 7,8 kg de căpșune și 9,2 kg de cireșe. Le-a vândut pe toate și a încasat 128,55 lei. Află cât a costat 1 kilogram de căpșune și cât 1 kilogram de cireșe, știind că suma încasată pentru cireșe a fost cu 23,25 lei mai mare decât cea încasată pentru căpșune.



### 11. La o cantină școlară s-au pregătit conserve pentru anotimpul rece. S-au preparat 87,72 l de compot de vișine și 89,76 l de compot de cireșe. Tot compotul s-a pus în borcane de 0,34 l. Câte borcane sunt din fiecare?

### Gândesc creativ



Cum a reușit câinele să se înde-  
părteze de stăpânul său la 200 m distanță, dacă  
lesa lui retractabilă are lungimea de 10 m?

## Lecția 9 | Transformarea unei fracții zecimale periodice în fracție ordinară

### Observ. Descopăr. Înțeleg

a) Frații zecimale periodice simple:

$$\overline{0,(4)} = \frac{4}{9}; \overline{0,(53)} = \frac{53}{99};$$

$$\overline{0,(127)} = \frac{127}{999}; \overline{0,(1234)} = \frac{1\ 234}{9\ 999}$$

$$\overline{13,(2)} = \frac{132 - 13}{9} = \frac{119}{9};$$

$$\overline{2,(39)} = \frac{239 - 2}{99} = \frac{237}{99} = \frac{79}{33};$$

$$\overline{5,(678)} = \frac{5\ 678 - 5}{999} = \frac{5\ 673}{999} = \frac{1\ 891}{333}$$

### Rețin

Pentru a transforma o fracție periodică simplă în fracție ordinară, procedăm astfel:

- la numărător scriem tot numărul, fără virgulă, din care scădem partea întreagă;
- la numitor scriem numărul format din atâtea cifre 9 câte cifre are perioada.

$$\overline{0,(a)} = \frac{a}{9}; \overline{0,(ab)} = \frac{\overline{ab}}{99}; \overline{0,(abc)} = \frac{\overline{abc}}{999};$$

$$\overline{0,(abcd)} = \frac{\overline{abcd}}{9\ 999}; \overline{n,(a)} = \frac{\overline{na} - n}{9}; \overline{n,(ab)} = \frac{\overline{nab} - n}{99};$$

$$\overline{n,(abc)} = \frac{\overline{nabc} - n}{999}; \overline{n,(abcd)} = \frac{\overline{nabcd} - n}{9\ 999}$$

b) Frații zecimale periodice mixte:

$$\overline{0,2(3)} = \frac{23 - 2}{90} = \frac{21}{90} = \frac{7}{30};$$

$$\overline{0,17(5)} = \frac{175 - 17}{900} = \frac{158}{900} = \frac{79}{450};$$

$$\overline{0,3(798)} = \frac{3\ 798 - 3}{9\ 990} = \frac{3\ 795}{9\ 990} = \frac{1\ 265}{3\ 330} = \frac{253}{665};$$

$$\overline{0,24(379)} = \frac{24\ 379 - 24}{99\ 900} = \frac{24\ 355}{99\ 900} = \frac{4\ 871}{19\ 980}$$

$$\overline{5,2(3)} = \frac{523 - 52}{90} = \frac{471}{90} = \frac{157}{30};$$

$$\overline{12,31(6)} = \frac{12\ 316 - 1\ 231}{900} = \frac{11\ 085}{900} = \frac{739}{60};$$

$$\overline{8,5(407)} = \frac{85\ 407 - 85}{9\ 990} = \frac{85\ 322}{9\ 990} = \frac{42\ 661}{4\ 995};$$

$$\overline{2,40(204)} = \frac{240\ 204 - 240}{99\ 900} = \frac{239\ 964}{99\ 900} = \frac{5\ 9991}{24\ 975}$$

### Rețin

Pentru a transforma o fracție periodică mixtă în fracție ordinară, procedăm astfel:

- la numărător scriem tot numărul, fără virgulă, din care scădem partea aflată înaintea perioadei;
- la numitor scriem numărul format din atâtea cifre 9 câte cifre are perioada, urmate de atâtea cifre 0 câte cifre sunt între virgulă și perioadă.

$$\overline{0,a(b)} = \frac{\overline{ab} - a}{90}; \overline{0,ab(c)} = \frac{\overline{abc} - \overline{ab}}{900};$$

$$\overline{0,a(bcd)} = \frac{\overline{abcd} - a}{9\ 990}; \overline{0,ab(cde)} = \frac{\overline{abcde} - \overline{ab}}{99\ 900}$$

$$\overline{n,a(b)} = \frac{\overline{nab} - \overline{na}}{90}; \overline{n,ab(c)} = \frac{\overline{nabc} - \overline{nab}}{900};$$

$$\overline{n,a(bcd)} = \frac{\overline{nabcd} - \overline{na}}{9\ 990}; \overline{n,ab(cde)} = \frac{\overline{nabcde} - \overline{nab}}{99\ 900}$$

### Lucrez

1. Transformă în fracții ordinare:

a)  $0,(3)$ ;  $0,(7)$ ;  $0,(24)$ ;  $0,(375)$ . b)  $2,(5)$ ;  $13,(42)$ ;  $11,(05)$ .

c)  $0,1(3)$ ;  $0,43(3)$ ;  $0,23(75)$ . d)  $3,0(3)$ ;  $12,10(3)$ ;  $7,8(3)$ .

2. Arată că:

$$\overline{x,(y)} + \overline{y,(z)} + \overline{z,(x)} = \overline{x,y(z)} + \overline{y,z(x)} + \overline{z,x(y)}$$

## Lecția 10 | Număr rațional. Ordinea operațiilor cu numere raționale periodice în fracție ordinară

### Observ. Descopăr. Înțeleg

Am observat că jumătate dintr-un întreg se poate scrie:  $0,5 = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \dots = \frac{n}{2 \cdot n} = \dots$  sau 50%  
Toate aceste fracții reprezintă un **număr rațional**.

### Rețin

Orice număr care poate fi scris sub formă de fracție ordinară se numește **număr rațional**.

Numerele naturale sunt numere raționale? Da, pentru că orice număr natural poate fi scris ca o fracție care are la numărător acel număr, iar la numitor, 1.

$$0 = \frac{0}{1}; 1 = \frac{1}{1}; 2 = \frac{2}{1}; \dots; n = \frac{n}{1}; \dots$$

Să rezolvăm împreună următoarele exerciții!

1.  $\left[ \left( \frac{3}{5} \right)^2 + \left( \frac{7}{4} - 0,75 \right)^{201} \right] : 0,01$  Observăm că avem în exercițiu atât fracții ordinare, cât și fracții zecimale finite.

Pentru a putea efectua calculele, trebuie să transformăm fracțiile zecimale în fracții ordinare sau invers.

a) Transformăm fracțiile ordinare în fracții zecimale:

$$\left( \frac{3}{5} \right)^2 = \frac{9}{25} = \frac{36}{100} = 0,36 \quad \frac{7}{4} = \frac{175}{100} = 1,75$$



Atunci exercițiul devine:

$$\left[ 0,36 + (1,75 - 0,75)^{201} \right] : 0,01 = (0,36 + 1^{201}) : 0,01 = 1,36 : 0,01 = (1,36 \cdot 100) : (0,01 \cdot 100) = 136 : 1 = 136$$

b) Transformăm fracțiile zecimale în fracții ordinare:

$$0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4} \quad 0,01 = \frac{1}{100}$$

Atunci exercițiul devine:

$$\begin{aligned} \left[ \left( \frac{3}{5} \right)^2 + \left( \frac{7}{4} - \frac{3}{4} \right)^{201} \right] : \frac{1}{100} &= \left[ \frac{9}{25} + \left( \frac{4}{4} \right)^{201} \right] \cdot \frac{100}{1} = \left[ \frac{9}{25} + \left( 1 \right)^{201} \right] \cdot \frac{100}{1} = \\ &= \left( \frac{9}{25} + 1 \right) \cdot \frac{100}{1} = \frac{34}{25} \cdot \frac{100}{1} = \frac{136}{1} = 136 \end{aligned}$$



2.  $\left\{ \left( \frac{1}{2} \right)^2 + \left[ \frac{5}{6} + 0,1(6) \right]^{201} \right\} : 0,1$  Observăm că avem în exercițiu atât fracții ordinare, cât și fracții zecimale, una finită și una periodică simplă. De aceea, pentru a putea efectua calculele, trebuie să transformăm fracțiile zecimale în fracții ordinare.

Avem  $0,1(6) = \frac{16-1}{90} = \frac{15}{90} = \frac{1}{6}$  iar  $0,1 = \frac{1}{10}$ . Atunci exercițiul devine:

$$\left\{ \left( \frac{1}{2} \right)^2 + \left[ \frac{5}{6} + \frac{1}{6} \right]^{201} \right\} : \frac{1}{10} = \left[ \frac{1}{4} + \left( \frac{6}{6} \right)^{201} \right] : \frac{1}{10} = \left( \frac{1}{4} + 1^{201} \right) : \frac{1}{10} = \left( \frac{1}{4} + 1 \right) \cdot \frac{10}{1} = \frac{5}{4} \cdot \frac{10}{1} = \frac{50}{4} = \frac{25}{2}$$

## Rețin

Ordinea operațiilor cu numere raționale este aceeași ca la numerele naturale:

1. Dacă într-un exercițiu nu avem paranteze și sunt doar operații de același ordin, le efectuăm în ordinea în care sunt scrise.
2. Dacă într-un exercițiu nu avem paranteze și sunt operații de ordine diferite, efectuăm prima dată ridicările la putere, apoi înmulțirile și împărțirile, iar la final, adunările și scăderile.
3. Dacă într-un exercițiu avem paranteze, efectuăm la început operațiile din parantezele rotunde, apoi pe cele din parantezele pătrate, iar în final, pe cele din acolade.

## Lucrez

## 1. Calculează.

a)  $0,2 + 0,5 - \frac{1}{3}$

b)  $0,2 - 0,1(6) + 0,5$

c)  $0,25 - \frac{1}{7} + 0,2$

d)  $0,5 + 1,4 \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{6}\right)$

e)  $0,6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 : \frac{2}{5}$

f)  $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{6}\right) : \frac{7}{3} \cdot 0,4$

g)  $\left(\frac{1}{2}\right)^3 : \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 0,25 : 2$

h)  $\frac{6}{7} \cdot 0, (6) : \frac{2^3}{2 \cdot 3 + 1}$

## 2. Calculează și ordonează crescător rezultatele.

a)  $\left[\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2\right] : \frac{2}{3}$

b)  $\frac{5}{6} : 2, (3) \cdot [1 + 0,5 \cdot 0, (3)]$

c)  $0, (3) - \left\{ \frac{1}{3} - \left[ \frac{1}{3} - 1,5 \cdot \left(\frac{1}{3} - 0,25\right) \right] \right\}$

## 3. Calculează.

a)  $0,3 \cdot \frac{28}{9} : \frac{14}{30}$

b)  $\frac{7}{112} + \frac{1}{56} : 0,25$

c)  $\frac{4}{15} + 0,35 - \frac{1}{6}$

d)  $0,2 + 0,4 : \frac{1}{5} - \frac{1}{5}$

e)  $0,25 : \frac{1}{4} \cdot 0,25 + \frac{1}{4}$

f)  $0,5 : \frac{4}{3} + 1,2$

g)  $\frac{5}{2} - \frac{1}{3} : \frac{1}{5}$

h)  $0,2 - \left(\frac{1}{5}\right)^2 + 1$

i)  $\frac{9}{11} + \frac{5}{6} - \frac{13}{33}$

j)  $\frac{2^4}{11} \cdot \frac{2^2 \cdot 11}{2^3} + \frac{2}{5 \cdot 3} : \frac{6}{5 \cdot 3^2}$

k)  $0,5 : \left[ 0,5 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) + 0,5 \right]$

l)  $\left[ \frac{2}{7} \cdot \left(\frac{1}{7} + \frac{2}{14} : 5\right) + 0,2 \cdot \frac{3}{7} \right] \cdot 14$

## 4. Calculează și ordonează descrescător rezultatele de mai jos:

a)  $\frac{1}{7} + \frac{1}{7} : \frac{1}{2}$

b)  $\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{4}{25}$

c)  $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2}$

## 5. Calculează:

a)  $\left[ 0,5 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \right] : \left(\frac{1}{6}\right)^3$

b)  $\left\{ \left[ \left(\frac{1}{4}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^5 \right] : 0,625 \right\} : \left[ \left(\frac{8}{5} - \frac{6}{7}\right)^3 : \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{7}\right)^2 \right]$

c)  $(1 - 0,4 : 0,8 + 3 : 1,2) : \left[ \left(2,6 - \frac{7}{3} \cdot \frac{42}{49}\right) \cdot \frac{10}{7} \right] + \left\{ \left[ 4 : (2 - 0,4) + 1 \right] : \left[ 7 - 2 : \left(1 - \frac{2}{3}\right) \right] \right\}$

d)  $\left[ \frac{14}{3} \cdot \left(\frac{15}{54} - \frac{4}{18}\right) \right] : \left[ \left(\frac{10}{7} + \frac{1}{14}\right) : \frac{3}{7} \right]$

e)  $\left\{ 1 : \left[ (0,28 + 0,16) : \frac{11^2}{75} - \frac{2}{3} \right] \cdot \frac{7}{3} \right\}$

$$f) \left\{ 2,2 : \left( \frac{8}{3} - 1,2 \right) + 1 : \left[ \left( \frac{5}{3} + \frac{1}{7} - \frac{2}{21} \right) \cdot \frac{1}{6} \right] \right\} \cdot 0,6$$

$$g) 1,4 \cdot \left( 4\frac{1}{7} - 3\frac{1}{14} \right) + 3,4 : \left( 2\frac{2}{3} - 1,2 \right)$$

$$h) \left\{ \left[ \frac{1}{3} + \frac{1}{3} : \left( \frac{2}{3^2} - \frac{1}{6} \right) \right] \cdot \frac{7}{2} \right\} : \left[ \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{4} \right) : 5\frac{1}{10} \right]$$

$$i) \left( 0,5 + \frac{1}{3} + 0,25 \right) : \left( \frac{5}{6} \cdot \frac{25}{26} \right) - 0,25$$

6. Determină numărul rațional  $N = a : b + c$ , unde:

$$a = 1 - \frac{2}{5} : \frac{4}{5} + 3 : 1\frac{1}{5} \quad b = \left( 2,6 - 2\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{7} \right) \cdot 1\frac{3}{7}$$

$$c = \left[ 4 : \left( 2 - \frac{2}{5} \right) + 1 \right] : \left[ 7 - \left( 2 : \frac{1}{3} \right) \right]$$

7. Calculează valorile lui  $a, b, c, d, e, f$  și apoi determină numărul  $g$ .

$$a = 5,25 + \frac{3}{2} + 4,5 \cdot \frac{3}{6}$$

$$b = 3\frac{1}{8} : 6\frac{2}{3} \cdot 1\frac{7}{9} \quad c = a : b - 3\frac{1}{5}$$

$$d = 36\frac{2}{3} : (5^2 - 5 \cdot 2) + 9\frac{1}{3} : (3^2 + 2^2 + 1)$$

$$e = 8\frac{4}{7} : 2\frac{6}{7} + 12, (3) - 7\frac{1}{3}$$

$$f = d : e - \frac{3^2 - 2^2}{3^2 \cdot 2^3} \quad g = c : f + \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{5} : \frac{1}{3} \right) \cdot 2$$

8. Un creion costă 1,75 lei și un caiet costă 3,50 lei. Cât costă 5 creioane și 7 caiete la un loc?



9. Calculează:

$$a) [0,(25) - 0,25] : 0,(02)$$

$$b) [0,(32) - 0,32] \cdot 618,75$$

$$c) [0,16 + 0,(16)] : 0,28 : \frac{2}{99} - \frac{6}{7}$$

$$d) \left[ 0,(375) - \frac{3}{8} \right] : \frac{5}{37} : \frac{7}{360}$$

$$e) \frac{0,(72) + 0,72}{0,(36) + 0,36} \quad f) \frac{0,75 + 0,(75)}{0,15 + 0,(15)}$$

$$g) \left[ 2017 - \left( \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \dots + \frac{2016}{2017} \right) \right] :$$

$$\left[ 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2017} \right]$$

$$h) \frac{1}{2014 \cdot 2015} + \frac{1}{2015 \cdot 2016} + \frac{1}{2016 \cdot 2017} + \frac{1}{2017}$$

$$* i) \left( \frac{22011}{99} + \frac{22011}{88} + \frac{22011}{77} \right) : \frac{9 \cdot 8 + 9 \cdot 7 + 8 \cdot 7}{9 \cdot 8 \cdot 7}$$

$$* j) \left( 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2^3} - \dots - \frac{1}{2^{2017}} \right) \cdot 2^{2018}$$

$$* k) \frac{3}{1} + \frac{5}{2} + \frac{7}{3} + \dots + \frac{61}{30} - \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{30} \right)$$

10. Într-o cutie de medicamente încap 10 tuburi, fiecare cu 20 comprimate. Știind că un comprimat cântărește 10,3 g, un tub gol 3,5 g, iar cutia goală 12,6 g, află cât cântărește cutia plină (în grame).



11. Ana avea o sumă de bani. După ce a cheltuit o treime din ea, apoi jumătate din cât i-a rămas și apoi trei pătrimi din cât i-a rămas a doua oară, a mai rămas cu 21,75 lei. Ce sumă de bani a avut Ana la început?

1. Maricel a parcurs  $\frac{6}{5}$  dintr-un drum de 40 km, iar Mititel a parcurs  $\frac{7}{4}$  dintr-un drum de 28 km. Cine a mers mai mult?



2. Pentru prepararea unei pâini s-au folosit 0,500 kg făină, 1,053 kg apă, 0,012 kg drojdie și 0,005 kg sare. La coacere se pierde prin evaporare 0,620 kg apă. Cât cântărește pâinea coaptă?



3. Ana avea o sumă de bani. După ce a cheltuit jumătate din ea, apoi jumătate din cât i-a rămas și apoi jumătate din cât i-a rămas a doua oară, a mai rămas cu 12,25 lei. Ce sumă de bani a avut Ana la început?



4. Cosmin a primit 140 lei. Află câți bani i-au mai rămas după ce a cheltuit în prima fază două cincimi din sumă, iar în a doua, trei pătrimi din ce îi rămăsese.



5. O piscină se umple dacă se deschid timp de o oră 4 robinete, prin oricare curgând 22,5 l de apă în fiecare minut.

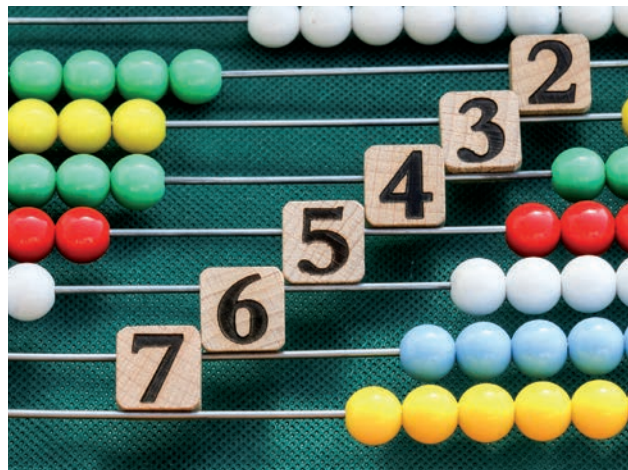
Dacă vrem să o golim, avem două guri de evacuare a apei, prin fiecare se scurg 30 l în fiecare minut.

În cât timp se golește piscina?

- \* Află trei numere știind că îndeplinesc simultan condițiile:

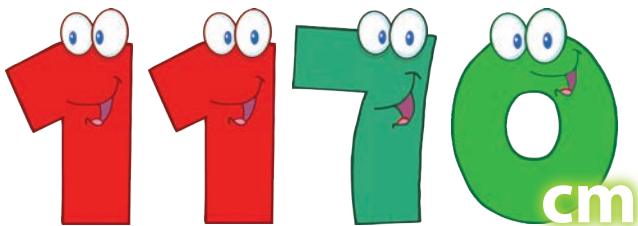
- a) jumătate din primul număr este cât o treime din al doilea și cât două cincimi din al treilea;  
b) diferența dintre al doilea și al treilea este 1,08(3).

7. Media aritmetică a trei numere este 37,(6), iar media aritmetică a primelor două este 17,5. Află numerele, știind că al doilea este de 4 ori mai mare decât primul.



8. Calculează  $\frac{2}{5}$  din 60 minute.

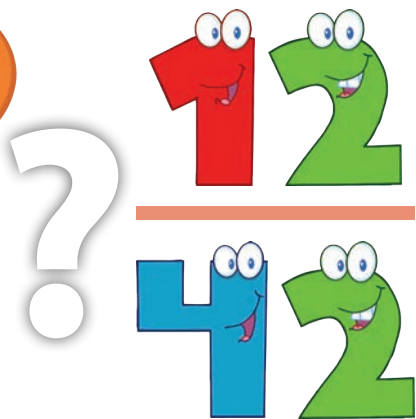
9. Un segment de lungime 1 170 cm se împarte în două părți. Știind că lungimea primei părți reprezintă  $\frac{5}{8}$  din lungimea celei de-a doua părți, determină câți metri are prima parte.



10. Un creion costă 2,55 lei și un caiet costă 7,50 lei. Cât costă 3 creioane și 2 caiete la un loc?



11. Raluca s-a gândit la o fracție și după ce a amplificat-o a obținut  $\frac{12}{42}$ . La ce fracție s-a gândit? Găsește toate variantele.



12. Partea întreagă a unui număr zecimal este formată dintr-o cifră, iar partea zecimală are două cifre. Găsește acest număr, dacă cifra întregilor este triplul cifrei zecimilor, iar cifra zecimilor este triplul cifrei sutimilor.

13. După ce a cheltuit în prima zi  $\frac{2}{5}$  dintr-o sumă de bani, iar în a doua zi  $\frac{1}{3}$  din ceea ce i-a mai rămas, Catinca mai are de cheltuit 60 lei. Ce sumă a avut inițial?

14. Dintr-un vas s-au scos  $\frac{2}{5}$  din cantitatea de apă și au mai rămas 9 l. Află capacitatea vasului.



15. Un automobil parcurge  $\frac{2}{7}$  din drum, adică 217 km. Află lungimea drumului.



16. După ce a parcurs  $\frac{2}{7}$  dintr-un traseu și încă 24 km, un turist mai are de parcurs o treime din traseu. Ce lungime avea întregul traseu?



# ANTRENAMENT PLUS

- ✓ Consolidare
- ✓ Aprofundare
- ✓ Excelență

## Consolidare

1 Scrie fracțiile cu numitorul putere a lui 10 sub formă de fracție zecimală.

$$\frac{13}{10}; \frac{371}{10}; \frac{173}{100}; \frac{713}{1000}; \frac{317}{10000}$$

2 Completează spațiul punctat cu un cuvânt pentru a obține afirmația adevărată.

Dacă la sfârșitul părții zecimale a unei fracții zecimale se adaugă sau se șterg zerouri, fracția zecimală are aceeași ...

3 Cifra care se poate scrie la partea zecimală a oricărui număr natural este ...

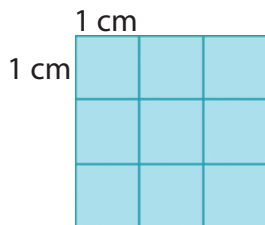
4 Din următoarele fracții ordinare, selectează și scrie-le pe acelea care se transformă în fracții zecimale finite.

$$\frac{5}{2}; \frac{19}{20}; \frac{3}{125}; \frac{17}{40}; \frac{11}{44}; \frac{2}{15}; \frac{5}{12}$$

5 Scrie sub formă de fracție ordinară următoarele fracții zecimale: 1,3; 0,7; 13,21; 0,05; 0,001; 1,300.

6 Ordonează crescător fracțiile zecimale: 2,3; 2,31; 2,09; 3,2; 0,99; 3,19.

7 Precizează lungimea laturii pătratului, măsoară cu rigla diagonala sa și scrie aproximarea prin lipsă la o zecime a lungimii diagonalei.



8 Rotunjește la ordinul unităților următoarele fracții zecimale: 2,4; 3,41; 5,6; 11,49; 9,71.

9 Scrie în sistemul zecimal (defășurat) fracția zecimală 27,314.

10 Calculează:

a)  $37,4 \cdot 10$ ; b)  $29,3 \cdot 100$ ; c)  $1,7 \cdot 1000$

d)  $2,9 : 10$ ; e)  $13,2 : 100$

11 Arată că următoarele împărțiri au câtul fracție zecimală finită și apoi verifică prin calcul.

a)  $13 : 2$ ; b)  $34 : 5$ ; c)  $29 : 20$ ; d)  $137 : 50$ ; e)  $6 : 12$ .

## Aprofundare

12 Identifică și scrie fracțiile care se transformă în fracții zecimale periodice simple, respectiv în fracții periodice mixte.

a)  $\frac{2}{3}$  b)  $\frac{5}{7}$  c)  $\frac{8}{6}$  d)  $\frac{5}{6}$  e)  $\frac{44}{30}$

13 Transformă în fracții ordinare următoarele fracții zecimale periodice:

$3,(51)$ ;  $1,(219)$ ;  $0,(3)$ ;  $0,(6)$ ;  $2,1(04)$

14 Calculează:

a)  $2,4 \cdot 5$ ; b)  $0,02 \cdot 25$ ; c)  $4,7 \cdot 9,4$ ;

d)  $3,5 \cdot 0,247$ ; e)  $0,035 \cdot 24,7$

15 Scrie aproximarea prin lipsă și prin adaos a rezultatului calculului:

a)  $2,5 + 1,5 \cdot 1,5$ ; b)  $(1,5 + 2,6) \cdot 3,4$ ;

c)  $(12,7 - 4,6) \cdot 15,5$ .

16 Scrie ca puteri următoarele numere:

a) 0,09; b) 0,49; c) 6,25; d) 0,008.

17 Înlocuiește litera cu un număr, pentru ca egalitatea să fie adevărată:

a)  $2,8a + 7,93 = 10,8$ ; b)  $9,53 - \overline{6,7a} = 2,8$

18 Calculează:

a)  $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left[3,331 - (1 + 0,1)^3\right]^2$

b)  $0,(2) : \left[(0,05^2 + 1,05^2) : \left(1 + \frac{105}{1000}\right)\right]$

19 Un dreptunghi are aria  $18,2004 \text{ m}^2$  și lungimea  $5,23 \text{ m}$ . Calculează perimetrul dreptunghiului.

20 Prețul unui litru de benzină la pompă este  $6,75 \text{ lei}$ . O mașină consumă  $6,5 \text{ l}/100 \text{ km}$ . Află suma de plată pentru  $6.5 \text{ l}$ .

## Excelență

21 Un robinet umple într-o oră  $0,1(6)$  din capacitatea unui bazin, iar alt robinet, cu debitul mai mare, umple într-o oră  $0,25$  din capacitatea bazinului. Află în cât timp umplu bazinul ambele robinete deschise simultan.

22 Dintr-o panglică cu lungimea de  $18,5 \text{ m}$  se taie o bucată de  $3,75 \text{ m}$  și apoi încă o bucată a cărei lungime este cu  $0,04 \text{ m}$  mai mică decât prima bucată. Află lungimea panglicii rămase.

23 Suma dintre lungimea și lățimea unui dreptunghi este  $63,8 \text{ cm}$ , iar diferența dintre lungimea și lățimea dreptunghiului este  $19,4 \text{ cm}$ . Determină lungimea și lățimea dreptunghiului.

24 Află suma zecimalelor care formează perioada fracției zecimale în care se transformă  $\frac{1}{7}$ .





- 1** Se consideră fracția zecimală 13,4862. Stabilește valoarea de adevăr a următoarelor propoziții (A – adevărat, F – fals):
- Partea întregă a fracției zecimale este 13.
  - Partea zecimală a fracției zecimale este formată cu cifre impare.
  - Cifra zecilor este 3.
  - Cifra zecimilor este 4.
  - Cifra sutimilor este 8.
  - Cifra unităților este cu 3 mai mică decât cifra miimilor.
  - Suma cifrelor părții zecimale a fracției zecimale este de cinci ori mai mare decât suma cifrelor părții întregi.
- 2** Scrie următoarele fracții zecimale:
- în ordine crescătoare  
21,54; 215,4; 49,98; 3,99; 2,154; 4,998.
  - în ordine descrescătoare  
33,998; 23,999; 5,1; 13,9; 24,01; 38,999.
- 4** Scrie două fracții zecimale cuprinse între:
- 4,52 și 4,9;      b. 254,45 și 254,49.
- 5** Calculează.
- $21,45 + 32,12$                       b.  $5,458 + 4,233$
  - $0,45 + 2,39 + 7,08$               d.  $54,6 + 41,24 + 14,09$
  - $6,49 + 25,37 + 48,66$           f.  $0,21 + 4,895 + 17,4$
  - $8,789 + 0,054 + 85,86$
  - $156,4589 + 45,5687$
  - $2,145 + 21,45 + 214,5$
  - $7 + 0,07 + 0,007 + 0,0007$
- 5** Calculează.
- $57,89 - 14,38$                       b.  $21,81 - 9,44$
  - $5,489 - 3,216$                       d.  $78 - 14,95$
  - $41,24 - 16,81$                       f.  $789,4 - 2,56 - 1,99$
  - $851,458 - 433,914$               h.  $5,74 - 0,005 - 1,456$
- 6** O pară cântărește 0,314 kg, un măr cântărește 0,401 kg și o prună cântărește 0,125 kg. Cât cântăresc la un loc cele trei fructe?
- 7** Un automobil a parcurs 234 km în trei ore. Dacă în prima oră a parcurs 57,6 km, în cea de-a doua oră a parcurs 95,3 km, calculează câți kilometri a parcurs automobilul în cea de-a treia oră.
- 8** Calculează.
- $2,4 \cdot 5$                                       b.  $4,23 \cdot 2,1$
  - $31,6 \cdot 124,351$                       d.  $29,54 \cdot 0,2$
  - $4,23 \cdot 1,47 \cdot 5,69$                       f.  $3,17 \cdot 100 \cdot 5,1$
- 9** Determină cifrele  $a, b, c$  din egalitățile următoare.
- \* a.  $\overline{a,b} + \overline{0,bc} = 3,06$ ;      b.  $\overline{a,b} + \overline{b,c} + \overline{c,a} = 4,4$ .
- 10** Calculează.
- $3,1 \cdot 10$                                   b.  $54,23 \cdot 100$
  - $72,458 \cdot 1000$                       d.  $2,412 \cdot 10$
  - $0,21 \cdot 1000$                           f.  $1,96 \cdot 1000$
- 11** O editură pregătește pachetele cu manuale de matematică pentru a le trimite către școlile din țară. Manualul de matematică de clasa a V-a cântărește 0,531 kg. Cât va cântări un pachet de 15 manuale dacă ambalajul folosit pentru fiecare pachet cântărește 0,354 kg?
- 12** Scrie sub formă de fracție zecimală:
- $$\frac{8}{2}, \frac{2}{3}, \frac{14}{3}, \frac{8}{9}, \frac{41}{9}, \frac{103}{27}, \frac{56}{27}, \frac{147}{27}, \frac{75}{27}, \frac{8}{6}, \frac{31}{15}, \frac{34}{24}, \frac{111}{18},$$
- $$\frac{41}{30}, \frac{103}{75}, \frac{149}{45}, \frac{75}{12}, \frac{13}{12}, \frac{31}{11}, \frac{34}{14}, \frac{1}{18}, \frac{5}{12}, \frac{7}{30}, \frac{53}{7}.$$
- 13** Scrie sub formă de fracție ordinară:
- $3,4; 12,01; 24,876; 0,(23); 3,(2);$
- $17,5(3); 9,23(41); 4,234561.$
- 14** Se consideră fracția zecimală 3,(451).
- \* a. Scrie sub formă de fracție ordinară.
- b. Care este a 2 018-a zecimală a acestei fracții zecimale?
- c. Calculează suma primelor 100 de zecimale.
- 15** Calculează.
- $17 : 5$                                   b.  $12,24 : 6$                       c.  $57,123 : 1,8$
  - $78,45 : 0,1$                           e.  $567,8 : 100$                       f.  $789,08 : 10$
- 16** Determină numerele  $a$  și  $b$ .
- $$a = \left( \frac{1}{2} + 0,45 \cdot 2 + 0,6 \right)^2 : 0,01$$
- $$b = \left[ \left( \frac{7}{22} + 0,1(36) \cdot 5 \right) + 2 \right]^2 : 0,1$$
- 17** Observă tabelul cu suma cheltuită de o familie în timpul unei săptămâni pentru fructe.
- | Ziua | 1     | 2      | 3     | 4      | 5      | 6      | 7      |
|------|-------|--------|-------|--------|--------|--------|--------|
| Suma | 8 lei | 11 lei | 7 lei | 12 lei | 10 lei | 15 lei | 18 lei |
- Află suma medie cheltuită pe fructe:
- în primele 4 zile;
  - în ultimele 4 zile;
  - toată săptămâna.



**18** Citește textul, apoi rezolvă următoarele cerințe.

Valea Prahovei este cunoscută pentru obiective turistice importante, cum sunt: Castelul Peleş (reședința de vară a foștilor regi ai României), aflat în Sinaia, sau Sfinxul (centrul energetic al Munților Carpați), cu acces din Bușteni, Crucea de pe Caraiman (cea mai înaltă cruce din lume ridicată la 2 300 m altitudine, conform Guinness Book of World Records din 2014), cu acces din Bușteni, sau Babele (doamne bătrâne), Altarele ciclopice din Caraiman, cu acces din Bușteni. Valea Prahovei excelează și în domeniul sporturilor de iarnă. Cele patru domenii schiabile din Sinaia, Bușteni, Azuga și Predeal însumează peste 20 de pârtii cu grade diferite de dificultate. Pârtii precum Clăbucet din Predeal, Sorica din Azuga, Kalinderu din Bușteni sau Valea Dorului din Sinaia sunt bine-cunoscute iubitorilor de schi.

Pentru a răspunde la cerințele A-C, citește următorul text:

În luna decembrie, meteorologii au măsurat grosimea zăpezii la principalele pârtii de pe Valea Prahovei. Ei au obținut următoarele rezultate:

Pârtia	Sinaia Valea Dorului	Sinaia Papagal	Bușteni Kalinderu	Azuga Sorica	Predeal Clăbucet
Grosimea strat zăpadă (cm)	29,67	57,31	41,12	63,34	48,86

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

- A.** Pârtia cu cel mai gros strat de zăpadă este:  
a. Papagal b. Kalinderu c. Valea Dorului d. Clăbucet e. Sorica
- B.** Pârtia al cărei strat de zăpadă este mai gros cu 11,45 cm decât stratul de zăpadă de pe pârtia Valea Dorului este:  
a. Valea Dorului b. Kalinderu c. Papagal d. Clăbucet e. Sorica
- C.** Dacă pe pârtia Clăbucet se folosesc tunurile de zăpadă, grosimea stratului de zăpadă necesar, astfel încât să fie egală cu cea de pe pârtia Papagal, este:  
a. 8,55 b. 7,45 c. 8,45 d. 8,35 e. 9,45

Pentru a răspunde la cerințele D-E, citește următorul text:

Lungimea pârtiei Valea Dorului este de 0,895 km, lungimea pârtiei Papagal este de 0,9 km, lungimea pârtiei Kalinderu este de 1,5 km și pârtiile Sorica și Clăbucet au aceeași lungime, de 2,1 km.

- D.** Calculează care este lungimea totală a celor cinci pârtii.
- E.** Care este lungimea tuturor pârtiilor de pe Valea Prahovei știind că aceasta este de 5,9 ori mai mare decât lungimea celor cinci pârtii?

Pentru a răspunde la cerințele F-H, citește următorul text:

În vacanța de iarnă, Asociația Sportivă din școală organizează o tabără de schi, de o săptămână, la Sinaia. Pentru a ajunge la pârtii se poate folosi telecabina, prețul fiind de 65 lei pe zi, telegondola, prețul fiind de 48 lei pe zi, sau telescaunul, prețul fiind de 35 lei pe zi. Pentru un abonament de o săptămână, în care poți folosi oricare mijloc de urcare, prețul este de 310 lei. Din clasa a V-a s-au înscris pentru a participa la această tabără 21 de elevi.

- F.** Care este prețul mediu pentru cele trei mijloace de urcare ce deservește pârtiile?
- G.** Care este prețul mediu pe zi pentru un abonament de o săptămână?
- H.** Dacă din elevii clasei a V-a 11 își vor cumpăra abonamente de o săptămână, patru vor folosi telescaunul, trei telegondola și restul telecabina, calculează prețul mediu, pentru un elev, necesar acoperirii cheltuielilor de transport către pârtii.



Scrive rezolvările complete.

Timp de lucru: 50 de minute



### Subiectul I (30 p)

- 1** Pentru fiecare dintre șirurile de fracții zecimale de mai jos, identifică regula de formare, apoi scrie pe foaia ta A4 următorii trei termeni din șir, precum și al 10-lea termen al șirului.
- a. 0,5; 0,05; 0,005;  
 b. 3,26; 3,266; 3,2666;  
 c. 7,1234; 7,123434; 7,12343434;  
 d. Calculează suma primilor 7 termeni ai șirului de la punctul a).
- 2** Fără a face împărțirea, precizează în ce fel de fracție zecimală se transformă fracțiile ordinare din exemplu, unind cu o linie de altă culoare fiecare fracție cu răspunsul corect.

Exemplu: a.  $\frac{21}{49}$       b.  $\frac{17}{30}$       c.  $\frac{11}{21}$       d.  $\frac{7}{20}$       e.  $\frac{20}{7}$

Răspuns:      1. fracție finită      2. fracție periodică simplă      3. fracție periodică mixtă

### Subiectul II (30 p)

- 3** a. Completează linia (R) din tabelul de mai jos; răspunsul final să fie o fracție ireductibilă.

Ex	2,625	2,(625)	3,5(25)
R			

b. Calculează suma primelor 7 zecimale ale numerelor 2,(625), respectiv 3,5(25).

c. Care este a 2022-a zecimală a numerelor 2,(625), respectiv 3,5(25)?

**4** Calculează:  $\left\{ \left[ \left( \frac{1}{4} \right)^2 - \left( \frac{1}{2} \right)^5 \right] : 0,625 \right\} \cdot (2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 337)$

### Subiectul III (30 p)

- 5** La un aprozar s-au vândut 100 de kg de roșii de două feluri: categoria „extra” cu 7,90 lei/kg și categoria „pentru bulion” cu 3,73 lei/kg, încasându-se suma de 541,80 lei. Află câte kilograme de roșii din fiecare categorie au fost.



**6** Află numărul necunoscut:  $20,22 - \left\{ \left[ (9 \cdot x - 20,21^0 \cdot 10^1) \cdot 0,01 - \frac{9804}{1000} \right] : 1,4^2 \right\} = 20,12$

- 7** Compune o problemă după schema de mai jos, apoi scrie rezolvarea completă și verifică rezultatul.



Ex. 1	Ex. 2	Ex. 3	Ex. 4	Ex. 5	Ex. 6	Ex. 7
a) 3 p	a) 3 p	a) 5 p	15 p	a) 10 p	10 p	10 p
b) 3 p	b) 3 p	b) 5 p				
c) 5 p	c) 5 p	c) 5 p				
d) 4 p	d) 4 p					
Se acordă 10 puncte din oficiu.				Total 100 de puncte		



✓ Verifică dacă ai răspuns corect consultând pagina 192.

✓ Descarcă din manualul digital , apoi completează fișa *Observ! Apreciez! Evoluez!* Adaug-o în portofoliu.

## Organizarea datelor

### Pe parcursul acestei unități vei exersa:

- ✓ Identificarea unor date, mărimi și relații matematice în contextul în care acestea apar
- ✓ Prelucrarea unor date de tip cantitativ, calitativ, structural, specifice matematicii, cuprinse în diverse surse informaționale
- ✓ Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date
- ✓ Reprezentarea matematică a unei situații date provenite din practică, în context intra și interdisciplinar (geografie, fizică, economie etc.)



### Matematica de lângă noi



#### Proiect

#### Tema 6 Date statistice în clasa noastră



#### Structura proiectului

**1** Cere acordul colegilor tăi din clasă, culege următoarele date și completează tabelul:

Numele și prenumele	Băiat / Fată	Ziua de naștere	Luna nașterii	Anul nașterii	Înălțimea (cm)	Numărul fraților și surorilor

**2** Analizează datele obținute și răspunde la întrebările:

- Care este frecvența apariției numărului de fete în clasa ta?
- Care este frecvența apariției numărului de băieți în clasa ta?
- Câți dintre colegii tăi sunt născuți în aceeași zi cu tine?
- Câți dintre colegii tăi sunt născuți în aceeași lună cu tine?
- Câți dintre colegii tăi sunt născuți în același an cu tine?
- Care este luna în care s-au născut cei mai mulți dintre colegii de clasă?
- Câți dintre colegii tăi nu vor aduce bomboane de ziua lor pentru că este vacanță?
- Care este înălțimea medie a fetelor din clasă?
- Care este înălțimea medie a băieților din clasă?

- Care este media numărului de frați și surori ai colegilor tăi din clasă?

- Câți dintre colegii tăi au împlinit 5 ani într-un an care este număr natural prim?

**3** a) Realizează o diagramă coloană pentru a reprezenta numărul fetelor și numărul băieților din clasa ta.

b) Realizează o diagramă cu bare orizontale pentru a reprezenta repartitia colegilor tăi în funcție de luna nașterii.

c) Realizează o diagramă cu linii pentru a reprezenta repartitia colegilor tăi în funcție de anul nașterii.

d) Realizează o diagramă coloană pentru a reprezenta repartitia colegilor tăi în funcție de următoarele tranșe de înălțime (cm): 125-130; 131-135; 136-140; 141-145; 146-150; 151-155; 156-160.

## Hm... oare la ce folosește asta?

*O zicală populară spune că „O imagine face cât o mie de cuvinte”. Istoria vizualizării informațiilor este bogată și fascinantă. Omenirea a început să transmită într-o formă vizuală aspecte de viață încă de când primii oameni preistorici au învățat să deseneze pe pereții peșterilor.*



Observ. Descopăr. Înțeleg

În luna ianuarie 2017, în România au fost înregistrate 15 096 de nașteri. Având în vedere faptul că în România funcționează aproximativ 120 de maternități, putem aprecia că numărul nou-născuților într-o săptămână a lunii ianuarie în una dintre aceste maternități a fost de 28. La naștere, fiecărui bebeluș i se măsoară înălțimea și greutatea.



Înălțimea la naștere este un reper important pentru stabilirea dezvoltării ulterioare a copilului.

Pentru cei 28 de nou-născuți, măsurându-le înălțimea, în centimetri, s-au obținut următoarele date:

52,5	47,2	48	54,7	49,7	50	51,5
50	47,5	50	52,5	50	47,2	49
49	48	47,5	42	53	51,5	48
53	50	50	49	52,5	48	50

Orice am dori să facem cu aceste date, așa cum sunt ele trecute în tabel este dificil să le poți interpreta. O mai bună organizare a acestor date ar fi să le așezăm ordonat. Tabelul cu datele ordonate crescător este:

42	47,2	47,2	47,5	47,5	48	48
48	48	49	49	49	49,7	50
50	50	50	50	50	50	51,5
51,5	52,5	52,5	52,5	53	53	54,7

Acum, aceste date sunt mai ușor de interpretat. Totuși, faptul că unele se repetă de mai multe ori poate crea încurcături în analiza lor. Putem rezolva acest lucru reorganizând datele într-un tabel modificat, în care să apară și de câte ori unele valori se repetă:

Înălțimea (cm)	42	47,2	47,5	48	49	49,7	50	51,5	52,5	53	54,7
Număr nou-născuți	1	2	2	4	3	1	7	2	3	2	1

Acum putem vedea cu ușurință că, spre exemplu, 7 nou-născuți au avut la naștere 50 cm, sau că este un singur nou-născut care a avut la naștere înălțimea de 54,7 cm.

Astfel putem să vedem imediat că un număr de 13 nou-născuți au avut la naștere înălțimea mai mică de 50 cm sau că 6 au avut înălțimea mai mare decât 52 cm.

Rețin

Numărul natural care arată câți din totalul celor care participă la un studiu îndeplinesc o anumită proprietate se numește **frecvență** apariției acelei proprietăți.

Lucrez

1. Irina a hotărât împreună cu familia sa ca la sfârșitul săptămânii să facă o vizită bunicilor. Sâmbătă dimineața la ora 7:00 au plecat către bunici, călătoria durând 6 ore. În tabelul de mai jos sunt prezentate datele ce reprezintă numărul de kilometri parcurși în fiecare din cele 6 ore.

Ora	7:00 – 8:00	8:00 – 9:00	9:00 – 10:00	10:00 – 11:00	11:00 – 12:00	12:00 – 13:00
Număr de km parcurși	50	50	0	70	60	60

Stabilește valoarea de adevăr a următoarelor propoziții (A-adevărat, F-fals)

- a) Bunicii se află la 290 km de familia Irinei.
- b) În călătoria ei, Irina a staționat 2 ore.
- c) Distanța parcursă în primele 3 ore este de 100 km.
- d) Irina și părinții ei au putut face cumpărături pentru bunici între orele 9:00 și 10:00.
- e) Cei mai mulți kilometri au fost parcurși între orele 11:00 și 12:00.

2. În tabelul de mai jos este prezentată repartiția elevilor unei clase a V-a, în funcție de mediile obținute la matematică pe semestrul I.

Media	4	5	6	7	8	9	10
Număr elevi	1	3	6	7	5	4	2

Completează propozițiile următoare pentru a obține enunțuri adevărate.

- Numărul elevilor din această clasă este ...
  - Numărul elevilor care au obținut cel puțin media 6 și cel mult media 9 este ...
  - Frecvența apariției mediei 10 este ...
  - Numărul elevilor care au media 10 este ...
  - Numărul elevilor care au obținut media mai mică de 7 este ...
3. În tabelul de mai jos sunt prezentate temperaturile măsurate la o stație meteorologică, la aceeași oră, în fiecare zi a unei săptămâni din luna aprilie.

Ziua	Temperatura (°C)
Luni	11
Marti	18
Miercuri	15
Joi	15
Vineri	13
Sâmbătă	19
Duminică	17

Completează propozițiile următoare pentru a obține enunțuri adevărate.

- Cea mai mare temperatură înregistrată a fost egală cu ... °C.
  - Ziua săptămânii în care s-a înregistrat o temperatură de 13°C este ...
  - Frecvența apariției temperaturii de 15°C este ...
  - Numărul zilelor în care s-a înregistrat o temperatură mai mare de 16°C este ...
  - Cea mai mică temperatură înregistrată a fost în ziua de ...
4. În biblioteca școlii sunt 1 200 de culegeri de probleme, ceea ce reprezintă 20% din numărul total de cărți. În afară de culegeri de probleme,

în bibliotecă mai sunt 900 de dicționare, 600 de albume de artă și restul, literatură pentru copii.

- Câte cărți se găsesc în total în bibliotecă?
- Completează tabelul cu datele care lipsesc.

Tipul de carte	Număr de cărți
Culegeri de probleme	1 200
Albume de artă	600
Dicționare	900
Literatură pentru copii	

- Construiește un tabel în care datele să fie ordonate descrescător.
  - Care este numărul cărților care nu sunt nici dicționare, nici albume de artă?
  - Care este categoria cu cele mai puține cărți?
5. Cei 28 de elevi ai clasei a V-a au primit 10 fișe a câte 8 probleme de matematică. Pe parcursul primului semestru, cine a dorit a avut de rezolvat cât mai multe dintre problemele primite, acestea fiind adăugate portofoliului lor la matematică. Regula convenită a fost ca o fișă să fie considerată ca fiind rezolvată doar dacă au fost rezolvate toate problemele aflate în ea. Dacă lipsește rezolvarea unei probleme din acea fișă, niciuna dintre celelalte nu vor fi luate în calcul. La sfârșitul semestrului, după verificarea făcută de către profesor, s-au obținut următoarele date:

Număr probleme	8	16		32	40		56	64	72	80
Număr elevi	1	3	2	5	3		2	4	2	3

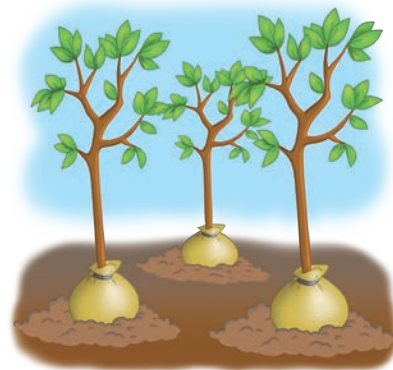
- Completează tabelul cu valorile care lipsesc.
- Câți elevi au rezolvat mai mult de 60 de probleme?
- Câți elevi au rezolvat problemele aflate pe exact 7 fișe?
- Profesorul a împărțit în clasă 280 de fișe. Câte dintre acestea au fost complet rezolvate?

### Investigație

Realizează investigația „Ajută turiștii să facă cea mai bună alegere în sezonul estival!”. Mai multe detalii și etapele investigației se găsesc la pagina 190.

*Observ. Descopăr. Înțeleg*

Elevii claselor a V-a participă alături de colegii lor mai mari la o acțiune de împădurire pe dealurile din apropiere. Astfel ei speră ca prin activitatea lor să micșoreze riscul alunecărilor de teren și totodată să ajute la îmbunătățirea calității aerului din localitate. Sâmbătă și duminică, împreună cu dirigințele lor, îndrumați de voluntari, au plantat o parte din cei 4 000 de puiți de fag, arțar, stejar, mesteacăn și frasin. La sfârșitul săptămânii următoare vor planta și restul de puiți. Cei 30 de elevi din clasa a V-a au format 5 grupe, completate cu elevi din clasele mai mari, corespunzătoare celor 5 porțiuni de teren pe care se vor planta puiți.



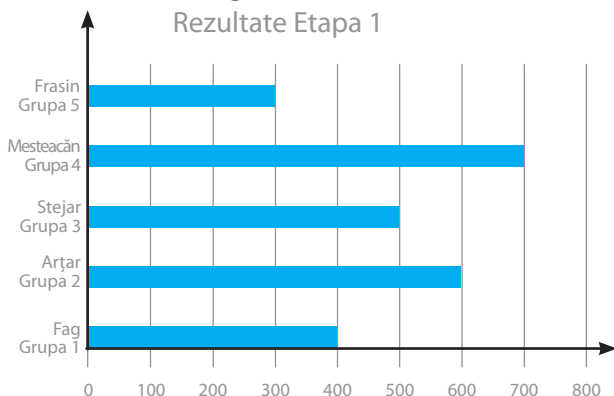
Duminică, după terminarea acțiunii, voluntarii au obținut datele următoare:

Tip de pomi	Fag Grupa 1	Arțar Grupa 2	Stejar Grupa 3	Mesteacăn Grupa 4	Frasin Grupa 5
Număr de puiți plantați	400	600	500	700	300

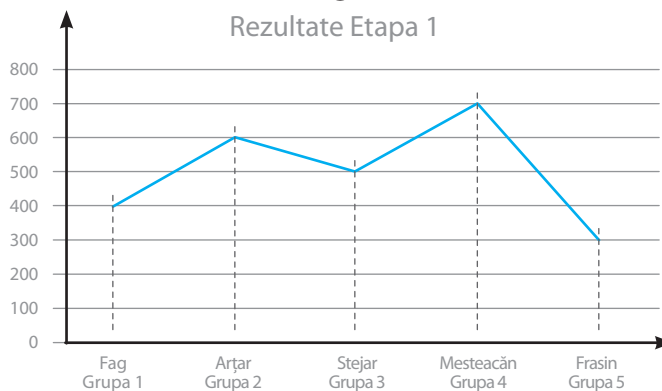
În funcție de numărul de puiți plantați, grupele câștigătoare vor fi recompensate cu diplome și cei care se vor afla pe primul loc vor participa la o excursie ecologică organizată de Asociație.

Organizarea datelor sub forma unui tabel permite elevilor din clasa a V-a să se organizeze pentru a doua etapă a acțiunii, iar elevii din fiecare grupă pot să-și organizeze strategii de acțiune care să permită obținerea locurilor care să le asigure participarea la excursie. Există și alte metode de organizare a datelor care să permită analiza. Acestea pot fi organizate sub formă de:

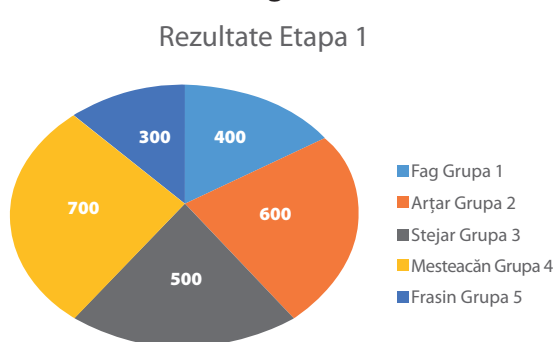
**a) Grafice (diagrame) cu bare orizontale**



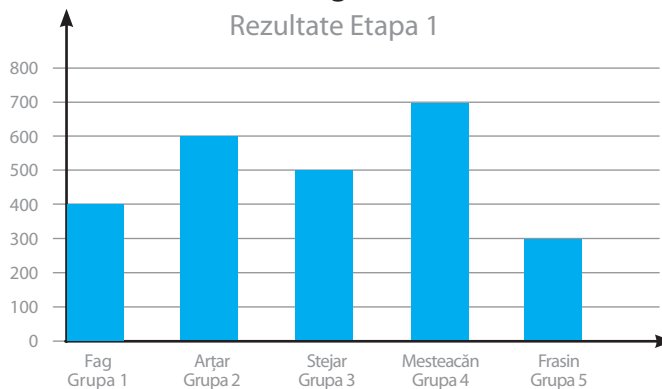
**b) Grafice (diagrame) cu linii**



**c) Grafice (diagrame) circulare**



**d) Grafice (diagrame) coloană**





## Observații

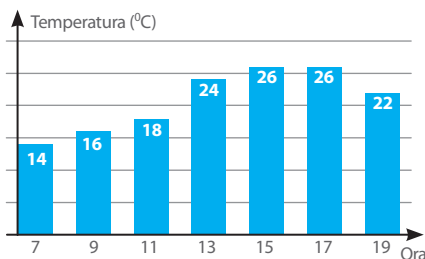
1. Organizarea datelor sub forma unor grafice sau diagrame permite o interpretare mai ușoară a acestora. Spre deosebire de tabel, unde apar doar datele scrise, la diagrame avem și o reprezentare grafică ce permite o mai bună înțelegere a acestor date.

2. Folosirea computerelor poate fi un ajutor real pentru realizarea de diagrame. Majoritatea sistemelor de operare oferă posibilitatea ca, introducând datele, să realizeze singure toate tipurile de diagrame. La orele de Informatică și TIC veți învăța în anii care urmează cum puteți folosi computerul în realizarea de grafice sau diagrame.



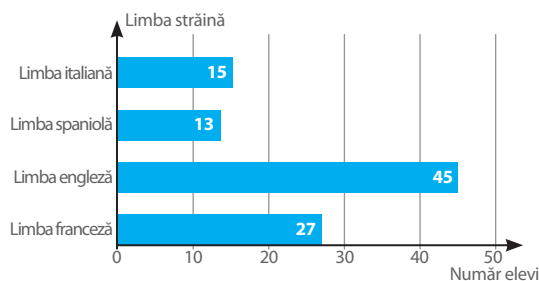
## Lucrez

1. Observă valorile temperaturilor înregistrate la o stație meteo, din două în două ore pe parcursul unei zile, între ora 7:00 și ora 19:00.



- Care este temperatura înregistrată la ora 15?
- Care este frecvența apariției temperaturii de 26°C?
- Care este diferența dintre temperatura înregistrată la ora 19:00 și cea înregistrată la ora 7:00?

2. În diagrama de mai jos sunt prezentate opțiunile elevilor din clasele a V-a ale unei școli, referitoare la studiul limbilor moderne.



Completează propozițiile următoare pentru a obține enunțuri adevărate.

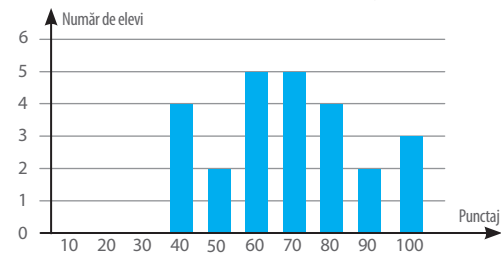
- Numărul elevilor care optează pentru studiul limbii spaniole este egal cu ...
- Cel mai mare număr de elevi optează pentru limba ...
- Numărul total de elevi care optează este ...

3. La un magazin de papetărie, datele ce reprezintă numărul de produse vândute într-o lună a anului sunt prezentate în următorul tabel:

Produse	Număr de produse vândute (buc.)
Hârtie copiator	10
Plicuri	40
Agende	5
Pixuri	50
Stilouri	15
Creioane mecanice	25
Markere	30

- Folosește datele din tabel și alcătuește diagrama (cu bare orizontale) corespunzătoare.
- Care este produsul cu cel mai mare număr de bucăți vândute?

4. În diagrama următoare sunt prezentate rezultatele obținute de elevii clasei a V-a la Olimpiada de Matematică, etapa pe școală.



a) Completează tabelul conform diagramei.

Punctaj obținut	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Număr de elevi	0		0	4	2	5		4	2	

- Care este frecvența apariției punctajului de 80 de puncte?
- Pentru calificarea în etapa următoare sunt necesare minimum 60 de puncte. Câți dintre elevii clasei s-au calificat pentru etapa pe localitate?

Observ. Descopăr. Înțeleg

1. Rezultatele obținute de Mihai la Biologie în primul semestru sunt prezentate în următorul tabel:

Tip de evaluare	Test	Examinare orală	Proiect
Nota obținută	7	10	10

Care este media lui Mihai la Biologie pe primul semestru?

Rezolvare:

Răspunsul este foarte simplu. Mihai face suma notelor și rezultatul îl împarte la trei.

$$m = \frac{7+10+10}{3} = \frac{27}{3} = 9$$

Așadar, la sfârșitul semestrului, Mihai are media 9 la Biologie.



Rețin

Numărul rațional pozitiv obținut prin împărțirea dintre suma rezultatelor pe care le au o serie de date și numărul acelor date se numește **media** setului de date.

2. La testele la Matematică date la începutul anului școlar și la sfârșitul anului școlar, elevii clasei a V-a au obținut următoarele rezultate:

Test inițial

Nota obținută	4	5	6	7	8	9	10
Număr elevi	1	2	2	6	7	4	3

Test final

Nota obținută	4	5	6	7	8	9	10
Număr elevi	0	1	2	6	7	5	4

Analizează cu atenție rezultatele obținute. Elevii au avut un progres la Matematică?

Putem răspunde la întrebare calculând media setului de date de la fiecare test.

Vom face suma tuturor notelor obținute la fiecare test.

La testul inițial, un elev a luat nota 4, 2 elevi nota 5, tot 2 elevi nota 6, 6 elevi nota 7, 7 elevi nota 8, 4 elevi nota 9 și 3 elevi nota 10.

$$S_1 = 4 + 5 + 5 + 6 + 6 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 9 + 9 + 9 + 9 + 10 + 10 + 10$$

Dar cum frecvența apariției unor note este mai mare decât 1, putem scrie:

$$S_1 = 1 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 2 \cdot 6 + 6 \cdot 7 + 7 \cdot 8 + 4 \cdot 9 + 3 \cdot 10 = 4 + 10 + 12 + 42 + 56 + 36 + 30 = 190$$

Procedăm în același mod și în cazul rezultatelor obținute la testul final.

La testul final, niciun elev nu a luat nota 4, un elev nota 5, 2 elevi nota 6, 6 elevi nota 7, 7 elevi nota 8, 5 elevi nota 9 și 4 elevi nota 10.

$$S_2 = 5 + 6 + 6 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 10 + 10 + 10 + 10 = 1 \cdot 5 + 2 \cdot 6 + 6 \cdot 7 + 7 \cdot 8 + 5 \cdot 9 + 4 \cdot 10 = 5 + 12 + 42 + 56 + 4 + 40 = 200$$

Se constată ușor, analizând datele prezentate, că în clasă sunt 25 de elevi.

Suma notelor obținute la testul inițial o raportăm la numărul de elevi:

• testul inițial

$$m_1 = \frac{190}{25} = 7,60$$

• testul final

$$m_2 = \frac{200}{25} = 8$$

Așadar se constată, comparând cele două medii obținute, că elevii acestei clasei au progresat la Matematică pe parcursul anului școlar.

### Observ. Descopăr. Înțeleg

3. La un magazin de dulciuri au fost aduse următoarele cantități de bomboane: 10 kg de dropsuri cu fructe la prețul de 20 lei kilogramul, 10 kg de jeleuri la prețul de 30 lei kilogramul, 6 kg de bomboane fondante la prețul de 45 lei kilogramul și 4 kg de bomboane cu vișine în ciocolată la prețul de 55 lei kilogramul. Care este prețul mediu al unui kilogram de bomboane?

Putem organiza datele problemei într-un tabel de date:

	Dropsuri	Jeleuri	Fondante	Vișine în ciocolată
Preț (lei)	20	30	45	55
Cantitatea (kg)	10	10	6	4



Calculăm suma ce reprezintă costul tuturor bomboanelor:

$$S = 20 \cdot 10 + 30 \cdot 10 + 45 \cdot 6 + 55 \cdot 4 = 200 + 300 + 270 + 220 = 990 \text{ (lei)}$$

Numărul total de kilograme este 30.

Prețul mediu al unui kilogram de bomboane este  $m = \frac{990 \text{ lei}}{30} = 33 \text{ lei}$ .

**Observație!** Dacă suma rezultatelor tuturor datelor nu se împarte exact la numărul de date din acea serie, media se calculează prin aproximare la sutimi.

4. Pentru aprovizionarea de iarnă, cantina școlii a achiziționat legume, conform următorului tabel:

	Cartofi	Morcovi	Ceapă	Fasole	Varză
Preț (lei)	2	3	4	8	5
Cantitate (kg)	200	30	50	40	100



Care este prețul mediu al unui kilogram de legume achiziționat?

Calculăm suma totală:

$$S = 2 \cdot 200 + 3 \cdot 30 + 4 \cdot 50 + 8 \cdot 40 + 5 \cdot 100 = 400 + 90 + 200 + 320 + 500 = 1\,510 \text{ (lei)}$$

Numărul total de kilograme este 420.

Calculăm câtul dintre suma totală și numărul de kilograme  $\frac{1\,510}{420} = 3,5952\dots$

Prețul mediu al unui kilogram de legume, aproximativ la ordinul sutimilor, este de 3,60 lei.

### Lucrez

1. Punctajul obținut de către elevii clasei a V-a la testul privind cunoașterea regulilor de circulație este prezentat în următorul tabel.

Punctaj	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Număr elevi	1	2	3	4	5	3	3	2	2

Care este punctajul mediu al clasei?

2. Observă, în tabelul de mai jos, notele obținute de un elev la Educație fizică, în primul semestru.

Proba	Atletism	Gimnastică	Volei
Nota obținută	8	10	

Ce notă trebuie să obțină la proba de volei ca în final să aibă media exact 9?

3. Observă datele privind călătoria Anei spre casa bunicii.

	8:00-10:00		11:00-13:00
Distanță parcursă	160 km	Pauză o oră	240 km

- Stabilește, după tabelul de mai sus, câte ore a durat călătoria.
- Calculează viteza medie a vehiculului până la pauza pe care a avut-o.
- Calculează viteza medie a vehiculului pe toată perioada călătoriei.
- Calculează viteza medie a vehiculului după pauza pe care a avut-o.

### Investigație

Realizează investigația „Determină și compară numărul de cărți citite de colegii tăi”. Mai multe detalii și etapele investigației se găsesc la pagina 191.

# ANTRENAMENT PLUS

- ✓ Consolidare
- ✓ Aprofundare
- ✓ Excelență

## Consolidare

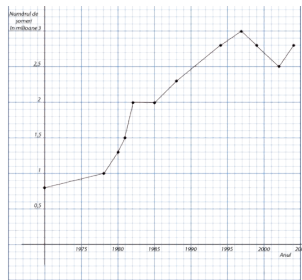
1 În tabelul dat sunt înregistrate cinci dintre cele mai lungi fluvii de pe glob, cu lungimile și debitul lor, precum și țările pe care le traversează. Răspunde la următoarele întrebări:

- Care este lungimea fluviului Mississippi?
- Ce debit are fluviul Congo?
- Care dintre aceste fluvii este cel mai lung?
- Care dintre aceste fluvii are cel mai mare debit?
- Care dintre aceste fluvii traversează cele mai multe țări?

Fluviul	Amazon	Congo	Ienisei	Mississippi	Nil
Lungimea	7025	4000	5539	6800	6671
Debit (m <sup>3</sup> /s)	150000	40000	19800	18000	3000
Numărul de țări	6	3	2	1	10

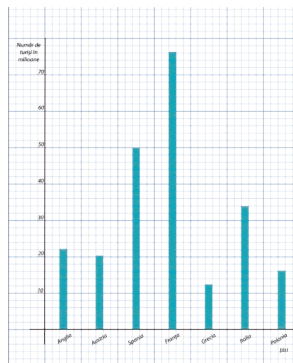
2 Numărul de șomeri într-o țară europeană între anii 1975 și 2005 este reprezentat prin graficul dat. Răspunde la următoarele întrebări:

- Ce informație obții pe linie și ce informație obții pe coloană?
- Care este numărul de șomeri din anii 1980 și 1990?
- În ce an au fost 2 milioane de șomeri?
- În ce an au fost cei mai puțini șomeri?

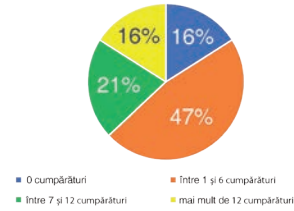


3 Graficul din imagine indică numărul de turiști din țări din Europa, într-un an. Răspunde la următoarele întrebări:

- Câți turiști au vizitat Franța în anul respectiv?
- Câți turiști au vizitat Grecia în acel an?
- Care sunt țările care au primit mai mult de 30 de milioane de turiști?



- 4 În diagrama dată se reprezintă, în procente, numărul de tineri care fac cumpărături de la un supermarket într-o săptămână. Indică:
- procentul tinerilor care fac cumpărături între 2 și 6 ori pe săptămână;
  - procentul tinerilor care nu fac cumpărături de la supermarket;
  - la care număr de cumpărături corespunde procentul de 21%;
  - la care număr de cumpărături corespunde cel mai mare procent de cumpărături.



## Aprofundare

5 Reprezintă printr-o diagramă cu coloane datele din tabelul dat:

Ziua	Luni	Marți	Miercuri	Joi	Vineri	Sâmbătă	Duminică
Temperatura în °C	11	18	14	14	16	18	15

6 La cele 10 încercări la săritura în lungime, un elev a obținut rezultatele înregistrate în tabel. Calculează lungimea medie a săriturilor.

Lungime	4,15	4,10	4,20	4,50
Numărul de sărituri	4	3	2	1

7 Reprezintă printr-un grafic cu linii datele din tabelul dat.

Limba pe care o învață	Engleză	Franceză	Germană	Spaniolă
Numărul de elevi de clasa a V-a	43	29	13	15

8 În tabel sunt înregistrate alimentele cumpărate de o gospodină și prețul fiecărui aliment. Calculează prețul mediu al alimentelor cumpărate.

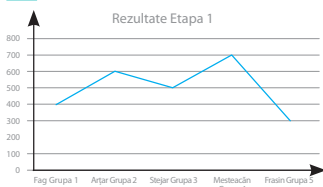
Aliment	făină	zahăr	orez	ulei	mălai
Prețul	4,75	4,50	8,25	9,50	3

## Excelență

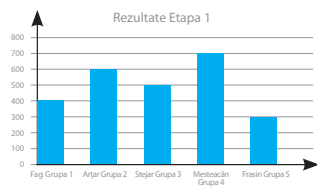
- Media aritmetică a trei numere este 3,72. Află suma celor trei numere.
- Media aritmetică a trei numere este 3,7. Află numerele știind că primul este medie aritmetică a celorlalte două și că al treilea este cu 4,6 mai mic decât al treilea.
- Determină cele 3 numere pentru care știm că, dacă am calcula mediile aritmetice a câte două dintre aceste numere, obținem numerele: 32, 39 și 41.



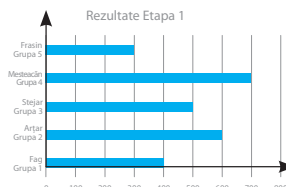
**1** Asociază corect elementele din rândul de sus cu elementele corespunzătoare aflate în rândul de jos.



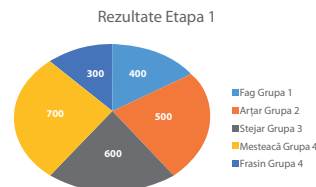
Diagrame coloană



Diagrame circulare



Diagrame cu bare orizontale

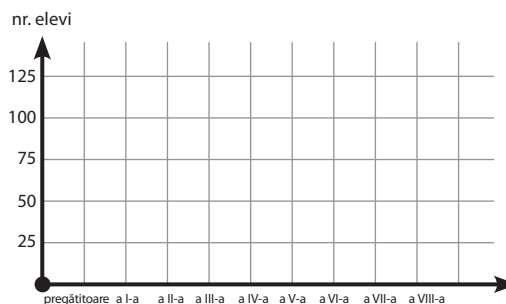


Diagrame cu linii

**2** În tabelul următor este reprezentată repartiția elevilor din școală, pe clase de studiu.

Clasa	pregătitoare	I	a II-a	a III-a	a IV-a	a V-a	a VI-a	a VII-a	a VIII-a
Număr elevi	100	75	75	75	75	100	100	100	100

- Care este numărul total de elevi din școală?
- Care este frecvența apariției numărului 100?
- Câți elevi se află în ciclul gimnazial?
- Câți elevi se află în ciclul primar?
- Folosește datele din tabel și alcătuiește diagrama coloană corespunzătoare.
- Transformă diagrama realizată la punctul anterior într-o diagramă cu bare orizontale.
- Știind că într-o clasă se află 25 de elevi, stabilește câte clase se află în școală pentru ciclul primar.
- Știind că într-o clasă se află 25 de elevi, stabilește câte clase se află în școală pentru ciclul gimnazial.
- Care este valoarea medie a numărului de elevi pe an de studiu pentru elevii din ciclul primar?
- Care este valoarea medie a numărului de clase pe an de studiu pentru elevii din ciclul primar?
- Care este valoarea medie a numărului de elevi pe an de studiu pentru elevii din ciclul gimnazial?
- Care este valoarea medie a numărului de clase pe an de studiu pentru elevii din ciclul gimnazial?
- Care este valoarea medie a numărului de elevi pe an de studiu pentru elevii din școală?



**3** În pliantul de prezentare al unei agenții de turism pentru sezonul estival se află următorul tabel de date:

Perioada 15 iunie – 1 iulie							
Hotel	Cazare și mic dejun o cameră/zi	Prânz și cină 1 persoană/zi	Număr camere	Număr camere cu acces la internet	Număr apartamente	Parcare păzită	Distanța față de plajă (m)
Belvedere	120	60	40	30	7	–	500
Casa Grande	95	–	30	17	5	–	750
Terra	115	50	32	15	–	–	1 200
Europa	370	150	150	150	30	da (cu o taxă de 10 lei/zi)	50
Coralis	250	100	40	40	10	da	100

- Care este cel mai ieftin hotel pentru cazare?
- Care este prețul mediu al unei camere?
- Care este prețul mediu al celor două mese (prânz și cină)?
- Care este hotelul cel mai depărtat de plajă?
- Care sunt hotelurile cu acces la internet în toate camerele?
- Care sunt costurile petrecerii unei săptămâni în Hotelul Belvedere?

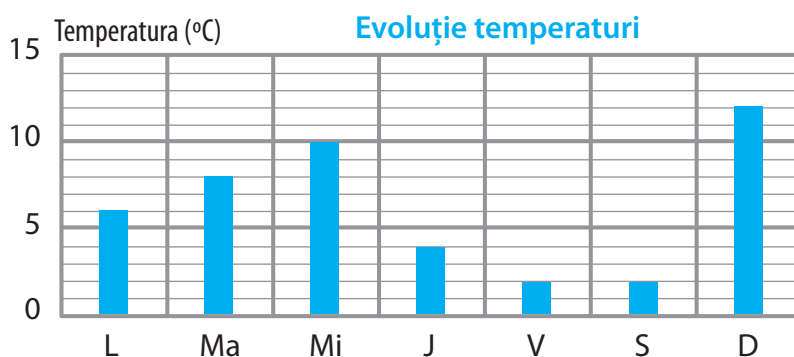
4 Citește textul, apoi rezolvă cerințele.



Elevii clasei a V-a merg împreună cu dirigințele lor și profesorul de geografie într-o excursie în Munții Retezat. Pentru a cunoaște mai bine locurile pe care le vor vizita, elevii au cules câteva date despre zona Munților Retezat. Astfel ei au aflat că în Munții Retezat sunt șapte vârfuri de peste 2 400 m: Vârful Bucura – 2 433 m, Vârful Custura – 2 457 m, Vârful Mare – 2 463 m, Vârful Păpușa – 2 508 m, Vârful Peleaga – 2 509 m, Vârful Retezat – 2 482 m, Vârful Sântămăria – 2 400 m.

- Construiește un tabel în care datele referitoare la înălțimile vârfurilor să fie organizate crescător.
- Construiește o diagramă cu bare orizontale în care să prezinți înălțimea celor șapte vârfuri importante din Munții Retezat.
- Care este variația între cel mai înalt și cel mai scund dintre cele șapte vârfuri?
- Care este media setului de date reprezentând înălțimile vârfurilor?

Tot pentru pregătirea excursiei, elevii au aflat că temperaturile la stația meteo din apropierea stației Salvamont au fost înregistrate ca în diagrama următoare:



- Completează tabelul de date corespunzător diagramei prezentate:

Ziua	Luni	Marți	Miercuri	Joi	Vineri	Sâmbătă	Duminică
Temperatura (°C)	6	8					

- Care este frecvența apariției temperaturii de 2°C?
- Care este variația temperaturii în săptămâna în care s-au strâns datele?
- Care este temperatura medie a săptămânii?

Scrie rezolvările complete.

Timp de lucru: 50 de minute



### Subiectul I (30 p)

Citește cu atenție următorul *model de situație-problemă*: Nicu (clasa a V-a) primește de la fratele său, Costel (clasa a VIII-a), un săculeț cu piese din plastic. Costel îi spune lui Nicu: „Hai să analizăm piesele din săculeț!” Ei le sortează după formă și constată că sunt 11 triunghiuri, 15 pătrate, 9 dreptunghiuri și 5 discuri. Costel scrie aceste informații (**date statistice**) într-un tabel cu două linii și patru coloane, astfel:

Linia 1 = Forma obiectului	Triunghi	Pătrat	Dreptunghi	Disc
Linia 2 = Numărul de apariții sau frecvența (absolută)	11	15	9	5

Costel îi spune lui Nicu: „Observă că **forma obiectului** este «**variabilă**» (are patru valori: triunghi, pătrat, dreptunghi și disc), iar, de exemplu, prima «**variabilă**» se repetă de 10 ori – acest număr natural se numește «**frecvența**» acestei «**variabile**», iar numerele (11, 15, 9 și 5) formează un **set de date statistice**. Numărul  $\frac{11+15+9+5}{4}$  se numește **media** setului de date.”

**1** Copiază tabelul din model pe o foaie A4 de matematică, apoi, folosind denumirile respective, răspunde la următoarele întrebări:



- Care este frecvența variabilei „disc”?
- Care „variabilă” are frecvența 15?
- Calculează media setului de date.
- Câte variabile au valori peste media setului și câte au valori sub ea?

**2** Folosind tabelul de mai sus, ajută-l pe Nicu să reprezinte datele statistice printr-un:

- grafic (diagramă) cu coloane, luând pe axa orizontală variabila „forma”, iar pe axa verticală „frecvența”;
- grafic (diagramă) cu linii, utilizând axele ca la punctul a).

- grafic (diagramă) cu bare orizontale, luând pe axa orizontală variabila „frecvența”, iar pe axa verticală variabila „forma”.

### Subiectul II (30 p)

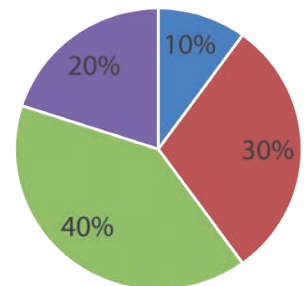
**3** *Situație-problemă*. La un test de matematică, elevii unei clase au obținut următoarele note: 2 elevi au luat nota 4, 4 elevi au luat 5, 2 elevi nota 6, 8 elevi nota 7, 3 elevi nota 8, 4 elevi nota 9 și 2 elevi au luat nota 10.

- Organizează aceste date statistice într-un tabel cu 2 linii: *Nota și Frecvența notei*, și 7 coloane (de la nota 4 la 10).
- Reprezintă datele statistice din tabel printr-un grafic (diagramă) cu coloane.

### Subiectul III (30 p)

**4** *Situație-problemă*

Profesorul de matematică a dat clasei a V-a situația statistică a mediilor la matematică a elevilor din școală prin următoarea diagramă circulară, în procente, din numărul total de elevi.



- Medii sub 5
- Medii între 5-6.99
- Medii între 7-8.99
- Medii între 9-10

- Știind că sunt 25 de elevi cu medii sub 5, află numărul total de elevi din școală.
- Realizează un tabel de date statistice.
- Reprezintă datele statistice printr-un grafic cu coloane.
- Calculează media setului de date.



Ex. 1	Ex. 2	Ex. 3	Ex. 4
a) 1 p	a) 10 p	a) 15 p	a) 10 p
b) 1 p	b) 10 p	b) 15 p	b) 10 p
c) 2 p	c) 5 p		c) 5 p
d) 1 p			d) 5 p

Se acordă 10 puncte din oficiu.  
Total 100 de puncte



✓ Verifică dacă ai răspuns corect consultând pagina 192.

✓ Descarcă din manualul digital , apoi completează fișa *Observ! Apreciez! Evoluiez!* Adaug-o în portofoliu.

# Elemente de geometrie

## Pe parcursul acestei unități vei exersa:

- ✓ Identificarea noțiunilor geometrice elementare și a unităților de măsură în diferite contexte
- ✓ Utilizarea instrumentelor pentru a desena figuri geometrice plane descrise, în contexte matematice date
- ✓ Interpretarea unei configurații geometrice în sensul recunoașterii elementelor ei și a relaționării cu unitățile de măsură studiate
- ✓ Analizarea unor probleme practice care include elementele de geometrie studiate
- ✓ Reprezentarea matematică a unei situații date, provenite din practică, în context intra și interdisciplinar



## Matematica de lângă noi



### Proiect

### Tema 7 Geometria și natura – Fractali



#### Structura proiectului

#### 1 Construcții geometrice cu rigla și compasul

Pe o pagină albă construiește o configurație geometrică după următorii pași:

**Pasul 1** - Desenează un segment de dreaptă de lungime 9 cm, pe care îl împarți în trei părți egale.

**Pasul 2** - Folosind rigla, compasul sau raportorul, desenează folosind segmentul din mijloc un triunghi cu toate laturile congruente. Apoi, șterge segmentul din mijloc.

**Pasul 3** - Pe fiecare dintre cele patru segmente de dreaptă ale figurii obținute, repetă *Pasul 1* și *Pasul 2* (se împart segmentele în trei părți egale, se șterge cel din mijloc și în locul lui se desenează triunghiul cu laturile congruente);

**Pasul 4** - Pe fiecare dintre segmentele de dreaptă ale figurii obținute, repetă *Pasul 1* și *Pasul 2*.

Pe o altă pagină albă construiește o nouă configurație geometrică astfel: desenează în centrul paginii un triunghi cu toate laturile congruente de lungime 9 cm, apoi pe fiecare dintre cele trei laturi construiește configurații urmând primii trei pași prezentați anterior.

#### 2 Raționamente matematice aplicate configurațiilor geometrice construite

Este evident că, prin modul de realizare a desenei, numărul segmentelor crește odată cu fiecare pas al

configurației. Observă o regulă și argumentează de ce la al 8-lea pas se va obține o figură cu 16 384 de segmente. Stabilește o regulă generală care să permită calculul numărului de segmente după  $n$  pași, unde  $n$  este un număr natural.

Pentru configurația construită pe a doua pagină albă, stabilește numărul axelor de simetrie pe care îl are această configurație.

#### 3 Legătura, folosind informații din mediul online, între configurațiile geometrice construite și fractali

Caută în mediul virtual informații despre configurațiile geometrice numite fractali.

Folosind un motor de căutare și cuvintele-cheie „Arthur Clarke – Fractals – The Colors Of Infinity”, „Fractals – Mandelbrot Set (M-Set)”, „Nova – Fractals – Hunting the hidden dimension”, urmărește imagini video cu fractali.

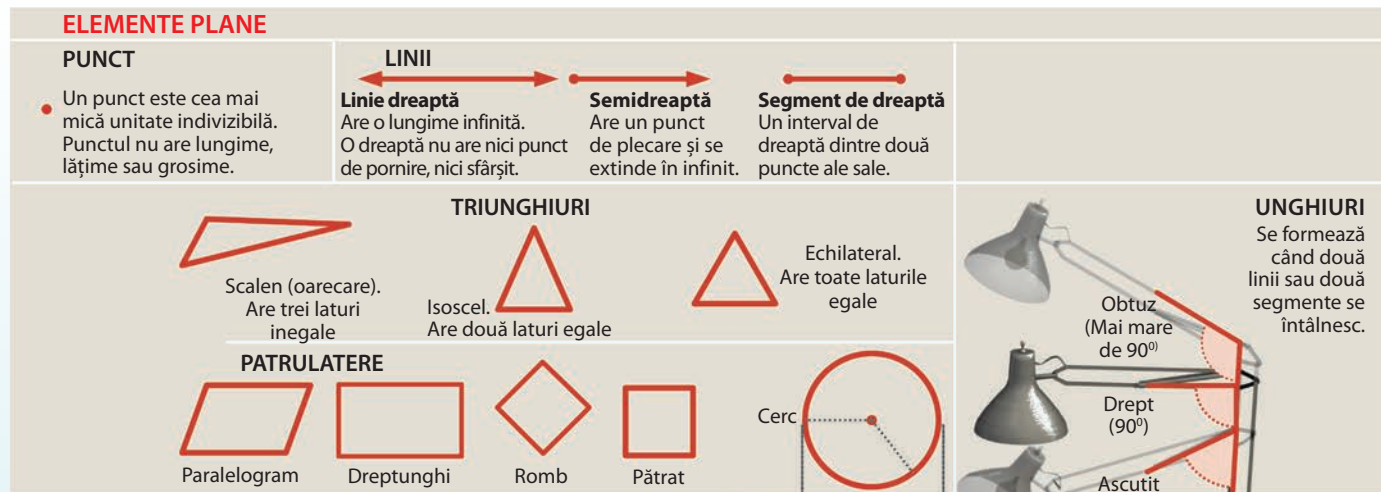
Realizează un material de 2-3 pagini în care încerci să explici colegilor tăi din clasă, pe înțelesul lor, ce este un fractal, cum seamănă configurația realizată de tine cu exemple celebre de fractali, cum aceste configurații le găsim în natură și, folosind cunoștințele de la Biologie, stabilește grupele de organisme în care se regăsesc fractalii din natură.

**4** Toate materialele realizate le aduni într-o mapă și le pui la **Portofoliul** tău.



## Hm... oare la ce folosește asta?

Geometria a fost dezvoltată pentru a îmbunătăți înțelegerea formelor naturale. Aceasta implică toate elementele care pot fi situate într-un plan, precum și figuri spațiale.

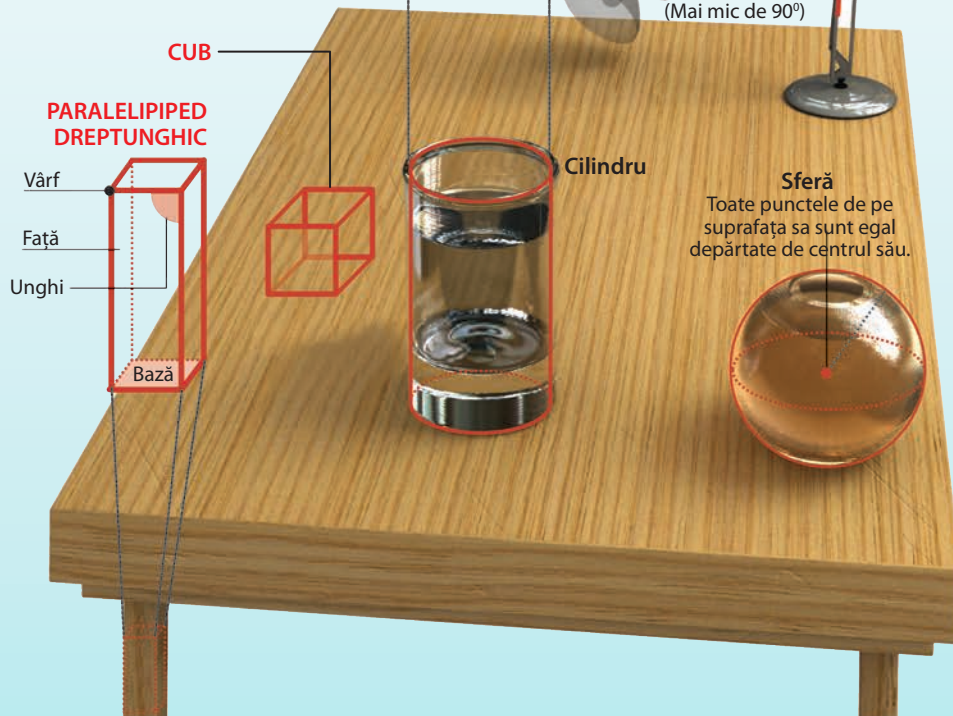


### Situații din viața de zi cu zi în care folosești puncte, linii, unghiuri

Folosim unghiurile când tăiem în bucăți triunghiulare o pizza rotundă sau când deschidem și închidem o ușă.

- Planurile înclinate, rampele și drumurile în pantă, toate au fost construite folosind unghiuri.
- Construcțiile sunt realizate ținând cont de unghiuri pentru a fi rezistente la cutremure, plăcute din punct de vedere estetic și utile.
- Piloții trebuie să cunoască unghiurile optime de decolare și aterizare.

- În scriere, folosim anumite unghiuri pentru a nota diferit simbolurile literelor (L, Y, Z, V).
- Relația dintre Soare, un obiect și umbra sa, rotația planetelor la diverse unghiuri față de axele lor, toate necesită cunoștințe despre măsurarea unghiurilor.
- Soldații folosesc unghiurile pentru a descrie rapid poziția unui obiect de pe teren. „Elicopter la ora 2” descrie poziția unui obiect folosind unghiul imaginar al acelor de ceasornic.
- Opticienii studiază unghiurile la care ochiul uman și lentilele ochelarilor reflectă lumina.
- Poziția corectă la masa de scris implică așezarea unor segmente ale corpului la unghi drept.



*Observ. Descopăr. Înțeleg*

Punctul, dreapta, planul sunt figurile geometrice fundamentale ale geometriei.

Nu există alte figuri geometrice „mai simple” cu ajutorul cărora putem defini punctul, dreapta sau planul. Putem doar să le descriem folosind obiecte din lumea înconjurătoare și să scoatem în evidență proprietăți ale acestora.

**PUNCTUL**

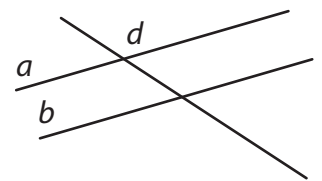
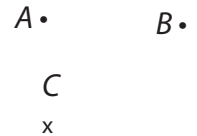
- poate fi asemuit cu urma lăsată de un creion ascuțit pe o foaie de caiet;
- nu are dimensiuni. Se notează cu literele mari ale alfabetului latin.

**DREAPTA**

- poate fi asemuită cu un fir de ață bine întins și nesfârșit;
- este formată dintr-o mulțime infinită de puncte care se „prelungesc” la nesfârșit în ambele direcții;
- se notează cu literele mici ale alfabetului latin.

**PLANUL**

- poate fi asemuit cu suprafața unei ape liniștite;
- este format dintr-o mulțime infinită de puncte care se „prelungesc” la nesfârșit în toate direcțiile;
- foaia caietului sau tabla pot fi considerate ca reprezentarea unui plan.



Imaginea alăturată reprezintă o fotografie a celui mai lung pod din lume. Este vorba de Podul Qingdao din China, cu o lungime de 41 km.

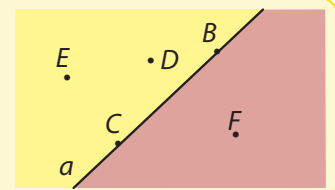
Marea Galbenă (peste care este construit podul) poate fi considerată o reprezentare a planului și podul ca o reprezentare a unei drepte. Observați că podul (dreapta) delimitează suprafața mării (planului) în două regiuni. În geometrie aceste regiuni se numesc *semiplane*.



*Rețin*

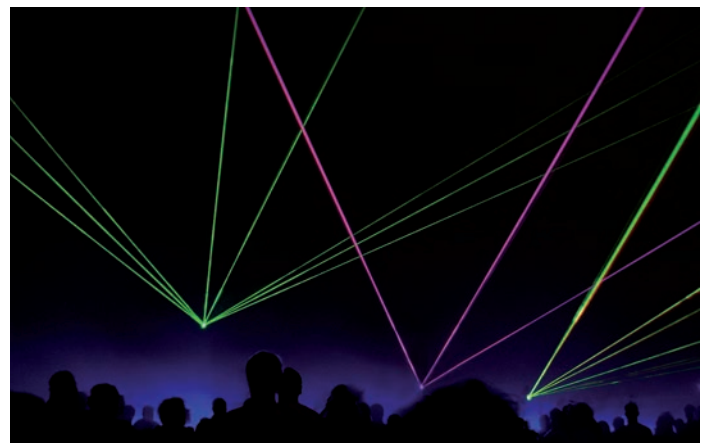
**SEMIPLANUL** reprezintă toate punctele din plan aflate de aceeași parte față de o dreaptă dată.

Dreapta care separă planul în două regiuni se numește **frontiera** semiplanului.



Imaginea alăturată reprezintă raza unui laser puternic care a fost proiectată spre cer în cadrul unui spectacol de lumini organizat în orașul Lyon, din Franța.

Putem considera că această rază reprezintă o dreaptă? Răspunsul este NU! O dreaptă se prelungeste la nesfârșit în ambele sensuri ale direcției sale; raza laserului se prelungeste la nesfârșit doar într-un singur sens. În acest caz există un „punct de plecare”. Practic, această rază reprezintă o „jumătate” dintr-o dreaptă.

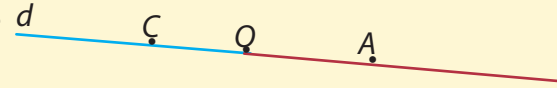
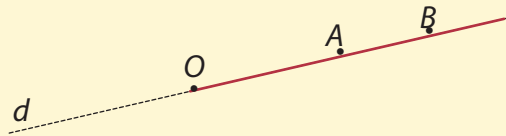


### Rețin

Se consideră o dreaptă  $d$  și  $O$  un punct situat pe această dreaptă. Punctele dreptei aflate de aceeași parte față de punctul  $O$  reprezintă o **semidreaptă** cu originea în  $O$ .

Semidreptele se notează  $OA$  sau  $(OA$  și citim „semidreapta  $OA$ ”, paranteza rotundă având rolul de a pune în evidență punctul care reprezintă originea semidreptei.

**Observație:** Orice punct situat pe o dreaptă este originea a două semidrepte:  $(OC$  și  $(OA$ .



### SEGMENTUL DE DREAPTĂ

Se consideră o dreaptă  $d$  și două puncte,  $A$  și  $B$ , situate pe această dreaptă. Toate punctele dreptei aflate între  $A$  și  $B$  reprezintă un segment de dreaptă, ale cărui extremități sunt cele două puncte.

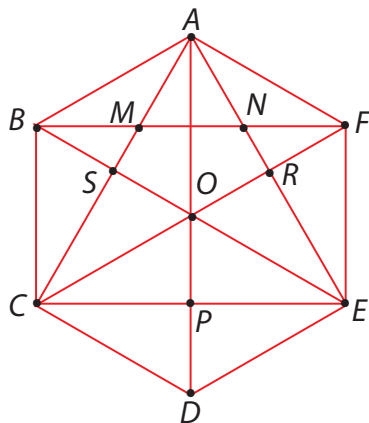
Segmentele de dreaptă se notează prin cele două extremități ale sale:  $AB$  și citim „segmentul de dreaptă  $AB$ ”.



Dreapta  $d$  se numește **dreapta suport** a segmentului de dreaptă  $AB$ .

### Lucrez

1. În figura de mai jos este reprezentată schematic grădina publică din centrul unei localități. Asociază corect elementele din coloana din stânga cu elementele corespunzătoare aflate în coloana din dreapta.



1.  $A, M, S$
2.  $BE, CD$
3.  $AB, BC, CD, DE, EF, FA$
4.  $E, B, D$
5.  $AD, EC$
6.  $ABCDEF$
7.  $BCEF$
8.  $BSC$

- a) Segmente de dreaptă
- b) Drepte care se intersectează
- c) Puncte aflate pe aceeași dreaptă
- d) Poligon
- e) Triunghi
- f) Dreptunghi
- g) Puncte care nu se află pe aceeași dreaptă
- h) Drepte paralele

2. Construiește, folosind rigla, următoarele configurații. Notează corespunzător figurile geometrice realizate.

- a) o dreaptă, două puncte care aparțin drepte și două puncte care nu aparțin acestei drepte;
- b) două drepte care au un punct comun și câte un punct care se află pe fiecare dreaptă;
- c) două drepte care nu au niciun punct comun;
- d) trei drepte care au două câte două un punct comun;
- e) două semidrepte care au aceeași origine;
- f) trei semidrepte care au aceeași origine;
- g) două segmente de dreaptă care au aceeași dreaptă suport;
- h) trei segmente de dreaptă care au drepte suport diferite.

## Lecția 2 | Pozițiile unui punct față de o dreaptă. Pozițiile relative a două drepte

### Observ. Descopăr. Înțeleg

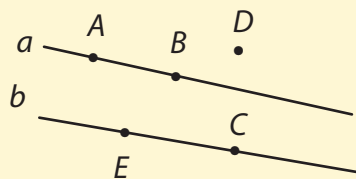
În imaginea alăturată, putem considera liniile electrice ca fiind *drepte*, iar păsările, *puncte*.

O parte dintre păsări se găsesc pe liniile electrice (spunem că punctele se găsesc *pe dreaptă*), iar altă parte se află în zbor pe lângă aceste linii electrice (spunem că punctele sunt *exterioare dreptei*).



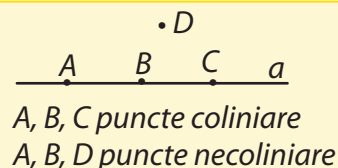
### Rețin

- Punctele  $A$  și  $B$  se află pe dreapta  $a$  (se mai spune că cele două puncte aparțin dreptei  $a$ ). Se notează  $A \in a$  sau  $B \in a$ .
- Punctele  $C$  și  $E$  aparțin dreptei  $b$  ( $C \in b, E \in b$ ), dar nu se găsesc pe dreapta  $a$  ( $C \notin a, E \notin a$ ).
- Punctul  $D$  este exterior atât dreptei  $a$ , cât și dreptei  $b$  ( $D \notin a$  și  $D \notin b$ ).



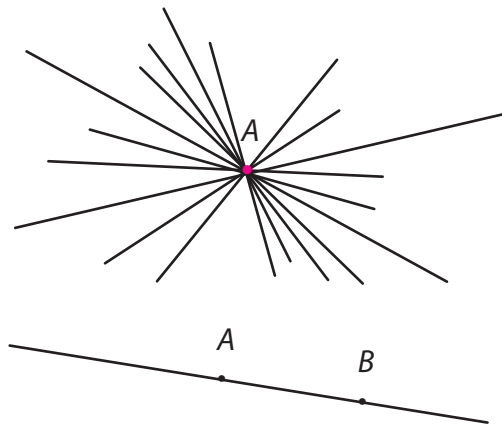
Trei sau mai multe puncte care sunt situate pe aceeași dreaptă se numesc puncte **coliniare**.

Dacă trei sau mai multe puncte nu se află pe aceeași dreaptă, vom spune că punctele sunt **necoliniare**.



### Aplic

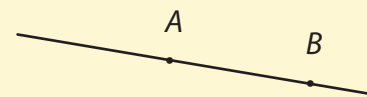
1. Desenează pe caiet un punct pe care îl notezi cu  $A$ . Cu ajutorul riglei, construiește o dreaptă care să treacă prin punctul  $A$ . Repetă procedeul și stabilește dacă pot fi construite zece drepte, fiecare dintre ele trecând prin punctul  $A$ .
2. Desenează pe caiet două puncte distincte, notate cu  $A$  și  $B$ . Repetă procedeul anterior și stabilește dacă pot fi construite zece drepte, fiecare dintre ele trecând prin punctele  $A$  și  $B$ .



Dacă în primul desen, printr-un punct putem construi un număr oricât de mare de drepte diferite (spunem că am construit un *fascicul* de drepte), în al doilea desen, indiferent câte drepte am construi, ele se vor confunda între ele, în final având o singură dreaptă care să treacă prin punctele  $A$  și  $B$ .

### Rețin

Prin două puncte distincte trece o dreaptă și numai una. Spunem că dreapta  $a$  este determinată de punctele  $A$  și  $B$ .



**Observație:** Deoarece punctele distincte  $A$  și  $B$  sunt situate pe dreapta  $a$ , atunci aceasta poate fi notată  $AB$  și vom citi „dreapta  $AB$ ”. Dreapta  $a$  și dreapta  $AB$  coincid. Ele se confundă una cu cealaltă.

### Observ. Descopăr. Înțeleg

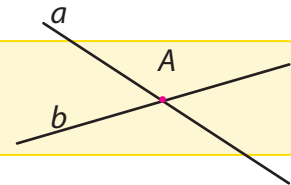
În imaginile alăturate ne putem închipui că șinele căii ferate sunt niște drepte.

Observă că aceste drepte pot „merge” una alături de cealaltă fără să se întâlnească sau se pot întâlni.

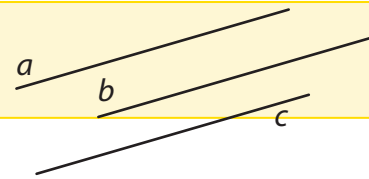


### Rețin

Două drepte care au un singur punct comun se numesc **drepte concurente**.



Două sau mai multe drepte care, oricât ar fi „prelungite”, nu se întâlnesc niciodată se numesc **drepte paralele**.



Vom spune că dreptele  $a$ ,  $b$  și  $c$  sunt paralele și vom nota  $a \parallel b \parallel c$ .

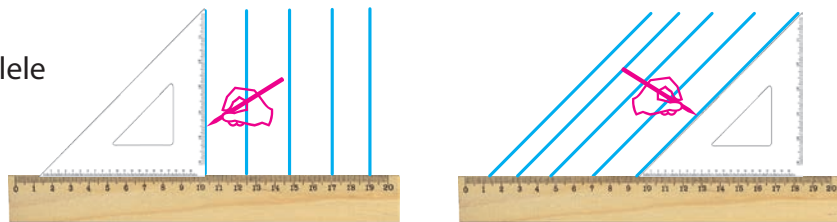
Dacă două sau mai multe drepte sunt paralele, ele nu se intersectează.

Dintre dreptele concurente, o categorie aparte o formează dreptele perpendiculare.

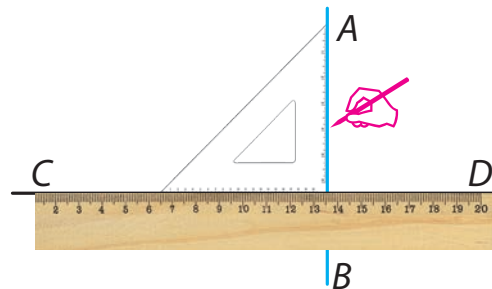
Dacă două drepte se intersectează formând unghiuri drepte, atunci ele se numesc **drepte perpendiculare**.

### Aplic

1. Trasarea dreptelor paralele cu ajutorul riglei și echerului.



2. Trasarea unei drepte perpendiculare pe o dreaptă dată folosind rigla și echerul.



### Istoric

În anul 1869 s-a deschis linia de cale ferată București Filaret – Giurgiu în lungime de 67 km. Interesant de menționat este faptul că linia fiind simplă, trebuia găsită o soluție ca trenurile să treacă unul pe lângă altul. De obicei, într-o gară, se dubla numărul liniilor. Ei bine, la jumătatea distanței București – Giurgiu se află gara Comana care, la vremea aceea, era așezată între linii, după sistemul englezesc. Fiecare fațadă deservea un sens de mers, iar aici trenurile se încrucișau.

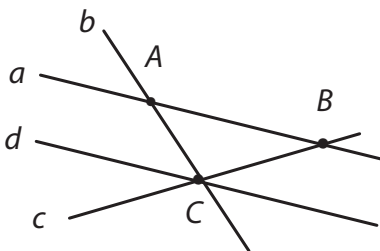
Lucrez

- Construiește, folosind rigla și echerul, următoarele configurații:
  - trei drepte concurente;
  - patru drepte paralele;
  - dreapta determinată de punctele  $M$  și  $N$ .  
Notează corespunzător figurile geometrice realizate.
- a) Realizează o configurație geometrică respectând următoarele cerințe:
  - dreptele  $a, AB$  și  $b$  sunt paralele și dreapta  $AB$  este trasată între dreptele  $a$ , și respectiv,  $b$ ;
  - trasează dreapta  $AM$ , unde  $M$  este un punct aflat pe dreapta  $b$ ;
  - trasează dreapta  $BC$  paralelă cu  $AM$  și  $C$  un punct aflat pe dreapta  $a$ ;
  - dreptele  $AM$  și  $a$  sunt concurente în punctul  $D$ ;
  - dreptele  $BC$  și  $b$  sunt concurente în punctul  $N$ .

b) Folosind configurația geometrică realizată, completează spațiile punctate pentru a obține propoziții adevărate.

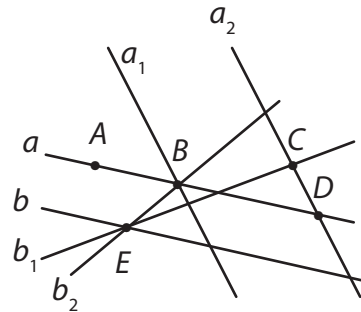
  - Punctele  $A$  și  $M$  sunt coliniare cu punctul ...
  - Dreptele  $AD$  și  $b$  sunt ...
  - Dreapta  $a$  este determinată de punctele ... și ...
  - Dreptele  $MN$  și  $b$  sunt ...

c) În configurația obținută, precizează ce figuri geometrice sunt  $ABCD$ ,  $MNBA$  și  $DMNC$ .
- Observă construcția următoare. Stabilește valoarea de adevăr a următoarelor propoziții. (A-adevărat, F-fals)



- Dreapta  $b$  este paralelă cu dreapta  $c$ .
- Dreapta  $c$  este concurentă cu dreapta  $d$ .

- Dreapta  $a$  este determinată de punctele  $A$  și  $C$ .
  - Dreapta  $a$  este paralelă cu dreapta  $d$ .
  - Dreptele  $b, d$  și  $c$  sunt concurente în punctul  $A$ .
  - Punctele  $B$  și  $C$  determină dreapta  $d$ .
  - Punctul  $C$  este comun dreptelor  $a$  și  $c$ .
- Observă construcția următoare și apoi asociază corect elementele din coloana din stânga cu elementele corespunzătoare, aflate în coloana din dreapta.



$a, a_1, b_2$

$a_2$

$b_1$

$a_1, a_2$

$b_1, a_2$

$b, b_1, b_2$

$a, a_2$

$a, b$

Drepte concurente în punctul  $B$

Dreapta determinată de punctele  $C$  și  $D$

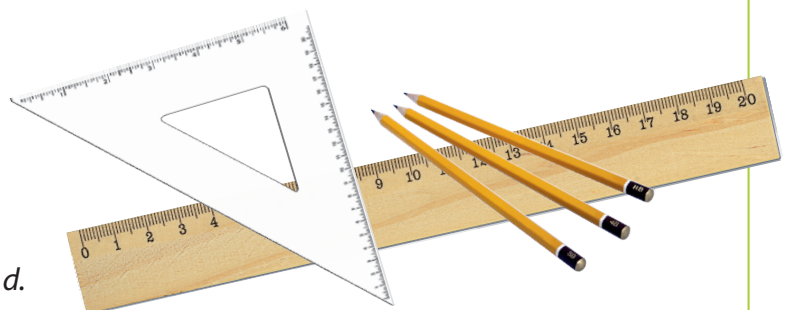
Drepte concurente în punctul  $D$

Drepte concurente în punctul  $C$

Dreapta determinată de punctele  $C$  și  $E$

Drepte concurente în punctul  $E$

Drepte paralele



## Lecția 3 | Distanța dintre două puncte. Segmente congruente

### Observ. Descopăr. Înțeleg

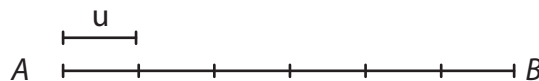
În cadrul competițiilor sportive organizate între clasele din școală se desfășoară un meci de fotbal între elevii claselor a V-a și a VI-a. Arbitrul meciului acordă o lovitură liberă echipei elevilor clasei a V-a. Este o lovitură foarte importantă, care poate duce la câștigarea meciului. Arbitrul fixează punctul din care se va executa lovitura și punctul în care elevii echipei clasei a VI-a pot forma „zidul”. El măsoară cu pasul distanța dintre cele două puncte fixate, pentru ca lovitura să poată fi executată.



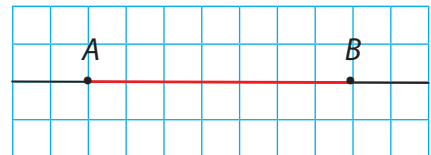
Putem considera locul în care este așezată mingea și locul în care stă jucătorul din „zid” ca fiind puncte. Arbitrul va măsura distanța dintre aceste puncte. O lovitură liberă va fi corect executată dacă această distanță este de 9 metri.

### Rețin

Se consideră o unitate de măsură a lungimilor, convenabil aleasă. Prin distanța dintre două puncte se înțelege numărul unităților de măsură care „intră” între cele două puncte.

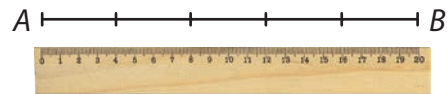


Pentru a determina distanța dintre punctele  $A$  și  $B$ , unitatea de măsură „se așază” pe segmentul de dreaptă determinat de cele două puncte.



În funcție de situația dată, putem folosi mai multe tipuri de unități de măsură. Astfel:

- dacă punctele sunt reprezentate pe pagina caietului de matematică, putem folosi ca unitate de măsură „pătrățelul” caietului. Vom spune că distanța dintre punctele  $A$  și  $B$  este de 7 „pătrățele”.
- dacă punctele sunt reprezentate pe o pagină fără „pătrățele” sau pe tablă, putem folosi rigla și, ca unitate de măsură, centimetrul. Spunem că distanța dintre punctele  $A$  și  $B$  este de 5 centimetri.
- dacă punctele sunt obiecte din lumea înconjurătoare, vom folosi ca unitate de măsură metrul sau kilometrul, în funcție de situația dată.



### Rețin

Se consideră un segment de dreaptă  $AB$ . Vom numi **lungimea segmentului  $AB$**  distanța dintre cele două puncte care reprezintă capetele (extremitățile) segmentului.

Dacă distanța dintre punctele  $A$  și  $B$  este de 5 centimetri, vom spune că lungimea segmentului  $AB$  este de 5 centimetri și vom scrie:  $AB = 5 \text{ cm}$ .

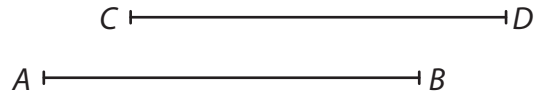
Lungimea unui segment este întotdeauna un număr.

### Rețin

Două segmente de dreaptă care au aceeași lungime se numesc segmente de dreaptă **congruente**.

**Observ. Descopăr. Înțeleg**

Spunem că segmentul  $AB$  este congruent cu segmentul  $CD$  și vom scrie:  $AB \equiv CD$ .



**Atenție!**

Dacă două segmente au lungimi egale, nu spunem că sunt egale, ci spunem că sunt congruente.

**Construiește!**

Se consideră un segment  $AB$  de lungime 7 cm.



Pentru a construi un alt segment  $MN$  congruent cu segmentul inițial, putem proceda astfel:

**1) Cu ajutorul riglei gradate**

Se consideră punctul  $M$ ; pe o dreaptă care trece prin acest punct, cu ajutorul riglei, se determină punctul  $N$  aflat la 7 cm distanță de  $M$ .

**2) Cu ajutorul riglei negrade și al compasului**

- a) Se așază vârful compasului în punctul  $A$  și se „deschide” până ce vârful creionului ajunge în punctul  $B$ . Deschiderea compasului este cât lungimea segmentului  $AB$ .
- b) Se consideră punctul  $M$ ; pe o dreaptă care trece prin acest punct, cu ajutorul compasului a cărui deschidere este cât a segmentului  $AB$  se trasează un punct  $N$ .



**Construiește!**

1. Se consideră segmentul  $AB$  de lungime 10 centimetri și  $d$  dreapta suport a acestui segment. Determină punctul  $M$ , aflat pe dreapta  $d$ , care se află la egală distanță de cele două capete ale segmentului.



Observă că punctul  $M$  nu poate fi „poziționat” pe dreapta  $d$  în stânga punctului  $A$  sau în dreapta punctului  $B$ . Este evident că în oricare dintre aceste două cazuri distanțele până la cele două capete ale segmentului nu mai pot fi egale.

Așadar, singura posibilitate este ca punctul  $M$  să fie „poziționat” în interiorul segmentului  $AB$ .

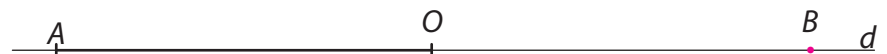
**Rețin**

Punctul situat în interiorul unui segment și care este egal depărtat de capetele acestuia se numește **mijlocul** segmentului.

2. Dacă  $M$  este mijlocul segmentului  $AB$ , segmentele  $AM$  și  $MB$  sunt congruente ( $AM \equiv MB$ ).

Se consideră segmentul  $AO$  și  $d$  dreapta suport a acestui segment. Determină punctul  $B$  aflat pe dreapta  $d$ , astfel încât  $O$  să fie mijlocul segmentului  $AB$ .

Dacă  $O$  este mijlocul segmentului  $AB$ , oricare dintre ca-



petele segmentului este simetricul celuilalt față de  $O$  ( $B$  este simetricul lui  $A$  față de  $O$  și  $A$  este simetricul lui  $B$  față de  $O$ ).

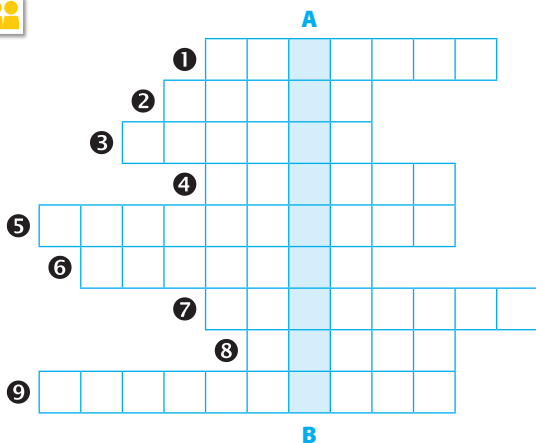
**Rețin**

Se consideră punctele  $A$  și  $O$ . Se numește **simetricul punctului  $A$  față de punctul  $O$** , punctul  $B$  situat pe dreapta  $AO$  astfel încât  $O$  este mijlocul segmentului  $AB$ .



**1. Descoperă cuvântul aflat pe verticala A-B.**

- ❶ Totalitatea punctelor unei drepte aflate între două puncte date.
- ❷ Instrument geometric folosit pentru a desena drepte paralele.
- ❸ Punctul unui segment, aflat la egală distanță de capetele acestuia.
- ❹ Instrument folosit în construcții geometrice (mai ales pentru trasarea cercurilor).
- ❺ Drepte care au un punct comun.
- ❻ Figură geometrică fundamentală, asemănătoare cu un fir de ață întins.
- ❼ Drepte care nu au niciun punct comun.
- ❽ Instrument folosit în construcții geometrice pentru trasarea dreptelor.
- ❾ Segmente care au aceeași lungime.

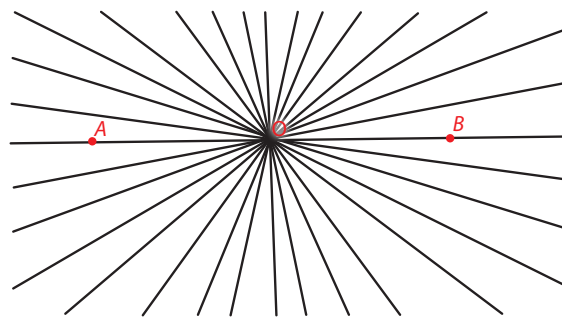


**2. Stabilește valoarea de adevăr a următoarelor propoziții (A-adevărat, F-fals).**

- a) Mijlocul unui segment este punctul aflat la jumătatea distanței dintre capetele segmentului.
- b) Segmentele congruente au lungimi diferite.
- c) Un punct și simetricul său față de punctul  $O$  se află pe aceeași semidreaptă cu originea în  $O$ .
- d) Distanța dintre punctele  $A$  și  $B$  și lungimea segmentului  $AB$  sunt reprezentate de același număr.
- e) Dacă un punct  $M$  se află la aceeași distanță față de capetele unui segment  $AB$ , atunci el este mijlocul acelui segment.

**3. Construiește:**

- a) trei puncte coliniare  $A, B, C$ , astfel încât  $AB = 8$  cm și  $C$  este mijlocul segmentului  $AB$ ;
- b) două segmente congruente care au aceeași dreaptă suport;
- c) două segmente congruente care au drepte suport diferite;
- d) patru puncte necoliniare  $A, B, C$  și  $D$ , astfel încât  $AB = BC = 5$  cm și  $A$  este mijlocul segmentului  $DB$ ;
- e) un fascicul de drepte, ca în figura alăturată.



Pe una dintre aceste drepte considerăm punctele  $A$  și  $B$  astfel încât  $O$  să fie mijlocul segmentului  $AB$  și  $AB = 8$  cm. Repetă procedeul pentru celelalte drepte ale fasciculului, păstrând distanța de 8 cm între puncte. Descrie figura geometrică determinată de aceste puncte, știind că într-un fascicul se pot construi oricât de multe drepte.

**4. Realizează o configurație geometrică respectând următoarele cerințe.**

- Dreptele  $a, b$  și  $c$  sunt paralele și dreapta  $b$  este trasată între dreptele  $a$  și, respectiv,  $c$ .
- Dreapta  $d$  intersectează dreapta  $a$  în  $A$ , dreapta  $b$  în  $B$  și dreapta  $c$  în  $C$ , astfel încât  $AB = 2$  cm și  $BC = 4$  cm.
- Punctele  $M$  și  $N$  se găsesc pe dreapta  $a$ , astfel încât  $N$  este simetricul lui  $A$  față de  $M$  și  $AN = 6$  cm.
- Punctul  $P$  se află pe dreapta  $b$ , astfel încât  $BP = 6$  cm.
- Dreapta  $NP$  intersectează dreapta  $c$  în punctul  $Q$ .

În configurația geometrică obținută, folosind rigla și echerul, verifică dacă dreptele  $AC$  și  $NQ$  sunt paralele și dacă  $CQ = 6$  cm.

**Observ. Descopăr. Înțeleg**

Pentru a-și ușura efortul depus în zborul lor către ținuturi cu o climă mai blândă, stolurile de păsări migratoare folosesc formația de zbor care se aseamănă cu litera V. Ne putem imagina că cele două laturi ale literei V reprezintă, din punct de vedere geometric, semidrepte. Pasărea care conduce stolul este „punctul” comun al celor două semidrepte. Așadar, întreaga formație de zbor reprezintă o figură geometrică.



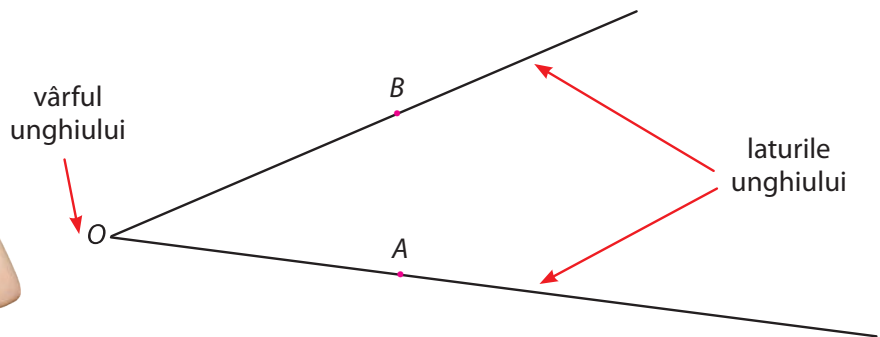
**Rețin**

Figura geometrică formată din două semidrepte care au aceeași origine se numește **unghi**.

**Observație!**

Cuvântul „unghi” provine din limba latină – „angulus” – și are înțelesul de colț sau ungher.

Marele scriitor Mihail Sadoveanu, în romanul istoric *Neamul Șoimăreștilor*, scria: „Cătră fundul văii, ceilalți cotiră în frunzișul unghiului de pădure”.



**Rețin**

Elementele care formează un unghi sunt:

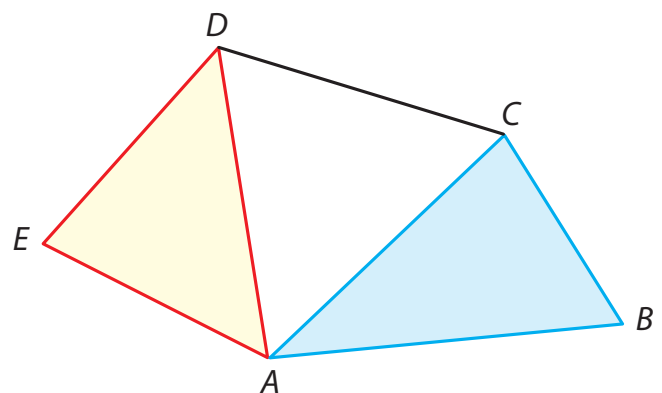
- cele două semidrepte, ( $OA$  și  $OB$ , care se numesc **laturile unghiului**;
- punctul  $O$ , originea comună a celor două semidrepte, care se numește **vârful unghiului**.

**Notații**

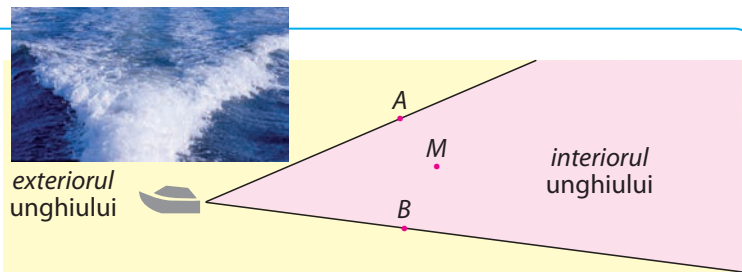
$\sphericalangle AOB$  sau  $\widehat{AOB}$ , unde  $A$  și  $B$  sunt puncte care se află pe laturile unghiului, iar litera din mijloc indică vârful unghiului,  $O$ .

Dacă nu există posibilitatea de a confunda unghiuri care au același vârf, putem nota aceste unghiuri doar cu o singură literă, ce reprezintă vârful unghiului.

**Exemplu:** În figura alăturată avem trei unghiuri care au vârful în  $A$  ( $\sphericalangle EAD$ ,  $\sphericalangle DAC$  și  $\sphericalangle CAB$ ) și un singur unghi cu vârful în  $B$ , pe care îl putem nota  $\sphericalangle B$ .



Observați, în imaginea alăturată, cum șalupa care se deplasează pe suprafața apei lasă în urmă o „dâră”, numită *siaj*. Deplasarea șalupei face ca apa să se separe în două regiuni: una în care apa este învolburată din cauza siajului, și cealaltă, cu apă liniștită. Ne putem imagina că șalupa reprezintă vârful unui unghi și apa reprezintă planul. Astfel, în raport cu unghiul, punctele din plan determină două zone diferite.

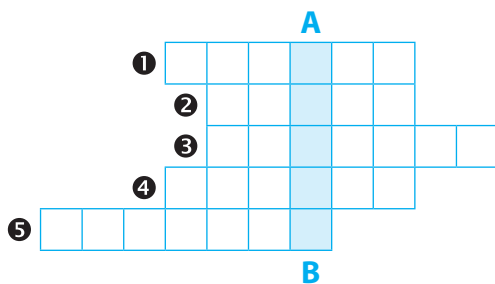


### Rețin

Totalitatea punctelor  $M$  cu proprietatea că  $M$  și  $A$  se află într-un plan, de aceeași parte față de semidreapta  $(OB)$ , iar  $M$  și  $B$  se află de aceeași parte față de semidreapta  $(OA)$  formează **interiorul** unghiului  $\sphericalangle AOB$ . Totalitatea punctelor care nu se află nici pe laturile unghiului, nici în interiorul său formează **exteriorul** unghiului  $\sphericalangle AOB$ .

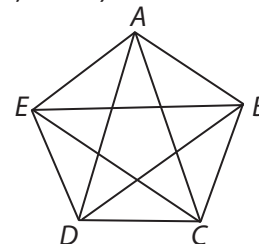
### Lucrez

- Descoperă cuvântul aflat pe verticala A-B.
  - Una din semidreptele care formează un unghi.
  - Figura geometrică ce reprezintă vârful unui unghi.
  - Denumirea din limba latină a noțiunii de unghi.
  - În afară de „colț”, alt înțeles al cuvântului unghi în limba latină.
  - Punct care este originea semidreptelor care formează un unghi (plural).



- Construiește, folosind rigla și echerul, următoarele configurații. Notează corespunzător figurile geometrice realizate:
  - două unghiuri cu vârfuri puncte diferite;
  - două unghiuri care au același vârf și unul dintre ele este construit în interiorul celuilalt;
  - două unghiuri care au același vârf și unul dintre ele este construit în exteriorul celuilalt.

- Observă construcția următoare și stabilește valoarea de adevăr a următoarelor propoziții (A-adevărat, F-fals).



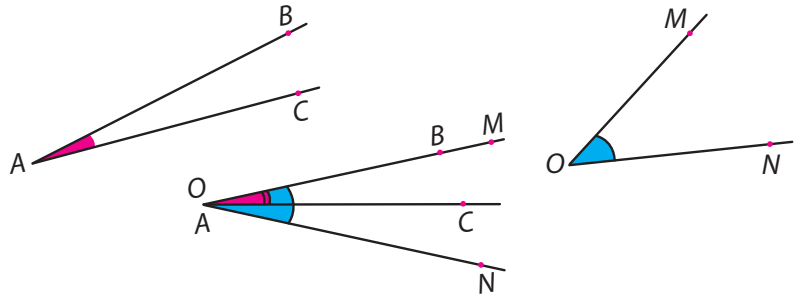
- $\sphericalangle CAD$  și  $\sphericalangle DAE$  au același vârf.
  - $\sphericalangle DBE$  și  $\sphericalangle ABE$  au o latură comună.
  - $\sphericalangle BDA$  este construit în interiorul  $\sphericalangle CAD$ .
  - $\sphericalangle ACE$  este construit în interiorul  $\sphericalangle BCD$ .
  - $\sphericalangle BEC$  poate fi notat mai simplu ca  $\sphericalangle E$ .
  - $\sphericalangle BCD$  are construit în interiorul său  $\sphericalangle CAD$ .
- Construiește trei drepte  $a$ ,  $b$  și  $c$ , concurente în punctul  $O$ . Pe fiecare dintre cele trei drepte, de o parte și de alta față de punctul  $O$ , fixează câte două puncte, notate cu  $A$  și  $B$  pe dreapta  $a$ ,  $C$  și  $D$  pe dreapta  $b$ , respectiv,  $E$  și  $F$  pe dreapta  $c$ . ( $A$ ,  $C$  și  $E$  la stânga față de  $O$ !).
    - Enumeră 4 unghiuri care să aibă vârful în  $O$  și punctul  $A$  pe una dintre laturi.
    - Care este unghiul cu vârful în  $O$ , punctele  $C$  și  $F$  pe laturi și semidreapta  $(OA)$  în interior?
    - Care este unghiul cu vârful în  $O$ , punctele  $B$  și  $E$  pe laturi și semidreapta  $(OA)$  în exterior?

## Lecția 5 | Măsura unui unghi. Unghiuri congruente. Clasificarea unghiurilor

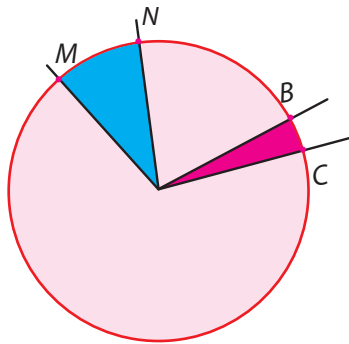
### Observ. Descopăr. Înțeleg

În figura alăturată sunt reprezentate două unghiuri:  $\sphericalangle BAC$  și  $\sphericalangle MON$ , pe care vrem să le comparăm.

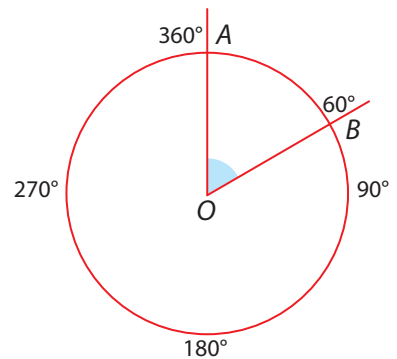
Observă că rigla nu este „potrivită” pentru a putea compara cele două unghiuri. Încă din Antichitate, oamenii au încercat să găsească modalitatea prin care să putem compara unghiuri, așa cum putem compara segmente cu ajutorul lungimii lor. Putem face acest lucru,



suprapunând cele două unghiuri. Observăm că  $\sphericalangle BAC$  este „înghițit” de  $\sphericalangle MON$ , ceea ce înseamnă că  $\sphericalangle BAC$  este mai mic decât  $\sphericalangle MON$ .



O altă modalitate de a le compara este de a „așeza” unghiurile pe care dorim să le comparăm cu vârful în centrul unui cerc și să comparăm „deschiderea” pe care o au cele două unghiuri. Astfel, putem observa cu ușurință că porțiunea cercului cuprinsă între punctele  $B$  și  $C$  este mai mică decât cea cuprinsă între punctele  $M$  și  $N$ ,



așadar putem spune că  $\sphericalangle MON$  este mai mare decât  $\sphericalangle BOC$ .

Acum 4 000 de ani, babilonienii au găsit și modalitatea prin care au putut asocia fiecărui unghi un număr care reprezintă măsura sa.

Astfel, ei au împărțit cercul în 360 de părți egale, numite *grade*. Așezând un unghi cu vârful în centrul cercului, putem număra câte grade sunt cuprinse între laturile sale. Vom spune că  $\sphericalangle AOB$  are măsura de 60 de grade și vom scrie  $\sphericalangle AOB = 60^\circ$ .

### Rețin

Unghiurile se pot măsura. Unitatea de măsură este **gradul**, a 360-a parte dintr-un cerc. Gradele se notează cu simbolul „°”.

Două unghiuri care au aceeași măsură se numesc **unghiuri congruente**.

Instrumentul cel mai folosit, cu ajutorul căruia putem măsura unghiurile, se numește **raportor**. Pentru a măsura un unghi dat, procedăm ca în imaginile alăturate: Pentru a construi un unghi congruent cu un unghi  $\sphericalangle AOB$  dat, vom proceda ca în imaginile alăturate.

1. Folosind raportorul, stabilim măsura unghiului  $\sphericalangle AOB$ .

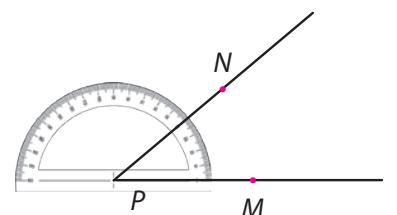
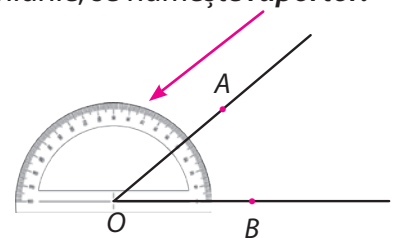
Obținem că  $\sphericalangle AOB = 40^\circ$ .

2. În funcție de cerința problemei în care folosim unghiuri congruente, trasăm cu rigla o semidreaptă ( $PM$ ).



3. Folosim din nou raportorul și construim un punct  $N$  la gradația  $40^\circ$  aflată pe raportor.

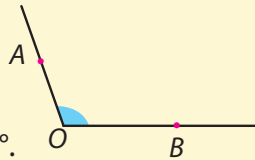
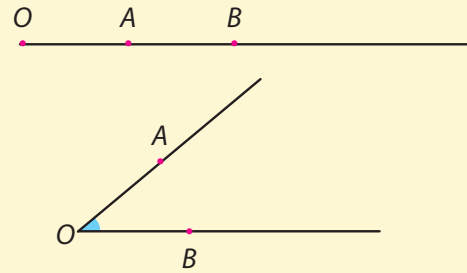
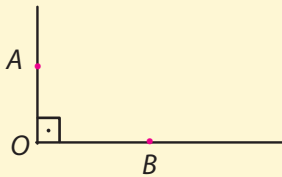
4. Trasăm semidreapta cu originea în  $P$  și care conține punctul  $N$ . Astfel am obținut  $\sphericalangle AOB = \sphericalangle MPN$ .



## Rețin

După măsura lor, unghiurile se clasifică în:

- Unghiuri nule** – cele două semidrepte care reprezintă laturile unghiului sunt suprapuse; au măsura de  $0^\circ$ .  
 $\sphericalangle AOB = 0^\circ$
- Unghiuri ascuțite** – au măsura cuprinsă între  $0^\circ$  și  $90^\circ$ .
- Unghiuri drepte** – au măsura de  $90^\circ$ .  
 $\sphericalangle AOB = 90^\circ$

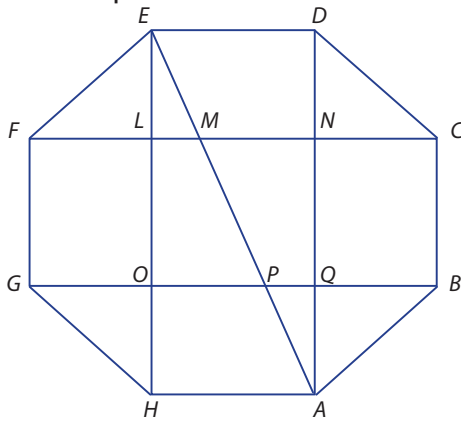


- Unghiuri obtuze** – au măsura cuprinsă între  $90^\circ$  și  $180^\circ$ .
- Unghiuri alungite** – cele două semidrepte care reprezintă laturile unghiului sunt una în prelungirea celeilalte; au măsura de  $180^\circ$ .  
 $\sphericalangle AOB = 180^\circ$



## Lucrez

- Observă construcția următoare. Asociază corect elementele din coloana din stânga cu elementele corespunzătoare aflate în coloana din dreapta.



$\sphericalangle GHA$ ,  $\sphericalangle MPQ$

$\sphericalangle FLM$ ,  $\sphericalangle MPA$

$\sphericalangle PAQ$ ,  $\sphericalangle OGH$

$\sphericalangle MLN$ ,  $\sphericalangle PMA$

$\sphericalangle LOP$ ,  $\sphericalangle EDA$

Unghiuri nule

Unghiuri ascuțite

Unghiuri drepte

Unghiuri obtuze

Unghiuri alungite

- Folosind aceeași construcție, dă câte două exemple de: unghiuri nule, unghiuri ascuțite, unghiuri drepte, unghiuri obtuze, respectiv, unghiuri alungite, altele decât cele precizate în exercițiul anterior.

- Folosind raportorul, construiește și notează corespunzător figura geometrică realizată:

- un unghi de măsură  $30^\circ$ ;
- un unghi de măsură  $120^\circ$ ;
- un unghi de măsură  $90^\circ$ ;
- un unghi de măsură  $180^\circ$ .

- Construiește două unghiuri congruente, de măsură  $60^\circ$ .
- Construiește două unghiuri obtuze congruente. Folosind raportorul, precizează măsura acestor unghiuri.

- Realizează o configurație geometrică ce trebuie să respecte următoarele cerințe:

- $\sphericalangle AOB$  este unghi alungit;
- semidreapta (OC formează cu semidreapta (OA un unghi de măsură  $30^\circ$ ;
- semidreapta (OD este în exteriorul  $\sphericalangle BOC$ , astfel încât  $\sphericalangle BOD = 120^\circ$ .

Studiază configurația realizată și răspunde la următoarele cerințe.

- Află măsura unghiurilor  $\sphericalangle BOC$ ,  $\sphericalangle AOD$  și  $\sphericalangle DOC$ .
- Dacă semidreapta (OM este construită în semiplanul care conține punctul C, astfel încât  $\sphericalangle COM = 60^\circ$ , precizează care este măsura unghiurilor  $\sphericalangle AOM$  și  $\sphericalangle BOM$ .

Observ. Descopăr. Înțeleg

În imaginea alăturată putem vedea una dintre cele mai moderne săli de operații din România. Această sală este dotată cu un aparat laser foarte performant, care îi ajută pe medici să efectueze cu succes intervenții chirurgicale extrem de dificile. Evident că un astfel de aparat trebuie să fie foarte precis poziționat în incinta sălii de operații. O cât de mică eroare poate să scadă foarte mult precizia laserului, ceea ce ar duce la imposibilitatea efectuării anumitor intervenții medicale. În afara măsurătorilor unor lungimi, este necesar a fi măsurate cu foarte multă precizie și unghiurile care permit corecta instalare a acestui laser. În acest caz, măsurarea unghiurilor în grade nu este foarte precisă. Este nevoie să se folosească o unitate de măsură „mai fină”.



Rețin

Unitatea de măsură a unghiurilor care reprezintă a 60-a parte dintr-un grad se numește **minut**. Minutele se notează folosind simbolul „'”. Avem relația  $1^\circ = 60'$  și citim „un grad are 60 de minute”.

Astfel, măsurile unghiurilor pot fi exprimate în grade și minute.

**Exemplu:** măsura unui unghi este de  $45^\circ 10'$  și citim „45 de grade și 10 minute”, având relația  $45^\circ 10' = 45^\circ + 10'$ .

**Observație!**

Simbolul „+” din relația anterioară nu are semnificația adunării numerelor naturale. Altfel spus, nu putem face suma  $45 + 10$ , întrucât fiecare reprezintă altceva (unul reprezintă grade, altul reprezintă minute).

Folosind relația anterioară putem transforma măsura unui unghi exprimată în grade în măsura aceluiași unghi, dar exprimată în grade și minute.

**Exemplu:**  $45^\circ = 44^\circ + 1^\circ = 44^\circ + 60'$ . Așadar, putem spune că unghiul are măsura de  $45^\circ$  sau are măsura de  $44^\circ 60'$ .

Parcurgând calea inversă, dacă un unghi are măsura exprimată în grade și minute, iar numărul minutelor este multiplu de 60, putem transforma măsura pentru a fi exprimată doar în grade.

**Exemplu:**  $45^\circ 180' = 45^\circ + 180' = 45^\circ + 3 \cdot 60' = 45^\circ + 3 \cdot 1^\circ = 45^\circ + 3^\circ = 48^\circ$ . Așadar, putem spune că unghiul are măsura de  $45^\circ 180'$  sau are măsura de  $48^\circ$ .

**Observație!**

În diferite domenii, în care se lucrează cu unghiuri, se folosesc și alte tipuri de definiție a unității de măsură pentru acestea. De exemplu, în topografie, un grad topografic reprezintă a 400-a parte dintr-un cerc. Din acest motiv, pentru a nu se face confuzie cu alte tipuri, gradele și minutele folosite în geometrie se mai numesc și *sexagesimale*, pentru că un grad are 60 de minute – „sexa” vine din limba latină și înseamnă „șase”.

Pentru ușurința exprimării, vom folosi numai sintagma „grade și minute”, fără a mai preciza de fiecare dată că este vorba despre „grade și minute sexagesimale”.

## 1. Adunarea

a) Măsurile unghiurilor sunt exprimate în grade

Se face adunarea celor două numere naturale care reprezintă măsurile celor două unghiuri.

**Exemple**

**A** Se consideră două unghiuri de măsură  $37^\circ$  și, respectiv,  $79^\circ$ . Atunci, suma măsurilor este:  
 $37^\circ + 79^\circ = 116^\circ$

**B**  $125^\circ + 32^\circ = 157^\circ$

b) Măsurile unghiurilor sunt exprimate în grade și minute

Se face adunarea valorilor care reprezintă minutele și adunarea valorilor care reprezintă gradele.

**Exemple**

**A**  $25^\circ 34' + 32^\circ 17' = (25^\circ + 34') + (32^\circ + 17') = (25^\circ + 32^\circ) + (34' + 17') = 57^\circ + 51' = 57^\circ 51'$

**B**  $143^\circ 24' + 19^\circ 35' = (143^\circ + 24') + (19^\circ + 35') = (143^\circ + 19^\circ) + (24' + 35') = 162^\circ + 59' = 162^\circ 59'$

Dacă suma minutelor depășește valoarea de  $60'$ , vom rescrie ca o sumă de doi termeni în care unul este  $60'$ . Acest termen al sumei îl vom transforma într-un grad. Apoi, acest grad suplimentar îl vom adăuga la suma gradelor obținută anterior.

$$\begin{array}{r} 25^\circ 34' + \\ 32^\circ 17' \\ \hline 57^\circ 51' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 143^\circ 24' + \\ 19^\circ 35' \\ \hline 162^\circ 59' \end{array}$$

**Exemple**

**A**  $56^\circ 54' + 33^\circ 25' = (56^\circ + 54') + (33^\circ + 25') = (56^\circ + 33^\circ) + (54' + 25') = 89^\circ + 79' = 89^\circ + (60' + 19') = 89^\circ + 1^\circ + 19' = 90^\circ + 19' = 90^\circ 19'$

$$\begin{array}{r} 56^\circ 54' + \\ 33^\circ 25' \\ \hline 89^\circ 79' \\ \hline 90^\circ 19' \end{array}$$

$60' = 1^\circ$

**B**  $105^\circ 39' + 43^\circ 41' = (105^\circ + 39') + (43^\circ + 41') = (105^\circ + 43^\circ) + (39' + 41') = 148^\circ + 80' = 148^\circ + (60' + 20') = 148^\circ + 1^\circ + 20' = 149^\circ + 20' = 149^\circ 20'$

$$\begin{array}{r} 105^\circ 39' + \\ 43^\circ 41' \\ \hline 148^\circ 80' \\ \hline 149^\circ 20' \end{array}$$

$60' = 1^\circ$



## 2. Scăderea

a) Măsurile unghiurilor sunt exprimate în grade

Se face scăderea celor două numere naturale care reprezintă măsurile celor două unghiuri.

**Exemple**

**A** Se consideră două unghiuri de măsură  $87^\circ$  și, respectiv,  $28^\circ$ . Atunci, diferența măsurilor este:  
 $87^\circ - 28^\circ = 59^\circ$ .

**B**  $125^\circ - 72^\circ = 53^\circ$ .

b) Măsurile unghiurilor sunt exprimate în grade și minute

Se face scăderea valorilor care reprezintă minutele și scăderea valorilor care reprezintă gradele.

**A**  $95^\circ 34' - 32^\circ 27' = (95^\circ + 34') - (32^\circ + 27') = (95^\circ - 32^\circ) + (34' - 27') = 63^\circ + 7' = 63^\circ 7'$

**B**  $43^\circ 54' - 19^\circ 35' = (43^\circ + 54') - (19^\circ + 35') = (43^\circ - 19^\circ) + (54' - 35') = 24^\circ + 19' = 24^\circ 19'$

**C**  $76^\circ 24' - 23^\circ 45' = (76^\circ + 24') - (23^\circ + 45') = (75^\circ + 1^\circ + 24') - (23^\circ + 45') = (75^\circ + 84') - (23^\circ + 45') = (75^\circ - 23^\circ) + (84' - 45') = 52^\circ + 39' = 52^\circ 39'$

$$\begin{array}{r} 60'(1^\circ) \\ 76^\circ 24' - \\ 23^\circ 45' \\ \hline 75^\circ 84' \\ \hline 23^\circ 45' \\ \hline 52^\circ 39' \end{array}$$

$24 < 25$

**D**  $105^\circ 39' - 43^\circ 41' = (105^\circ + 39') - (43^\circ + 41') = (104^\circ + 99') - (43^\circ + 41') = (104^\circ - 43^\circ) + (99' - 41') = 61^\circ + 58' = 61^\circ 58'$

$$\begin{array}{r} 60'(1^\circ) \\ 105^\circ 39' - \\ 43^\circ 41' \\ \hline 104^\circ 99' \\ \hline 43^\circ 41' \\ \hline 61^\circ 58' \end{array}$$

$39 < 41$

**3. Înmulțirea măsurii unui unghi cu un număr natural**

Se înmulțește atât valoarea care reprezintă numărul de minute, cât și valoarea care reprezintă numărul de grade cu acel număr. Dacă numărul minutelor obținut după înmulțire este mai mare decât 60', vom transforma în grade.

**Exemple****A** Care este dublul măsurii de  $27^\circ 19'$ ?

$$2 \cdot (27^\circ 19') = 2 \cdot (27^\circ + 19') = (2 \cdot 27^\circ) + (2 \cdot 19') = 54^\circ + 38' = 54^\circ 38'$$

$$\begin{array}{r} 27^\circ 19' \cdot \\ \underline{\quad 2} \\ 54^\circ 38' \end{array}$$

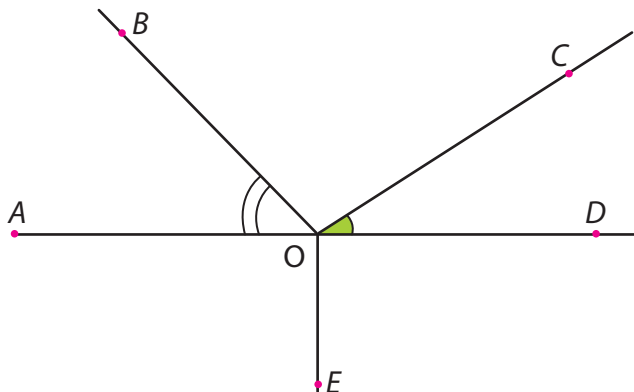
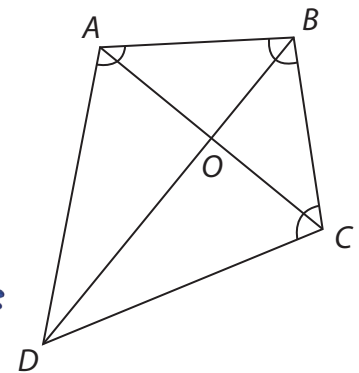
**B** Care este măsura unghiului de trei ori mai mare decât un unghi de măsură  $34^\circ 37'$ ?

$$3 \cdot (34^\circ 37') = 3 \cdot (34^\circ + 37') = (3 \cdot 34^\circ) + (3 \cdot 37') = 102^\circ + 111' = 102^\circ + 60' + 51' = 102^\circ + 1^\circ + 51' = 103^\circ + 51' = 103^\circ 51'$$

$$\begin{array}{r} 34^\circ 37' \cdot \\ \underline{\quad 3} \\ 102^\circ 111' \\ \quad \quad \quad \left. \begin{array}{l} 60' = 1^\circ \\ + \\ 51' \end{array} \right\} \\ \hline = 103^\circ 51' \end{array}$$

**Lucrez**

- Folosind simbolurile „ $^\circ$ ” pentru grad și „ $'$ ” pentru minut, scrie următoarele măsuri de unghiuri:
  - 120 de grade și 14 minute;
  - 4 grade și 3 minute.
- Transformă:
  - $12^\circ$ , în minute;
  - $85'$ , în grade și minute;
  - $180'$ , în grade.
- În configurația geometrică următoare se cunoaște că: A, O și D sunt coliniare,  $\sphericalangle BOA = 55^\circ 43'$ ,  $\sphericalangle DOC = 34^\circ 17'$  și  $\sphericalangle BOE = 145^\circ 43'$ .



Precizează măsurile următoarelor unghiuri:

- $\sphericalangle BOC$ ;
- $\sphericalangle EOC$ ;
- $\sphericalangle AOE$ ;
- $\sphericalangle BOD$ .

- În matematică, numim „zmeu” (traducerea din engleză a cuvântului kite) figura geometrică cu patru laturi care are următoarele proprietăți:

- Are două perechi de laturi congruente.  
 $AB \cong BC$  și  $AD \cong DC$ .
- Are două unghiuri opuse congruente.  
 $\sphericalangle BAD \cong \sphericalangle BCD$ .
- Diagonalele formează unghiuri drepte.  
 $\sphericalangle AOD = \sphericalangle DOC = \sphericalangle COB = \sphericalangle BOA = 90^\circ$

Desenează un „zmeu” ABCD în care  $AB = BC = 4$  cm și  $AD = CD = 7$  cm. Știind că suma măsurilor celor patru unghiuri este de  $360^\circ$ ,  $\sphericalangle BAD = 101^\circ 43'$ ,  $\sphericalangle ABC = 104^\circ 34'$ , calculează măsura unghiului  $\sphericalangle ADC$ .



## Lecția 7 | Figuri congruente. Axa de simetrie

### Observ. Descopăr. Înțeleg

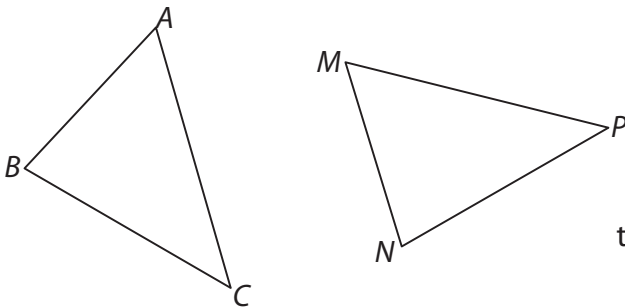
În imaginile alăturate avem bancnotele pe care Banca Națională a României le-a pus în circulație începând cu 1 iulie 2005.

Observă că nu doar valoarea acestor bancnote este diferită, ci și dimensiunea lor. Cu cât valoarea este mai mare, cu atât și dimensiunile cresc.

Astfel, chiar în situația puțin probabilă ca o persoană să nu cunoască cifrele arabe, ceea ce înseamnă că nu poate cunoaște valoarea unei bancnote, culoarea diferită, dar mai ales dimensiunile o pot face pe acea persoană să nu încurce banii. Punând bancnotele unele peste altele, când acestea se vor suprapune perfect, va ști că au aceeași valoare. Având formă dreptunghiulară, putem spune că bancnotele au aceeași valoare când dreptunghiurile suprapuse coincid perfect. În acest caz, putem spune că cele două dreptunghiuri sunt **congruente**.

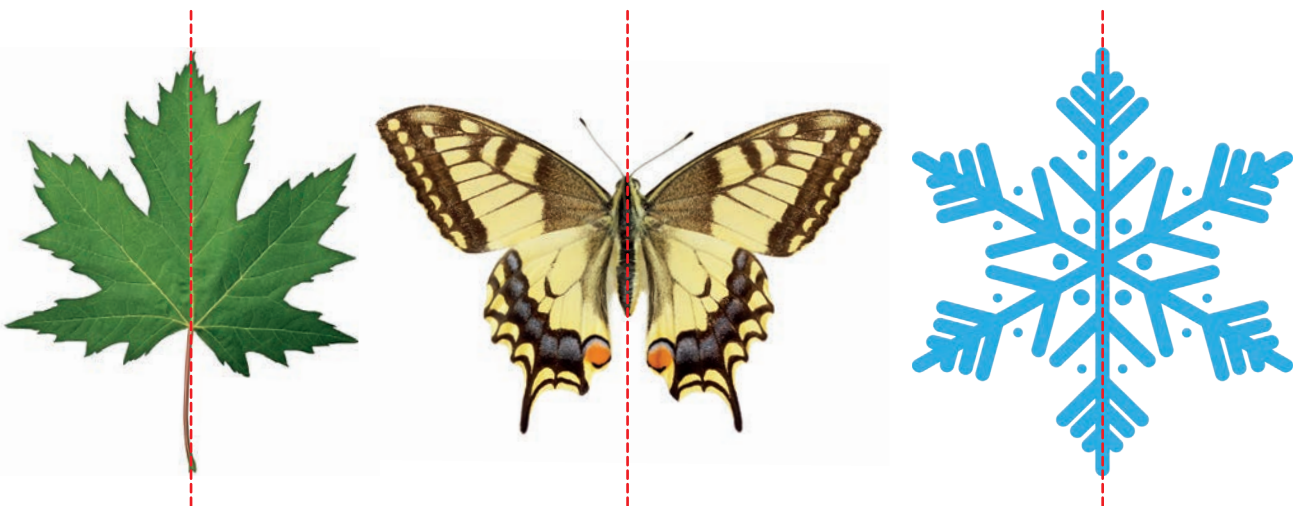
### Rețin

Două sau mai multe figuri geometrice sunt **congruente** dacă prin suprapunerea lor coincid perfect.



Spunem că triunghiul  $ABC$  este congruent cu triunghiul  $MNP$ .

Scriem  $\triangle ABC \cong \triangle MNP$ .



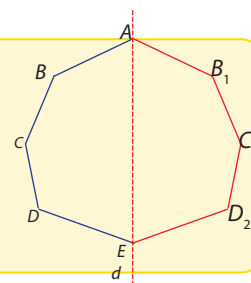
Natura ne oferă de multe ori exemple de figuri congruente. În imaginile alăturate, frunza, fluturale sau fulgul de zăpadă au aceeași particularitate. Dacă „îndoim” figurile după dreapta trasată, observăm că cele două părți suprapuse coincid perfect. Așadar, obținem două figuri congruente.

Această proprietate este adevărată și în matematică, în cazul figurilor geometrice.

**Rețin**

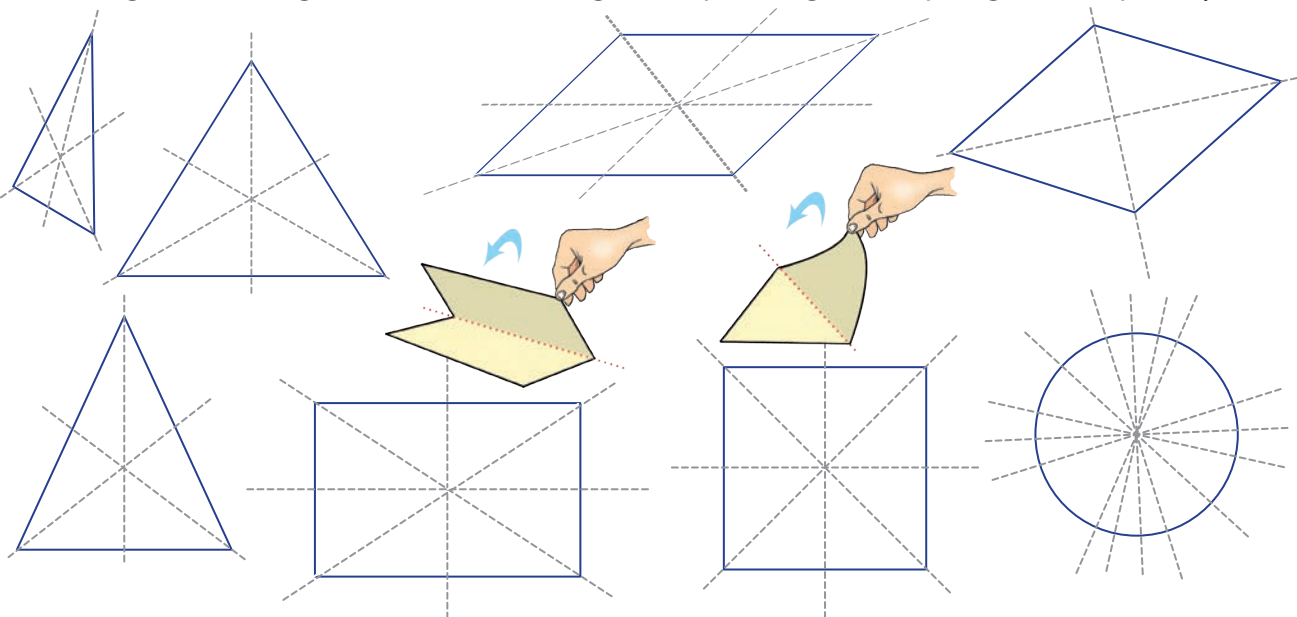
Dacă o figură geometrică se poate plia după o dreaptă astfel încât cele două părți să se suprapună perfect, atunci dreapta după care s-a făcut pliarea este **axa de simetrie** a figurii respective.

Spunem că cele două figuri congruente sunt **simetrice** față de dreapta care este axă de simetrie.



**Construiește!**

1. Construiește pe o foaie de hârtie următoarele figuri geometrice: triunghi oarecare, triunghi cu două laturi congruente, triunghi cu toate laturile congruente, paralelogram, dreptunghi, romb, pătrat și cerc.



2. Decupează figurile construite și verifică dacă există posibilitatea ca, prin pliere, cele două părți să se suprapună perfect. Trasează dreapta după care s-a făcut pliarea.

3. Studiază dacă o figură admite mai multe asemenea drepte.

**Rețin**

Rombul are două axe de simetrie. Dreptunghiul are două axe de simetrie. Pătratul are patru axe de simetrie. Orice dreaptă care trece prin centrul unui cerc este axă de simetrie pentru acesta.

**Aplic**

Cum construiești un triunghi cu toate laturile congruente?

Triunghiul cu toate laturile congruente (triunghi echilateral) poate fi construit ușor cu rigla și compasul, urmărind indicațiile de mai jos.

*Pasul 1.* Construiește un segment  $AB$ ;

*Pasul 2.* Așază compasul cu vârful în punctul  $A$  și deschiderea egală cu lungimea segmentului  $AB$ ;

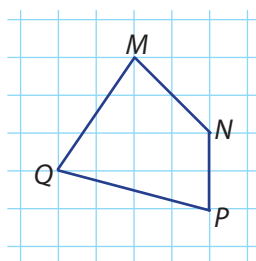
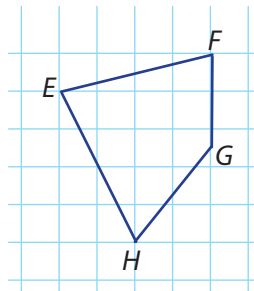
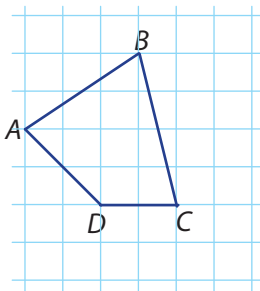
*Pasul 3.* Trasează un arc mic de cerc deasupra segmentului  $AB$ ;

*Pasul 4.* Repetă construcția așezând compasul cu vârful în punctul  $B$ ;

*Pasul 5.* Punctul de intersecție dintre cele două arce de cerc, împreună cu punctele  $A$  și  $B$  determină un triunghi cu toate laturile congruente.

Lucrez

1. a) Construiește pe caiet configurația geometrică de mai jos, decupează cele trei figuri geometrice și stabilește prin suprapunere care sunt figurile congruente.

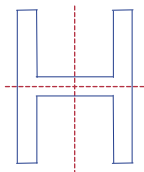


- b) Folosind rigla, măsoară următoarele perechi de segmente de dreaptă:  $AB$  și  $MQ$ ,  $BC$  și  $PQ$ ,  $CD$  și  $PN$ ,  $AD$  și  $MN$ . Scrie relația pe care ai găsit-o între segmentele măsurate.
- c) Folosind raportorul, măsoară următoarele perechi de unghiuri:  $\sphericalangle BAD$  și  $\sphericalangle QMN$ ,  $\sphericalangle ABC$  și  $\sphericalangle PQM$ ,  $\sphericalangle BCD$  și  $\sphericalangle QPN$ ,  $\sphericalangle ADC$  și  $\sphericalangle MNP$ . Scrie relația pe care ai găsit-o între unghiurile măsurate. Ce legătură observi între rezultatele obținute la punctul a) și rezultatele obținute la punctele b) și c)?

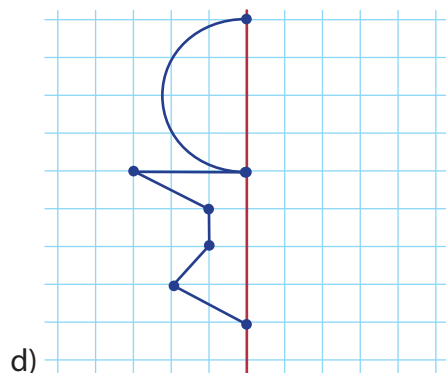
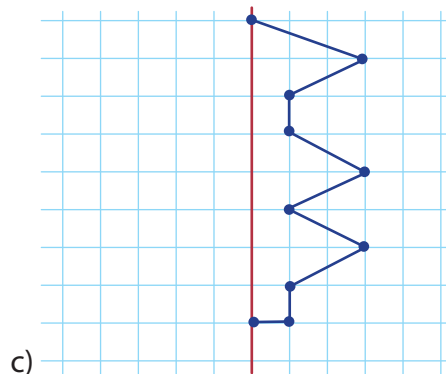
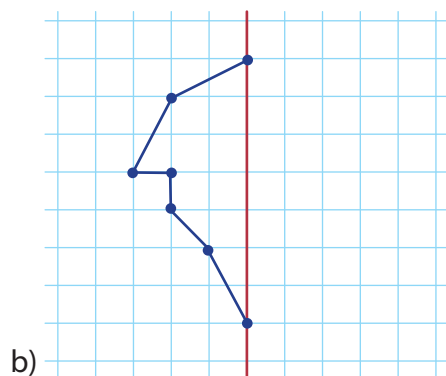
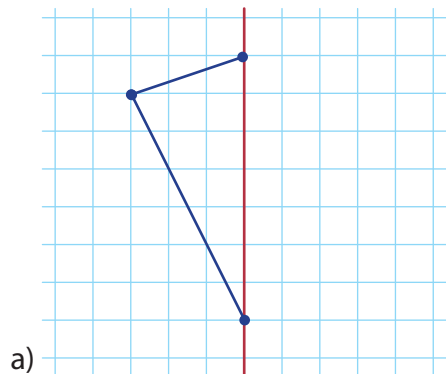
Dacă două figuri geometrice se suprapun perfect (sunt congruente), atunci există în cele două figuri perechi de segmente și perechi de unghiuri congruente.

2. Construiește un triunghi echilateral cu latura de lungime 6 cm și trasează axele de simetrie.
3. Scrie literele mari ale alfabetului și studiază câte dintre acestea au axe de simetrie. Trasează aceste axe.

Exemplu:



4. Construiește simetricele figurilor următoare:



# ANTRENAMENT

PLUS

- ✓ Consolidare
- ✓ Aprofundare
- ✓ Excelență

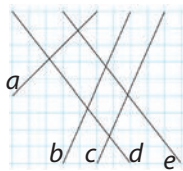
## Consolidare

- 1 Construieste folosind rigla două segmente  $AB$  și  $AC$ , știind că:
- punctele  $A, B, C$  sunt coliniare;
  - punctele  $A, B, C$  nu sunt coliniare.

- 2 Desenează o dreaptă  $d$ , două puncte distincte  $A$  și  $B$ , care să aparțină dreptei  $d$  și un punct  $D$  nesituat pe ea. Scrie două semidrepte de origine  $A$  și două semidrepte de origine  $D$ , folosind numai punctele  $A, B$  și  $D$ .

- 3 Desenează trei puncte necoliniare  $A, B$  și  $C$ . Trasează dreptele determinate de perechile formate de cele trei puncte. Câte drepte și câte segmente de dreaptă sunt determinate de trei puncte necoliniare?

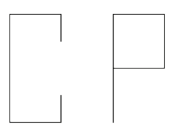
- 4 a. Identifică și scrie perechile de drepte paralele din desenul dat.  
b. Notează intersecțiile dreptei  $c$  cu dreptele  $d$ , respectiv  $e$ , cu  $A$  și  $B$ , iar intersecțiile dreptei  $b$  cu  $e$ , respectiv  $d$  cu  $C$  și  $D$ .  
c. Scrie perechile de segmente congruente formate de punctele  $A, B, C, D$ .



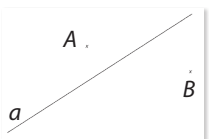
- 5 Desenează un dreptunghi ale cărui vârfuri se notează  $A, B, C, D$  în ordinea dată.

- Construieste segmentele  $AC$  și  $BD$  care se intersectează în  $O$ .
- Stabilește, folosind compasul, dacă perechile de segmente  $AC$  și  $BD$  sunt congruente.
- Precizează dacă punctele  $A$  și  $C$  sunt simetrice față de punctul  $O$ .

- 6 Dacă se pun cap la cap segmentele din care sunt formate literele  $C$ , respectiv  $P$  din desenul dat, se obțin două segmente. Compară lungimile celor două segmente obținute.

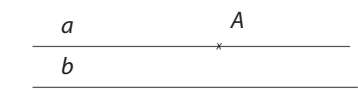


- 7 În desenul dat, notează punctul care aparține dreptei  $a$  și este colinar cu punctele  $A$  și  $B$ .



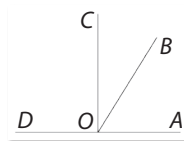
- 8 În desenul dat, punctul  $A$  aparține dreptei  $a$  și nu aparține dreptei  $b$ , care este

paralelă cu dreapta  $a$ . Câte drepte se pot duce prin punctul  $A$ , paralele cu dreapta  $b$ ?



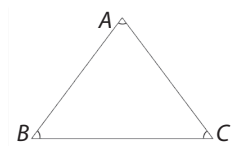
- 9 Desenează un unghi  $AOB$  și în interiorul lui punctele distincte  $M$  și  $N$ . Intersectează segmentul  $MN$  laturile unghiului? Dar dreapta  $MN$ ?

- 10 Privește desenul și răspunde la întrebări:
- Câte unghiuri s-au format?
  - Câte unghiuri ascuțite s-au format?
  - Câte unghiuri drepte s-au format?
  - Care este unghiul obtuz?

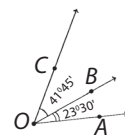


## Aprofundare

- 11 În desenul dat, segmentele  $AB, AC$  și  $BC$  sunt congruente. După ce măsoară cu raportorul unghiurile  $BAC, ABC$  și  $ACB$ , ce poți afirma despre ele?



- 12 Cu măsurătorile indicate în desen, calculează:
- $\angle AOB + \angle BOC$ ;
  - $\angle BOC - \angle AOB$ .



- 13 Unghiul  $AOB$  are măsura  $15^\circ 20'$ . Află măsura unghiului  $MON$ , care este de trei ori mai mare decât a unghiului  $AOB$ .

- 14 Unghiul  $PRQ$  are măsura cu  $13^\circ 28'$  mai mică decât măsura unghiului  $LMN$ . Știind că unghiul  $LMN$  măsoară  $19^\circ 20'$ , află măsura unghiului  $PRQ$ .

## Excelență

- 15 Unghiul  $AOB$  are măsura  $37^\circ 18'$ . Află măsura unghiului  $COB$ , a cărui măsură este jumătate din măsura unghiului  $AOB$ .

- 16 Se dă unghiul  $AOB$  cu măsura  $48^\circ 30'$  și semidreapta  $IM$  cu originea în  $I$ . Construieste cu raportorul un unghi congruent cu unghiul  $AOB$ , cu vârful în  $I$  și o latură  $IM$ . Câte soluții are problema?

- 17 Segmentul  $OA$  și  $OB$  sunt simetrice față de punctul  $O$ . Este  $O$  mijlocul segmentului  $AB$ ?



**1** Completează spațiile punctate pentru a obține propoziții adevărate.

- Punctul, ..., planul sunt figurile geometrice fundamentale ale geometriei.
- Semiplanul reprezintă toate punctele din plan aflate de ... față de o dreaptă dată.
- Dreapta care separă planul în două regiuni se numește ... semiplanului.
- Trei sau mai multe puncte care sunt situate pe ... se numesc puncte coliniare.
- Două drepte spunem că sunt concurente dacă au ... punct comun.
- Se consideră segmentul de dreaptă  $AB$ . Vom numi ... segmentului  $AB$  distanța dintre cele două puncte care reprezintă capetele (extremitățile) segmentului.
- Două segmente de dreaptă care au aceeași lungime se numesc segmente de dreaptă ...
- Punctul situat în interiorul unui segment și care este egal depărtat de capetele acestuia se numește ... segmentului.
- Figura geometrică formată din două semidrepte ( $OA$  și  $OB$  care au aceeași origine se numește ...
- Cele două semidrepte ( $OA$  și  $OB$  se numesc ... unghiului, iar punctul  $O$ , ... a celor două semidrepte, se numește vârful unghiului.
- Unitatea de măsură a unghiurilor care reprezintă a ... parte dintr-un grad se numește minut.

**2** Stabilește valoarea de adevăr a următoarelor propoziții ( $A$  – adevărat,  $F$  – fals).

**A / F** Se consideră o dreaptă  $d$  și  $O$  un punct situat pe această dreaptă. Punctele dreptei aflate de aceeași parte față de punctul  $O$  reprezintă o semidreaptă cu originea în  $O$ .

**A / F** Se consideră o dreaptă  $d$  și două puncte,  $A$  și  $B$ , situate pe această dreaptă. Toate punctele dreptei reprezintă un segment de dreaptă, ale cărui extremități sunt cele două puncte.

**A / F** Două sau mai multe drepte care, oricât ar fi „prelungite”, nu se întâlnesc niciodată se numesc drepte paralele.

**A / F** Se consideră punctele  $A$  și  $O$ . Se numește simetricul punctului  $A$  față de punctul  $O$  punctul  $B$  situat pe dreapta  $AO$ , astfel încât  $A$  este mijlocul segmentului  $OB$ .

**A / F** Mulțimea punctelor  $M$  cu proprietatea că  $M$  și  $A$  se află de aceeași parte față de semidreapta  $(OB$ , iar  $M$  și  $B$  se află de aceeași parte față de semidreapta  $(OA$  se numește interiorul unghiului  $\sphericalangle AOB$ .

**A / F** Unghiurile ascuțite au măsura mai mare de  $90^\circ$ .

**A / F** Unghiurile alungite au cele două laturi suprapuse.

3 Efectuează operațiile indicate cu măsurile următoarelor unghiuri:

•  $39^\circ 18' + 11^\circ 28'$

•  $124^\circ 18' - 42^\circ 39'$

•  $12^\circ 19' + 2^\circ 51'$

•  $104^\circ 18' - 14^\circ 18'$

•  $124^\circ 18' + 55^\circ 42'$

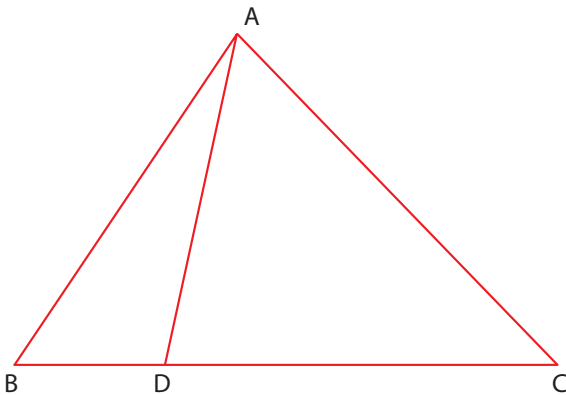
•  $4^\circ 23' + 92^\circ 19'$

•  $54^\circ + 32^\circ 59'$

•  $87^\circ 31' - 22^\circ$

• Două sau mai multe figuri geometrice sunt congruente dacă prin ... lor coincid perfect.

4 Identifică toate cele opt unghiuri nenule din următoarea configurație geometrică:

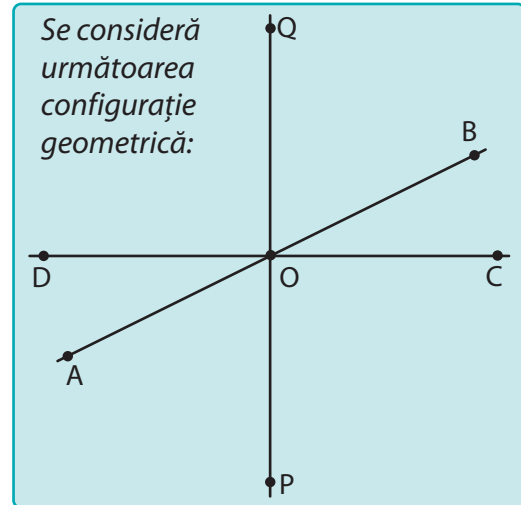


5 Rezolvă următoarele cerințe:

a. Construiește un segment  $AB$  de lungime 6 cm și determină punctul  $O$ , mijlocul acestui segment.

b) Construiește dreapta  $CD$ , astfel încât punctele  $D$ ,  $O$  și  $C$  să fie coliniare,  $\sphericalangle DOA$  să fie unghi ascuțit și  $\sphericalangle BOD$  să fie unghi obtuz.

c) Construiește segmentul  $PQ$ , astfel încât  $Q$  să fie simetricul lui  $P$  față de  $O$ ,  $\sphericalangle DOP$  să fie unghi drept și  $OP = 3$  cm.



d. Verifică dacă această configurație respectă cerințele de la punctele 1, 2 și 3.

e. Care este măsura unghiului  $\sphericalangle DOP$ ?

f. Calculează suma măsurilor unghiurilor  $\sphericalangle DOQ$  și  $\sphericalangle COP$ .

g. Calculează suma măsurilor unghiurilor  $\sphericalangle DOA$ ,  $\sphericalangle AOP$  și  $\sphericalangle POC$ .

h. Dacă  $\sphericalangle DOA = 37^\circ 28'$ , calculează măsura unghiului  $\sphericalangle AOP$ .

i. Dacă triunghiul  $BOQ$  are toate laturile și unghiurile congruente, de măsură  $60^\circ$ , arată că  $\sphericalangle BOC = 30^\circ$ .

j. Dacă  $OD$  și  $OC$  sunt segmente congruente, de lungime 3 cm, câte axe de simetrie are figura geometrică  $DPCQ$ ?

Scrie rezolvările complete.

Timp de lucru: 50 de minute



### Subiectul I (30 p)

1 Realizează corespondența corectă dintre liniile A și B:

A: a.  $15^{\circ}30'$       b.  $90^{\circ}59'$       c.  $89^{\circ}60'$       d.  $180^{\circ}$       e.  $0^{\circ}$

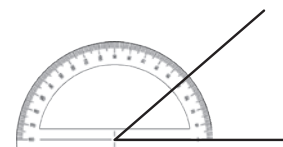
B: 1. unghi drept    2. unghi nul    3. unghi ascuțit    4. unghi obtuz    5. unghi alungit

2 Scrie pe foaie răspunsurile corecte:

- a. Cum se numesc într-un cuvânt unghiurile de pe pozițiile 1., 3. și 4. din linia B de mai sus?  
b. Dar unghiurile de pe pozițiile 2. și 5.?

3 Se dau trei unghiuri proprii notate cu  $\sphericalangle M$ ,  $\sphericalangle N$  și  $\sphericalangle P$ , astfel că oricare două dintre ele **nu sunt de același tip**.

- a. Dacă  $\sphericalangle N$  este drept, atunci precizează ce fel de unghiuri pot fi  $\sphericalangle M$ , respectiv  $\sphericalangle P$ .  
b. Dacă  $\sphericalangle N$  este ascuțit, atunci precizează ce fel de unghiuri pot fi  $\sphericalangle M$ , respectiv  $\sphericalangle P$ .



### Subiectul II (30 p)

4 Desenează punctele coliniare A, O și C în această ordine, pe o linie orizontală, astfel încât  $AO = 4$  cm, iar  $AC = 8$  cm.

Precizează care dintre următoarele propoziții sunt adevărate (A) și care sunt false (F):

- a. punctul O este mijlocul segmentului AC;  
b. punctul O este simetricul lui A față de C;  
c. punctul C este simetricul lui A față de O.

5 Desenează pe foaia ta de matematică figura de mai jos, astfel încât  $AO = OC = 4$  cm, iar A, O și C sunt coliniare.



În punctul O construiește cu echerul o dreaptă perpendiculară pe dreapta AC și pe ea fixează punctul B, situat în semiplanul inferior (adică sub dreapta AC), astfel încât  $OB = 4$  cm, apoi măsoară de la B în sus pe această perpendiculară 8 cm și notează punctul astfel obținut cu D.

- a. Unește cu rigla punctele A, B, C, D, folosind o altă culoare.  
b. Câte axe de simetrie are figura ABCD? Argumentează!  
c. Scrie două perechi de triunghiuri congruente care apar în această figură.  
d. Dacă  $\sphericalangle ABO$  are măsura de  $45^{\circ}$ , atunci care este măsura  $\sphericalangle COB$ ?

### Subiectul III (30 p)

6 Media aritmetică a măsurilor a trei unghiuri este  $60^{\circ}$ . Află măsurile celor 3 unghiuri știind că măsurile lor sunt numere naturale consecutive.

7 Desenează cinci puncte notate cu A, B, C, D și E, oricare trei dintre ele fiind necoliniare. Stabilește câte drepte determină cele cinci puncte și notează-le pe toate.



Ex. 1	Ex. 2	Ex. 3	Ex. 4	Ex. 5	Ex. 6	Ex. 7
a) 3 p	a) 3 p	a) 5 p	a) 5 p	a) 5 p	15 p	15 p
b) 3 p	b) 2 p	b) 5 p	b) 5 p	b) 3 p		
c) 3 p			c) 5 p	c) 3 p		
d) 3 p				d) 4 p		
e) 3 p						
Se acordă 10 puncte din oficiu.					Total 100 de puncte	



✓ Verifică dacă ai răspuns corect consultând pagina 192.

✓ Descarcă din manualul digital , apoi completează fișa *Observ! Apreciez! Evoluiez!* Adaug-o în portofoliu.

# Unitatea VIII

## Unități de măsură



### Pe parcursul acestei unități vei exersa:

- ✓ Identificarea noțiunilor geometrice elementare și a unităților de măsură în diferite contexte
- ✓ Determinarea perimetrelor, a ariilor (pătrat, dreptunghi) și a volumelor (cub, paralelipiped dreptunghic) și exprimarea acestora în unități de măsură corespunzătoare
- ✓ Transpunerea în limbaj specific a unor probleme practice referitoare la perimetre, arii, volume, utilizând transformarea convenabilă a unităților de măsură
- ✓ Interpretarea unei configurații geometrice în sensul recunoașterii elementelor ei și al relaționării cu unitățile de măsură studiate
- ✓ Analizarea unor probleme practice care includ elementele de geometrie studiate, cu referire la unitățile de măsură studiate și la interpretarea rezultatelor

## Matematica de lângă noi



### Proiect

### Tema 8 Matematica și informatica



#### Ce vei face?

În acest proiect vei descoperi parametrii caracteristici unui calculator, vei face cunoștință cu unitățile de măsură folosite. Pentru realizarea proiectului ai nevoie de o coală de hârtie pe care vei scrie răspunsurile la următoarele probleme:

**PROBLEMA 1:** Determină primele 11 puteri ale lui 2. Folosind faptul că  $2^n = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2$ , realizează un tabel precum cel de mai jos și completează-l corespunzător.

$2^0$	$2^1$	$2^2$	$2^3$	$2^4$	...	$2^{10}$
1	2	4			...	?

**PROBLEMA 2:** Descoperă puterile lui 2 completând tabelul cu ajutorul termenilor șirului de numere naturale  $a_n = a_{n-1} + a_{n-1}$  cu  $n \geq 1$  și  $a_0 = 1$

poziția	0	1	2	3	...	10
$a_n$	1	2	4		...	

INDICAȚIE:  $a_1 = a_{1-1} + a_{1-1} = a_0 + a_0 = 1 + 1 = 2$   
 $a_n = a_{2-1} + a_{2-1} = a_1 + a_1 = 2 + 2 = 4$

**PROBLEMA 3:** 0 și 1 le vom numi cifre binare. Un bit este imaginat ca o căsuță goală, în care putem introduce una din cifrele binare, iar secvențele de biți formează numerele binare.

- Scrie numerele consecutive de la 0 la 10 cu ajutorul cifrelor binare (prin împărțiri succesive la 2).
- Transformă numerele binare 1101; 111; 101011 în numere zecimale.

**PROBLEMA 4:** Calculatorul are rolul de a prelucra și modela informația primită. **Informația** reprezintă un mesaj obiectiv care precizează starea unui eveniment.

Informația este codificată cu ajutorul sistemului de numerație binar, sub formă de biți. Aceștia sunt modelați cu ajutorul impulsurilor electronice care au aceeași frecvență și care pot avea două stări:

- Activă (întrerupător închis) - echivalentă cu **cifra binară 1**
- Pasivă (întrerupător deschis) - echivalentă cu **cifra binară 0**

Biții grupați câte 8 formează un byte sau octet.

**1 OCTET = 1 BYTE = 8 biți**

**MULTIPLII OCTETULUI** (completează spațiile libere cu valorile corespunzătoare)

1 kilobyte (KB) =  $2^{10}$  bytes (b)

1 gigabyte (GB) =  $2^{10}$  MB = ..... b

1 petabyte (PB) =  $2^{10}$  TB = ..... b

1 megabyte (MB) =  $2^{10}$  KB = ..... b

1 terabyte (TB) =  $2^{10}$  GB = ..... b

1 exabyte (EB) =  $2^{10}$  PB = ..... b



## Hm... oare la ce folosește asta?

Măsurătorile oferă o structurare a lumii înconjurătoare și înlătură haosul care s-ar crea dacă nu ar exista o metodă unitară de a înțelege lungimea, volumul, temperatura etc.

## Situații din viața de zi cu zi în care folosești unități de măsură

- **Achiziționarea hainelor.** Pentru a te îmbrăca potrivit este nevoie de măsuri exacte, care sunt un tip de măsurătoare.
- **Sport.** Dacă vrei să arunci mingea de baschet exact la coș, atunci trebuie să ai un simț foarte dezvoltat al distanțelor.
- **Trebur gospodărești.** Câte haine pot intra într-un dulap fără a le înghesui? Dacă nu ai un concept clar al capacității, te poți trezi încercând că torni jumătate de litru de suc de portocale într-o ceașcă!
- **Transport.** Ce cantitate de carburant este necesară pentru a ne deplasa cu o mașină dintr-un loc în altul? Ce distanță este între două localități? Fiecare răspuns necesită cunoștințe despre unități de măsură.

Describe și tu o situație din viața reală în care ai folosit recent unități de măsură.



*Observ. Descopăr. Înțeleg*

Care este unitatea de măsură potrivită pentru a exprima lungimea sălii de clasă? Dar a lungimii unui creion? Pentru exprimarea adecvată a diverselor lungimi folosim unitatea principală de măsură pentru lungimi, metrul, dar și *multiplii și submultiplii* acestuia.



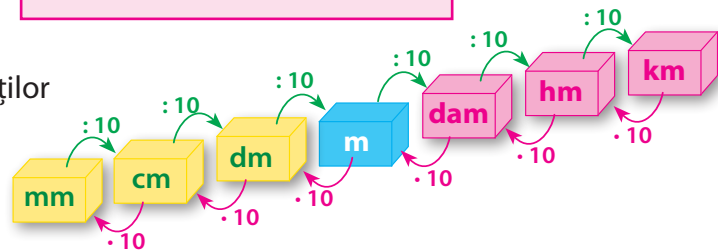
**Submultiplii metrului**

- decimetrul 1 dm = 0,1 m
- centimetrul 1 cm = 0,01 m
- milimetrul 1 mm = 0,001 m

**Multiplii metrului**

- decametru 1 dam = 10 m
- hectometru 1 hm = 100 m
- kilometru 1 km = 1000 m

Schema de transformare a unităților de măsură pentru lungime:



**Exemple de transformări**

- 1)  $32,7 \text{ km} = 32,7 \cdot 10 \text{ hm} = 32,7 \cdot 100 \text{ dam} = 32,7 \cdot 1\,000 \text{ m}$
- 2)  $2\,345 \text{ cm} = 2\,345 : 10 \text{ dm} = 2\,345 : 100 \text{ m} = 2\,345 : 1\,000 \text{ dam} = 2\,345 : 10\,000 \text{ hm}$
- 3)  $35\,687 \text{ m} = 35\,687 : 1\,000 \text{ km} = 35,687 \text{ km}$

**Istoric**

În anul 1875, la Paris, „Convenția metrului” a stabilit că unitatea de măsură pentru lungime este metrul, notat „m”. Metrul etalon este o bară de platină și iridium și se păstrează la Sèvres (Franța).



**Lucrez**

1. Exprimă următoarele lungimi după exemplul dat.  
 $125,48 \text{ m} = 1 \text{ hm} + 2 \text{ dam} + 5 \text{ m} + 4 \text{ dm} + 8 \text{ cm}$   
 a) 37,852 m                      b) 7,305 km  
 c) 0,921 hm                      d) 2,60 dm
2. Completează.  
 a)  $5 \text{ km} = \dots \text{ dam}$                       b)  $7 \text{ dam} = \dots \text{ dm}$   
 c)  $32 \text{ dm} = \dots \text{ cm}$                       d)  $65 \text{ hm} = \dots \text{ dm}$   
 e)  $23 \text{ dam} = \dots \text{ km}$                       f)  $84 \text{ m} = \dots \text{ dam}$   
 g)  $45 \text{ m} = \dots \text{ mm}$                       h)  $15 \text{ cm} = \dots \text{ mm}$
3. Exprimă în metri:  
 a) 32 dam                      b) 3 200 cm  
 c) 32 000 mm                      d) 26 dm
4. Calculează și exprimă rezultatul obținut în centimetri:  
 a)  $700 \text{ mm} + 0,3 \text{ m} + 2,5 \text{ dm}$   
 b)  $0,023 \text{ hm} + 0,97 \text{ m} + 1,25 \text{ dam}$   
 c)  $0,4 \text{ dm} + 8,25 \text{ m} - 0,72 \text{ dam} + 120 \text{ mm}$   
 d)  $7,25 \text{ hm} + 43 \text{ dam} - 523 \text{ m} + 0,3 \text{ dm}$
5. Asociază lungimile egale.  
 1,7 cm      308 cm      17 mm  
 2 675 mm      70 mm  
 3,08 m      2,675 m      0,7 dm
6. Calculează și exprimă rezultatul obținut în decimetri.  
 a)  $0,02 \text{ km} + 0,3 \text{ hm} + 250 \text{ m}$   
 b)  $1,02 \text{ hm} + 9,7 \text{ km} + 1\,200 \text{ dm}$   
 c)  $4\,000 \text{ cm} + 6,25 \text{ hm} - 1,2 \text{ m} + 12 \text{ dm}$   
 d)  $8,2 \text{ hm} + 43 \text{ m} - 523 \text{ dm} + 45 \text{ dam}$
7. Pentru ambalarea a 13 cadouri identice s-au folosit 9,1 m de panglică.  
 Câți metri s-au folosit pentru un cadou?
8. O croitoreasă a cumpărat un coupon de mătase de 80 m, din care a confecționat eșarfe și papioane. Pentru eșarfe a consumat 3 cincimi din coupon, iar pentru papioane, 3 optimi din rest.  
 Ce lungime are mătasea rămasă?

## Lecția 2 | Perimetrul unui poligon

### Observ. Descopăr. Înțeleg

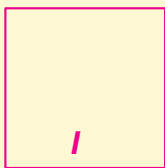
Maria, Alin și Emilia merg în parc să se plimbe cu bicicleta. Află lungimea parcursă cu bicicleta, dacă parcul are forma:

- unui pătrat, cu lungimea unei laturi de 100 m;
- unui dreptunghi, cu lungimea de 120 m și lățimea de 80 m;
- unui triunghi, cu lungimile laturilor de 80 m, 100 m și 120 m.



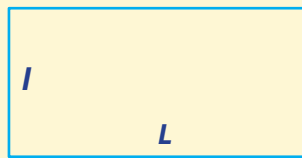
### Rețin

Se numește **perimetrul** unui poligon suma lungimilor tuturor laturilor acelei figuri. Perimetrul unei figuri se notează cu  $P$ .



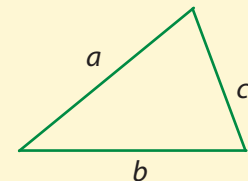
Perimetrul unui pătrat cu lungimea laturilor egală cu  $l$  este

$$P_{\square} = 4 \cdot l$$



Perimetrul unui dreptunghi cu lungimea laturilor egală cu  $L$  (pentru lungime) și  $l$  (pentru lățime) este

$$P_{\square} = 2 \cdot L + 2 \cdot l \\ = 2 \cdot (L + l)$$



Dacă lungimile laturilor unui triunghi sunt  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , atunci perimetrul său este

$$P_{\triangle} = a + b + c$$

- a)  $P = 4 \cdot 100 \text{ m} = 400 \text{ m}$ ; b)  $P = 2 \cdot (120 \text{ m} + 80 \text{ m}) = 2 \cdot 200 \text{ m}$ ; c)  $P = 80 \text{ m} + 100 \text{ m} + 120 \text{ m} = 300 \text{ m}$ .

### Lucrez

- Calculează perimetrul:
  - unui pătrat cu lungimea laturii de 25 cm;
  - unui dreptunghi cu lungimea de 36 cm și lățimea 3 părți din lungime;
  - unui triunghi cu lungimile laturilor de 9 cm; 120 mm; 15 cm;
  - unui triunghi cu lungimea fiecărei laturi de 56 mm.
- O livadă de formă dreptunghiulară este împrejmuită de un gard. Dacă dimensiunile sale sunt 3,5 dam și 2,5 dam, află lungimea gardului, știind că poarta de acces are lățimea de 3 m.
- Află perimetrul unui dreptunghi dacă lățimea este două treimi din lungime, iar aceasta, exprimată în centimetri, este dată de rezultatul exercițiului următor  $[36 \cdot (5 + 27 \cdot 6)] - 99 \cdot 56$ .
- Semiperimetrul (jumătate din perimetru) unui triunghi este 36 cm. Află perimetrul său.

- Perimetrul (exprimat în decimetri) unui triunghi care are toate laturile egale este egal cu  $P = [(15 \cdot 1,6 : 0,2 + 1) : 5 + 1] : 0,2 + 6$ . Află lungimea unei laturi a triunghiului.
- Determină lungimea și lățimea unui dreptunghi cu perimetrul de 96 cm, știind că lungimea sa este de două ori mai mare decât lățimea.

### Gândesc creativ



Remorca unui camion a rămas înțepenită sub un pod mai jos. Înălțimea maximă permisă pentru a trece era de 2 m, iar remorca avea 2,10 m. Autoritățile s-au chinuit, dar n-au reușit să împingă sau să tragă remorca de sub pod fără a strica autovehiculul sau podul. O fetiță a venit cu o soluție simplă, care nu necesita împingerea sau tragerea remorcii, nici stricarea podului.

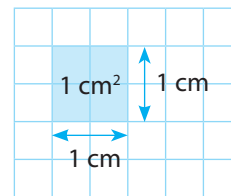
Oare care a fost soluția fetiței?

Observ. Descopăr. Înțeleg

Pentru a măsura suprafața unor figuri, am folosit în clasa a IV-a centimetrul pătrat.

Ce unitate de măsură este potrivită pentru a exprima suprafața sălii de clasă?

Pentru exprimarea ariei unor suprafețe folosim unitatea principală de măsură pentru *arie*, metrul pătrat, dar și *multiplii* și *submultiplii* acestuia.



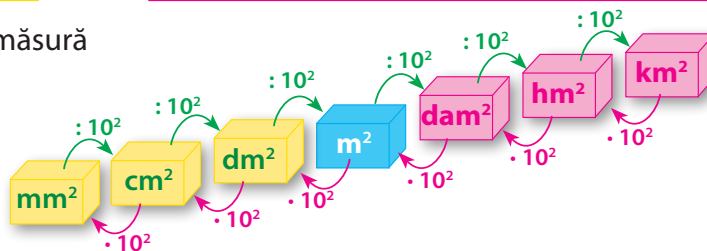
**Submultiplii metrului pătrat:**

- decimetrul pătrat  $1 \text{ dm}^2 = 0,01 \text{ m}^2$
- centimetrul pătrat  $1 \text{ cm}^2 = 0,0001 \text{ m}^2$
- milimetrul pătrat  $1 \text{ mm}^2 = 0,000001 \text{ m}^2$

**Multiplii metrului:**

- decimetrul pătrat  $1 \text{ dam}^2 = 100 \text{ m}^2$
- hectometrul pătrat  $1 \text{ hm}^2 = 10\,000 \text{ m}^2$
- kilometrul pătrat  $1 \text{ km}^2 = 1\,000\,000 \text{ m}^2$

Schema de transformare a unităților de măsură pentru arie:



**Exemple:**

- 1)  $32,7 \text{ km}^2 = 32,7 \cdot 100 \text{ hm}^2 = 32,7 \cdot 10\,000 \text{ dam}^2 = 32,7 \cdot 1\,000\,000 \text{ m}^2$
- 2)  $2\,345 \text{ cm}^2 = 2\,345 : 100 \text{ dm}^2 = 2\,345 : 10\,000 \text{ m}^2 = 2\,345 : 1\,000\,000 \text{ dam}^2$
- 3)  $35\,687 \text{ m}^2 = 35\,687 : 1\,000\,000 \text{ km}^2 = 0,035687 \text{ km}^2$

**Observație:**

Denumiri în agricultură:  
1 ar = 1 a = 1 dam<sup>2</sup>  
1 hectar = 1 ha = 1 hm<sup>2</sup>

Lucrez

1. Exprimă următoarele lungimi după exemplul:

$25,48 \text{ m}^2 = 2 \text{ dam}^2 + 5 \text{ m}^2 + 4 \text{ dm}^2 + 8 \text{ cm}^2$

- a) 37,852 m<sup>2</sup>      b) 7,305 km<sup>2</sup>  
c) 0,921 hm<sup>2</sup>      d) 2,60 dm<sup>2</sup>

2. Transformă unitățile de măsură.

· 10 <sup>2</sup>		· 10 <sup>4</sup>		· 10 <sup>6</sup>	
23 km <sup>2</sup>	___ hm <sup>2</sup>	39 hm <sup>2</sup>	___ m <sup>2</sup>	5 km <sup>2</sup>	___ m <sup>2</sup>
15 hm <sup>2</sup>	___ dam <sup>2</sup>	5 m <sup>2</sup>	___ cm <sup>2</sup>	13 hm <sup>2</sup>	___ dm <sup>2</sup>
28 m <sup>2</sup>	___ dm <sup>2</sup>	9 dam <sup>2</sup>	___ dm <sup>2</sup>	54 dam <sup>2</sup>	___ cm <sup>2</sup>

: 10 <sup>2</sup>		: 10 <sup>4</sup>		: 10 <sup>6</sup>	
320 dm <sup>2</sup>	___ m <sup>2</sup>	800 m <sup>2</sup>	___ hm <sup>2</sup>	9000 dm <sup>2</sup>	___ hm <sup>2</sup>
79 m <sup>2</sup>	___ dam <sup>2</sup>	400 dm <sup>2</sup>	___ dam <sup>2</sup>	5000 cm <sup>2</sup>	___ dam <sup>2</sup>
20 hm <sup>2</sup>	___ km <sup>2</sup>	600 hm <sup>2</sup>	___ km <sup>2</sup>	2000 m <sup>2</sup>	___ km <sup>2</sup>

3. Completează.

- a)  $5 \text{ dm}^2 = \dots \text{ cm}^2$       b)  $7 \text{ dam}^2 = \dots \text{ dm}^2$   
c)  $24 \text{ dam}^2 = \dots \text{ cm}^2$       d)  $6 \text{ hm}^2 = \dots \text{ dm}^2$

- e)  $38 \text{ dam}^2 = \dots \text{ km}^2$       f)  $84 \text{ m}^2 = \dots \text{ dam}^2$   
g)  $27 \text{ dm}^2 = \dots \text{ mm}^2$       h)  $3 \text{ dm}^2 = \dots \text{ mm}^2$

4. Exprimă în metri pătrați:

- a) 28 dam<sup>2</sup>      b) 423 200 cm<sup>2</sup>  
c) 980 000 mm<sup>2</sup>      d) 2 600 dm<sup>2</sup>

5. Exprimă în hectare.

- a)  $700 \text{ dam}^2 + 0,3 \text{ km}^2 + 2\,500 \text{ m}^2$   
b)  $0,023 \text{ km}^2 + 9\,700 \text{ a} + 1,25 \text{ dam}^2$   
c)  $400 \text{ a} + 8,25 \text{ km}^2 - 0,72 \text{ hm}^2 + 12\,000 \text{ m}^2$

6. Calculează și exprimă rezultatul în ari.

- a)  $0,02 \text{ km}^2 + 0,3 \text{ ha} + 250 \text{ m}^2$   
b)  $1,02 \text{ hm}^2 + 0,7 \text{ km}^2 + 1\,200 \text{ m}^2$

7. Asociază măsurile egale.

3,75 hm <sup>2</sup>	170 a	7 ha
70 000 m <sup>2</sup>	17 000 m <sup>2</sup>	37 500 m <sup>2</sup>
1,7 ha	375 dam <sup>2</sup>	700 a

## Lecția 4 | Aria pătratului și aria dreptunghiului

### Observ. Descopăr. Înțeleg

Camera de baie a Mariei are forma unui dreptunghi cu lungimea de 3,9 m și lățimea de 3 m. Ea vrea să pună pe toată suprafața plăci de gresie pătrată, cu latura de 30 cm. De câte plăci are nevoie?

#### Rezolvare:

Latura unei plăci de gresie este 30 cm, deci aria sa este  $30 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm} = 900 \text{ cm}^2$ .

Lungimea camerei este 3,9 m și lățimea 3 m, deci aria camerei este  $3,9 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} = 11,7 \text{ m}^2$ .

Pentru a afla numărul de plăci de gresie necesare, împărțim aria camerei la aria unei plăci. Pentru aceasta e necesar să operăm cu aceeași unitate de măsură.

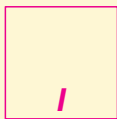
Avem:  $900 \text{ cm}^2 = 0,09 \text{ m}^2$ .

$11,7 \text{ m}^2 : 0,09 \text{ m}^2 = 1170 \text{ m}^2 : 9 \text{ m}^2 = 130$ .

Așadar, Maria are nevoie de 130 de plăci de gresie.

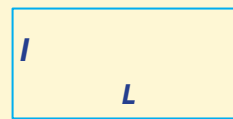


### Rețin



Aria unui pătrat cu lungimea laturilor egală cu  $l$  este


$$A_{\square} = l \cdot l = l^2$$



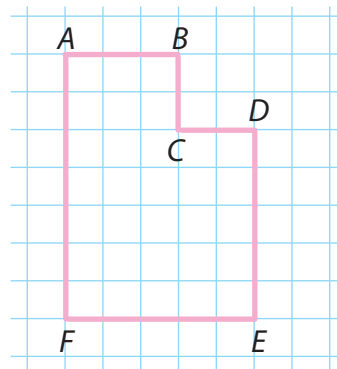
Aria unui dreptunghi cu lungimile laturilor egale cu  $L$  (lungimea) și  $l$  (lățimea) este

$$A_{\square} = L \cdot l$$

### Lucrez

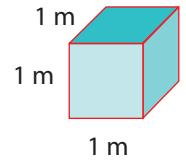
- Calculează aria:
  - unui pătrat cu lungimea laturii de 2,5 m;
  - unui dreptunghi cu lungimea de 12 dm și lățimea 3 pătrimi din lungime.
- Calculează aria unui teren agricol știind că are formă dreptunghiulară, iar dimensiunile sale sunt 3,5 dam și 2,5 dam.
- Pe un teren în formă de pătrat cu latura de 50 m este cultivat porumb.
  - Un teren dreptunghiular cultivat grâu are același perimetru cu terenul cultivat cu porumb, iar lățimea sa este o treime din lungime. Află suprafața terenului.
  - Dacă recolta de porumb a fost de 1 250 kg la hectar, află suma încasată pentru întreaga recoltă, dacă 1 kg s-a vândut cu 1,25 lei.
  - Dacă recolta de grâu a fost de 2 050 kg la hectar, află ce sumă s-a încasat pentru întreaga recoltă, știind că 1 kg s-a vândut cu 0,75 lei.

- Sorana are în curte un teren dreptunghiular cu dimensiunile 80 cm și 320 cm pe care vrea să planteze lalele. Dacă un bulb de lalea se plantează pe o suprafață de  $200 \text{ cm}^2$ , află câte lalele poate planta Sorana pe acel teren.
- Determină aria unui dreptunghi cu perimetrul de 96 cm, știind că lungimea este de două ori mai mare decât lățimea.
- Calculează în două moduri suprafața spațiului de joacă prezentat în figura de mai jos, știind că latura unui pătrățel corespunde lungimii de 2,5 m.



Observ. Descopăr. Înțeleg

Pentru a măsura volumul unor corpuri, am folosit în clasa a IV-a centimetrul cub. Ce unitate de măsură este potrivită pentru a exprima volumul unei săli de clasă? Pentru exprimarea volumului unor corpuri folosim unitatea principală de măsură pentru volum, metrul cub, dar și *multiplii și submultiplii* acestuia.



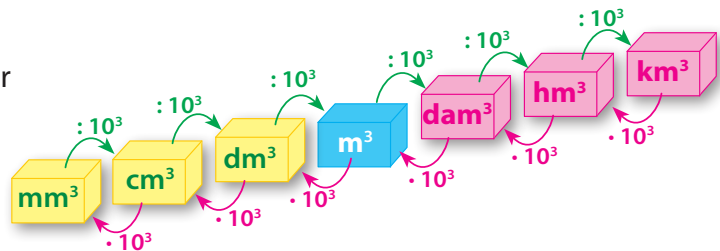
**Submultiplii metrului cub**

- decimetrul cub       $1 \text{ dm}^3 = 0,001 \text{ m}^3$
- centimetrul cub     $1 \text{ cm}^3 = 0,000001 \text{ m}^3$
- milimetrul cub      $1 \text{ mm}^3 = 0,000000001 \text{ m}^3$

**Multiplii metrului cub**

- decametru cub       $1 \text{ dam}^3 = 1\,000 \text{ m}^3$
- hectometru cub     $1 \text{ hm}^3 = 1\,000\,000 \text{ m}^3$
- kilometru cub      $1 \text{ km}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ m}^3$

Schema de transformare a unităților de măsură pentru volum:



**Exemple**

- 1)  $23,75 \text{ km}^3 = 23,75 \cdot 1\,000 \text{ hm}^3 = 23,75 \cdot 1\,000\,000 \text{ dam}^3 = 23,75 \cdot 1\,000\,000\,000 \text{ m}^3$
- 2)  $7\,895 \text{ cm}^3 = 7\,895 : 1\,000 \text{ dm}^3 = 7\,895 : 1\,000\,000 \text{ m}^3 = 7\,895 : 1\,000\,000\,000 \text{ dam}^3$
- 3)  $24\,364 \text{ m}^3 = 24\,364 : 1\,000\,000\,000 \text{ km}^3 = 0,000024364 \text{ km}^3$

**Observație!**

Într-un cub cu latura de 1 dm încapă 1 litru de apă.  
 $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l}$

Lucrez

1. Exprimă următoarele volume după exemplul dat.

$2\,115,483 \text{ m}^3 = 2 \text{ dam}^3 + 115 \text{ m}^3 + 483 \text{ dm}^3$

- a)  $3\,217,852 \text{ m}^3$                       b)  $7,305 \text{ km}^3$
- c)  $0,921 \text{ hm}^3$                         d)  $2,60 \text{ dm}^3$

2. Transformă unitățile de măsură.

$\cdot 10^3$		$\cdot 10^6$		$\cdot 10^9$	
$23 \text{ km}^3$	__ $\text{hm}^3$	$39 \text{ hm}^3$	__ $\text{m}^3$	$5 \text{ km}^3$	__ $\text{m}^3$
$15 \text{ hm}^3$	__ $\text{dam}^3$	$5 \text{ m}^3$	__ $\text{cm}^3$	$13 \text{ hm}^3$	__ $\text{dm}^3$
$28 \text{ m}^3$	__ $\text{dm}^3$	$9 \text{ dam}^3$	__ $\text{dm}^3$	$54 \text{ dam}^3$	__ $\text{cm}^3$

$: 10^3$		$: 10^6$		$: 10^9$	
$320 \text{ dm}^3$	__ $\text{m}^3$	$800 \text{ m}^3$	__ $\text{hm}^3$	$9000 \text{ dm}^3$	__ $\text{hm}^3$
$79 \text{ m}^3$	__ $\text{dam}^3$	$400 \text{ dm}^3$	__ $\text{dam}^3$	$5000 \text{ cm}^3$	__ $\text{dam}^3$
$20 \text{ hm}^3$	__ $\text{km}^3$	$600 \text{ dam}^3$	__ $\text{km}^3$	$2000 \text{ m}^3$	__ $\text{km}^3$

3. Exprimă în metri cubi:

- a)  $28 \text{ dam}^3$ ;                              b)  $423\,200 \text{ cm}^3$ ;
- c)  $980\,000 \text{ mm}^3$ ;                        d)  $2\,600 \text{ dm}^3$ .

4. Completează:

- a)  $5 \text{ dm}^3 = \dots \text{ cm}^3$                       b)  $7 \text{ dam}^3 = \dots \text{ dm}^3$
- c)  $24 \text{ dam}^3 = \dots \text{ cm}^3$                       d)  $6 \text{ hm}^3 = \dots \text{ dm}^3$
- e)  $38 \text{ dam}^3 = \dots \text{ km}^3$                       f)  $84 \text{ m}^3 = \dots \text{ dam}^3$
- g)  $27 \text{ dm}^3 = \dots \text{ mm}^3$                       h)  $3 \text{ dm}^3 = \dots \text{ mm}^3$

5. Transformă în metri cubi:

- a)  $1,234 \text{ dam}^3$                               b)  $134 \text{ dm}^3$
- c)  $2,001 \text{ hm}^3$                                 d)  $2\,345 \text{ dm}^3$
- e)  $3\,425\,000 \text{ cm}^3$                               f)  $0,023 \text{ km}^3$

6. Transformă în decimetri cubi:

- a)  $0,032 \text{ m}^3$                                 b)  $2\,300 \text{ cm}^3$
- c)  $11,234 \text{ dam}^3$                               d)  $0,0002 \text{ hm}^3$

7. Asociază măsurile egale.

$34,705 \text{ hm}^3$	$1\,700 \text{ dm}^3$	$17 \text{ dam}^3$
$70\,000 \text{ m}^3$	$17\,000 \text{ m}^3$	$34\,705 \text{ dam}^3$
$1,7 \text{ l}$	$375 \text{ dam}^2$	$70 \text{ dm}^3$

# Lecția 6 | Volumul cubului și al paralelipipedului dreptunghic

## Observ. Descopăr. Înțeleg

Maria trebuie să calculeze volumul cubului, iar Alin pe al paralelipipedului dreptunghic.

Să-i ajutăm!

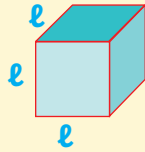
Muchia cubului este 4 cm, deci volumul său este

$$V_{\text{cub}} = 4 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 64 \text{ cm}^3.$$

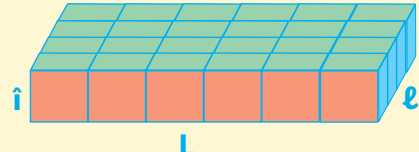
Lungimea paralelipipedului este 4 cm, lățimea 3 cm, iar înălțimea 2 cm, deci volumul său este:

$$V_{\text{paralelipiped}} = 4 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} = 24 \text{ cm}^3.$$

### Rețin



$$V_{\text{cub}} = e \cdot e \cdot e$$



$$V_{\text{paralelipiped}} = L \cdot e \cdot \hat{i}$$

## Lucrez

1. Calculează volumul:

- unui cub cu lungimea muchiei de 5 cm;
- unui paralelipiped dreptunghic cu lungimea de 12 dm, lățimea de 8 dm și înălțimea 3 pătrimi din lățime.

2. Calculează volumul unui cub care are muchia:

- 3 cm;
- 8 dm;
- 4 m;
- 120 mm.

3. Află volumul unui cub care are muchia  $a$  exprimată în centimetri, unde  $a$  este:

- cel mai mic număr prim scris cu două cifre distincte;
- cel mai mare număr par scris cu o singură cifră;
- cel mai mic număr natural impar.

4. Calculează și determină volumele paralelipipedelor care au dimensiunile date în tabelul de mai jos.

$L$	15 cm	35 cm	28 cm	33 dm
$l$	150 mm	300 cm	60 mm	300 mm
$\hat{i}$	72 cm	56 cm	25 cm	10 cm

5. Calculează volumul unui paralelipiped dreptunghic având dimensiunile distincte  $a$ ,  $b$ ,  $c$  exprimate în metri, astfel:

- $a$ ,  $b$ ,  $c$  sunt numere consecutive, a căror sumă este 15;
- $a$ ,  $b$ ,  $c$  sunt cele mai mici pătrate perfecte;
- $a$ ,  $b$ ,  $c$  sunt cele mai mici numere prime.

6. Într-o cutie cu gresie, fiecare placă are dimensiunile 15 cm x 30 cm și grosimea de 5 mm. Cutia are dimensiunile 45 cm, 30 cm, 35 cm. Ce suprafață poate fi acoperită cu gresia din cutie?

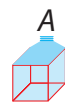
7. Calculează volumul unui cub care are latura de:

- 7 m
- 36 cm
- 18 mm
- 30 cm
- 40 dm
- 8 dam
- 0,5 m
- 11 dam
- 12 mm

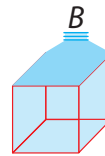
8. Câți litri de apă pot fi puși într-un vas paralelipipedic cu dimensiunile 5 dm, 4 dm, 3 dm?

9. Pune capacul potrivit fiecărui recipient! (muchia: A → 2 cm B → 4 cm

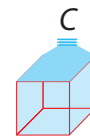
C → 3,2 cm D → 6 cm)



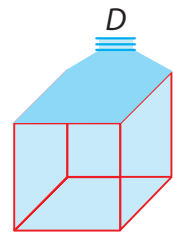
capac-1  
8 ml



capac-2  
32,768 ml



capac-3  
21,6 cl



capac-4  
0,64 dl

10. Află volumul de apă, exprimat în litri, necesar pentru a umple bazinele de apă ale unei baze sportive, cunoscând dimensiunile acestora:

- bazinul A: 15 m, 6 m, 4 dm;
- bazinul B: 35 m, 6 m, 100 cm;
- bazinul C: 50 m, 25 m, 2 000 mm.



# ANTRENAMENT

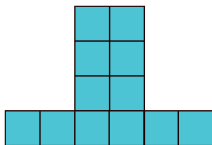
PLUS

- ✓ Consolidare
- ✓ Aprofundare
- ✓ Excelență

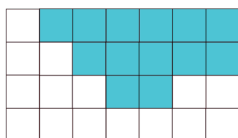
## Consolidare

- Transformă următoarele unități de măsură:
  - 0,5 km în hm, dam, m, dm;
  - 6 700 mm în dam, m, hm, km;
  - 1 m<sup>2</sup> în dm<sup>2</sup>, cm<sup>2</sup>;
  - 13 500 dm<sup>2</sup> în m<sup>2</sup>, dam<sup>2</sup>;
  - 2 356 000 dm<sup>3</sup> în m<sup>3</sup>, dam<sup>3</sup>.
- Transformă următoarele unități de măsură:
  - 45 m<sup>2</sup> în dam<sup>2</sup>, hm<sup>2</sup>, km<sup>2</sup>;
  - 12 700 dm<sup>2</sup> în dam<sup>2</sup>, cm<sup>2</sup>, m<sup>2</sup>.
- Transformă următoarele unități de măsură:
  - 6 500 cm<sup>3</sup> în dm<sup>3</sup>, m<sup>3</sup>;
  - 7 120 dam<sup>3</sup> în km<sup>3</sup>, m<sup>3</sup>.
- Identifică propoziția adevărată:
  - Suma lungimilor laturilor unei figuri geometrice formată din mai multe laturi este perimetrul figurilor geometrice.
  - Măsura suprafeței din interiorul unei figuri geometrice formează aria figuri geometrice.
  - Volumul unui corp este măsura interiorului său;
  - Perimetrul unui dreptunghi este dublul sumei dintre lungimea și lățimea sa.
  - Perimetrul unui dreptunghi este suma dintre lungimea și lățimea sa.
  - Aria unui pătrat este dublul lungimii laturii sale.
  - Aria unui pătrat este pătratul lungimii laturii sale.
  - Volumul unui paralelipiped dreptunghic este produsul dintre lungimea, lățimea și înălțimea paralelipipedului.

- Figura geometrică dată este formată din pătrate cu latura de 0,5 cm. Care este perimetrul acesteia?



- Dreptunghiul din desen este format din pătrate cu latura de 1 cm. Care este aria suprafeței colorate?



- Care este volumul unei cutii în formă de dreptunghi cu dimensiunile de 30 cm, 7 dm și 400 mm?

## Aprofundare

- Un dreptunghi are dimensiunile de 2,3 dm și 15 cm. Află perimetrul și aria dreptunghiului.

- Aria unui dreptunghi este de 14 m<sup>2</sup>. Știind că lățimea dreptunghiului este 35 dm<sup>2</sup> află lungimea lui.

- Volumul unui cub de 0,836 dam<sup>3</sup> este în m<sup>3</sup>:
  - 83,2 m<sup>3</sup>;
  - 8,32 m<sup>3</sup>;
  - 0,000832 m<sup>3</sup>;
  - 836 m<sup>3</sup>.

- O furnică pornește de la un capăt al unui pai de 21 cm și se deplasează către celălalt capăt. Câți centimetri îi mai rămân de parcurs până la final, dacă a parcurs  $\frac{2}{3}$  din lungimea paiului?

- Trei elevi au măsurat lungimea unei coli A4 și au obținut următoarele rezultate: 287 mm, 28,4 cm, 2,9 dm. Calculează media aritmetică a rezultatelor obținute și precizează cea mai bună măsurătoare.

- Pe latura de la stradă a unui teren cu lungime de 22,5 m se pun panouri cu lungimea de 15 dm. De câte panouri este nevoie, știind că ele se pun unul în prelungirea celuilalt.

- Determină lungimea muchiei unui cub care are volumul 1 875 m<sup>3</sup> și aria de 125 m<sup>2</sup>.

- Aria în cm<sup>2</sup> a unui pătrat cu aria de 0,27 m<sup>2</sup> este:
  - 2 700 cm<sup>2</sup>;
  - 2,7 cm<sup>2</sup>;
  - 27 m<sup>2</sup>;
  - 270 cm<sup>2</sup>.

- Un dreptunghi cu perimetrul de 45 cm are lățimea  $\frac{3}{4}$  din lungime. Determină lățimea și aria dreptunghiului.

## Excelență

- Podeaua unei camere în formă de dreptunghi, cu dimensiunile de 4,7 m și 2,1 m se acoperă cu plăci pătrate de gresie, cu latura de 5 cm. Află câte plăci de faianță sunt necesare.

- Află perimetrul unui dreptunghi care are aria de 2,04 dm<sup>2</sup> și lungimea de 17 cm.

- De câte ori este mai mare aria unui pătrat cu latura de 300 m decât 1,5 ha?

- Află lățimea unui paralelipiped dreptunghic cu volumul de 45 m<sup>3</sup>, lungimea de 4,5 m și înălțimea de 40 dm.





### 1 Matematica și istoria

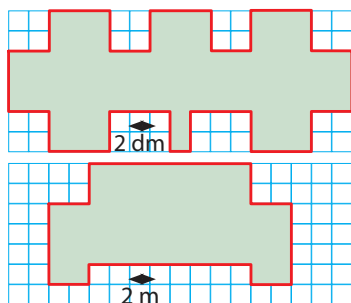
În Roma antică, cea mai utilizată unitate de măsură a lungimilor era *picioorul*. Acesta măsura aproximativ 29,6 cm. Alte unități de măsură utilizate de romani erau: *degetul*, *palma*, *cotul*, *pasul*, *pasul dublu*, *mila*.

Observă tabelul următor.

Unitatea de măsură a lungimii	Echivalența
deget	de 16 ori mai mic decât un picior
palma	de 4 ori mai mică decât un picior
cot	1 picior și jumătate
pas	2 picioare și jumătate
pas dublu	5 picioare
milă	2 000 de pași

Află lungimea fiecărei unități din tabel, exprimată în centimetri.

### 2 Află perimetrul și aria figurilor alăturate.



### 3 Alege răspunsul corect.

a. 36 m este egal cu:

- A** 360 cm      **B** 3,6 dam      **C** 360 hm

b. 12 cm este egal cu:

- A** 1,2 mm      **B** 0,12 m      **C** 12 dam

c. aria de 5 ha este egală cu:

- A** 500 a      **B** 5 000 dam<sup>2</sup>      **C** 0,5 km<sup>2</sup>

d. aria de 110 m<sup>2</sup> este egală cu:

- A** 11 dam<sup>2</sup>      **B** 1,1 a      **C** 110 dm<sup>2</sup>

### 4 Efectuează:

- a.  $4,345 \text{ dam}^2 + 7\,898 \text{ m}^2 + 0,342 \text{ km}^2 = ? \text{ m}^2$   
 b.  $25,722 \text{ hm}^2 + 27,48 \text{ dam}^2 + 7,42 \text{ m}^2 = ? \text{ dam}^2$   
 c.  $286 \text{ ha} + 428,6 \text{ a} + 1\,723 \text{ dam}^2 = ? \text{ ha}$

### 5 Marin și Tudor s-au luat la întrecere pentru a construi un cub care să aibă un volum cât mai

mare. Latura cubului construit de Marin este de 50 cm, iar cubul lui Tudor are volumul de 125 litri. Care dintre cei doi copii a câștigat?

### 6 Află câți litri de apă pot intra într-un cub de sticlă cu latura de 20 cm.

### 7 Află lungimea muchiei unui cub al cărui volum este de 64 cm<sup>3</sup>.

### 8 Curtea unei școli are forma unui dreptunghi cu dimensiunile de 324 m și 288 m. Află lungimea gardului care înconjoară această curte.

### 9 Află câți metri de lână a folosit bunica pentru tricotarea unui pulover dacă a utilizat 7 gheme de lână având fiecare lungimea firului de 4 800 cm.

### 10 Matematica și mediul

Lemnul face parte din sursele de energie regenerabilă, dacă exploatarea pădurilor se face responsabil. Pentru volumul lemnului, există unitatea de măsură denumită *metru ster*, care exprimă volumul de lemn care intră într-un cub cu muchia de 1 m.

De fapt, între trunchiurile de copac dintr-un metru ster există aproximativ 30% spații goale.

a. Calculează volumul real de lemn aflat într-un metru ster.

b. Observă următorul tabel.

Specia	Masa unui dm <sup>3</sup> (kg)	
	Lemn verde	Lemn uscat
Brad	0,95	0,55
Molid	0,75	0,55
Pin	0,70	0,60
Carpen	0,95	0,85
Fag	0,95	0,75
Stejar	1,00	0,90
Tei	0,75	0,55

Răspunde la următoarele cerințe.

- Pentru fiecare specie de arbori, calculează masa lemnului dintr-un metru ster.
- Care specie pierde cel mai mult prin uscare? Dar cel mai puțin?

### Subiectul I (30 p)

- 1 Dacă mărim cu 30 cm lățimea unui dreptunghi, obținem un pătrat cu latura de 5 dm. Află perimetrul dreptunghiului.
- 2 Lungimea unui dreptunghi este cu 14 dm mai mare decât dublul lățimii. Perimetrul său este 118 dm.
  - a. Află dimensiunile dreptunghiului.
  - b. Află aria dreptunghiului, exprimată în metri pătrați.
- 3 Calculează volumul unui cub cu muchia de 8 dm.



### Subiectul II (30 p)

- 4 Determină volumul unui paralelipiped cu lungimea de 36 cm, lățimea de două ori mai mică, iar înălțimea, de trei ori mai mică decât lățimea.
- 5 a. Câte hectare are un teren dreptunghiular cu lungimea de 24 dam și lățimea de 15 dam?



- b. Pe 0,4 din suprafața acestui teren a fost semănată secară. Află aria acestei suprafețe, exprimată în ari.

- 6 La o școală trebuie să se cumpere gresie pentru o suprafață de 216 m<sup>2</sup>. Câte plăci de gresie trebuie cumpărate dacă suprafața uneia este de 900 cm<sup>2</sup>?



### Subiectul III (30 p)

- 7 Câți litri de apă sunt într-un vas paralelipedic cu dimensiunile 30 cm, 20 cm, 15 cm, dacă apa reprezintă 75% din volumul vasului?



Ex. 1	Ex. 2	Ex. 3	Ex. 4	Ex. 5	Ex. 6	Ex. 7
10 p	10 p	10 p	10 p	10 p	10 p	30 p
Se acordă 10 puncte din oficiu.					Total 100 de puncte	

**1** Se consideră numărul 79 308. Șterge 2 cifre astfel încât să obții:

- a. cel mai mare număr natural;
- b. cel mai mic număr natural.

**2** Se consideră numărul  $A = 34\ 957$ .

- a. Adaugă cifra 5 numărului  $A$ , astfel încât să obții cel mai mic număr posibil.
- b. Adaugă cifra 2, astfel încât să obții cel mai mare număr posibil.

**3** Pe axa numerelor naturale, punctele  $A$  și  $B$  au coordonatele 89, respectiv, 132. Stabilește ordinea celor două puncte.

**4** Stabilește care dintre numerele 800, 700, 400, 200 este mai aproape de:  
a. 739; b. 427; c. 783; d. 158.

**5** Cât este distanța București – Londra?

- Răspunsul lui Paul pentru nota 10 la lecția de geografie este: „2 547 km”.
- Răspunsul Deliei când a fost întrebată de un prieten: „cam 2 500 km sau 2 600 km”.
- Răspunsul primit de Bogdan de la agenția de turism: „aproximativ 2 550 km”.
- Răspunsul Anei când s-a uitat pe hartă: „2 000 – 3 000 km”.

- a. Ce aproximații s-au folosit în text?
- b. Cine a rotunjit numărul și la ce unitate?

**6** Câte numere sunt între 987 649 și 6 895 324?

**7** Calculează:

- a.  $10 - 9 + 8 - 7 + 6 - 5 + 4 - 3 + 2 - 1$
- b.  $10 + 8 + 6 + 4 + 2 - (9 + 7 + 5 + 3 + 1)$
- c.  $2 - 1 + 3 - 2 + 4 - 3 + 5 - 4 + 6 - 5 + 7 - 6 + 8 - 7 + 9 - 8 + 10 - 9$
- d.  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 + 8$

**8** Care sunt cele trei numere naturale pentru care suma și produsul sunt egale?

**9** Efectuează:

- a.  $25 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 29$
- b.  $47 \cdot 24 - 23 \cdot 27$
- c.  $23 \cdot (256 + 194)$
- d.  $423 \cdot 234 - 490 \cdot 200$

**10** Efectuează, folosind factorul comun:

- a.  $39 \cdot 48 - 48 \cdot 37$
- b.  $13 \cdot 269 + 13 \cdot 24 - 13 \cdot 93$

- c.  $67 \cdot 124 + 67 \cdot 235 + 33 \cdot 147 + 33 \cdot 212$
- d.  $57 \cdot 49 + 57 \cdot 98 - 147 \cdot 56$

**11** Află suma tuturor resturilor posibile la împărțirea cu:

- a. 5
- b. 49

**12** Calculează, folosind proprietăți ale împărțirii și înmulțirii.

- a.  $\overline{aaaa} : 11 : a$
- b.  $(3 + 6 + 9 + 12) : 3$
- c.  $(5 + 10 + \dots + 50) : 5$
- d.  $29 \cdot 37 : 29$
- e.  $78 \cdot 57 : 39$
- f.  $25 \cdot 38 : 19 : 25$
- g.  $26 \cdot 16 : 32 : 13$
- h.  $51 \cdot 14 : 21 : 17$

**13** Verifică egalitățile:

$$(28 \cdot 3) : (4 \cdot 3) = (28 : 4) \cdot (3 : 3)$$

$$(75 \cdot 6) : (25 \cdot 3) = (75 : 25) \cdot (6 : 3)$$

Calculează în același mod:

- a.  $(49 \cdot 25) : (7 \cdot 5)$
- b.  $(24 \cdot 36) : (8 \cdot 9)$
- c.  $(28 \cdot 75 \cdot 42) : (7 \cdot 25 \cdot 6)$
- d.  $(82 \cdot 27) : (9 \cdot 41)$

**14** Calculează:

- a.  $(2^2)^2$
- b.  $(3^3)^1$
- c.  $(5^1)^3$
- d.  $(7^2)^8 : (7^4)^4$
- e.  $6^3 \cdot (6^2)^3 : 6^8$
- f.  $9^5 : 27^2$
- g.  $8^{10} : 16^7$
- h.  $25^5 : 125^3$
- i.  $(4^2)^{12} : (8^4)^4$

**15** Determină numărul natural care, împărțit la un număr de 2 cifre, dă câtul 11 și restul 98. Determină numărul care, împărțit la un număr de 3 cifre, dă câtul 11 și restul 998.

**16** Pentru a putea fi organizată o excursie, la maximum 9 elevi trebuie să fie prezent un cadru didactic. Câți profesori au însoțit un grup de 239 de elevi?

**17** Sunt un număr!

- a. Sunt un număr care, împărțit la 21, dă un cât și un rest de trei ori mai mic decât împărțitorul. Cine sunt?
- b. Sunt un număr care, împărțit la 2, dă câtul 27 și restul nenul. Cine sunt?
- c. Sunt numărul de 17 ori mai mic decât 8 041.
- d. Sunt un număr de 3 cifre. Cea de-a doua cifră este de patru ori mai mare decât cea de-a treia cifră, iar prima cifră este cu 3 mai mică decât a doua cifră. Ce număr sunt?

**18** La ora de sport, elevii clasei a VI-a sunt așezați în rânduri de câte 12 elevi. Stabilește câte rânduri se formează, știind că sunt 96 elevi.

### 19 **Matematică și sport**

Triatlonul este o competiție sportivă formată din 3 probe: înot, ciclism și alergare pe asfalt. Există mai multe tipuri de triatlon, dar cel mai important se întâlnește la Jocurile Olimpice. Aici proba de înot are lungimea de 1 500 m, la ciclism trebuie parcurși 40 km, iar proba de alergare pe asfalt are lungimea de 10 km.

Dacă un atlet are la dispoziție pentru a se antrena o piscină cu lungimea de 50 m, o pistă de ciclism de 400 m și una de alergare cu lungimea de 500 m, determină:

- Câte lungimi de piscină trebuie să parcurgă pentru a realiza complet lungimea probei de înot?
- Câte ture de pistă trebuie să facă pentru a realiza complet probele de ciclism, respectiv, de alergare?

### 20 **Matematică și geografie**

Densitatea populației unei țări se află împărțind numărul total de locuitori la numărul de kilometri pătrați ai țării respective. Potrivit ultimelor date publicate de Institutul Național de Statistică, populația rezidentă a României, la 1 ianuarie 2017, era estimată la 19 310 216. Știind că suprafața României este 238 391 km<sup>2</sup>, determină densitatea populației României.

**21** Un număr este *roșu* dacă, împărțit la 3, 5, 7, se obține de fiecare dată restul 2; *albastru* dacă obținem restul 1 și *negru* în celelalte cazuri. Stabilește culoarea fiecărui număr.

a. 946; b. 1 262 c. 357; d. 315; e. 421; f. 737

**22** Mihai Viteazul a fost domnul Țării Românești timp de 84 de luni. Câți ani a domnit acesta?

**23** Un televizor costă 1 209 lei. Cât va costa acest televizor după o ieftinire de 3 ori față de prețul actual?

**24** Cu cifrele 2; 6; 7 formează un multiplu de trei cifre distincte al lui 23.

**25** Dacă  $n = 2^5 \cdot 11 + 5$ , atunci demonstrează că  $21 \mid n$ .

**26** În două lăzi sunt 175 de portocale. Putem face pachete de câte 7 portocale, astfel încât să terminăm stocul? Dar de câte 13? Dă exemplu

de un alt număr de pachete astfel încât să nu mai rămână portocale.

**27** 4 746 kg de făină pot fi depozitate în saci de 6 kg?

**28** Determină valoarea sumei primilor 10 multipli ai lui 5.

**29** Determină numerele naturale  $b$  care îndeplinesc condiția  $(b + 1) \mid (b + 7)$ .

**30** Determină fracțiile echivalente cu  $\frac{16}{23}$  care au numitorii:  
a. 46; b. 115; c. 92; d. 253.

**31** Determină fracțiile echivalente cu  $\frac{5}{8}$  care au numitorii cuprinși între 42 și 76.

**32** Determină fracțiile echivalente cu  $\frac{11}{8}$  care au numărătorii cuprinși între 80 și 136.

**33** Determină fracțiile echivalente cu  $\frac{2\,244}{2\,508}$  care au numitorii:  
a. 19; b. 114; c. 57; d. 209.

**34** Se poate simplifica prin 11 fracția  $\frac{\overline{ab} + \overline{ba}}{154}$ ? Justifică răspunsul!

**35** Adu fracțiile următoare la același numitor.

- |   |  |
|---|--|
| a. $\frac{7}{36}, \frac{5}{72}, \frac{11}{45}$  | b. $\frac{3}{25}, \frac{7}{75}, \frac{13}{40}$       |
| c. $\frac{6}{25}, \frac{19}{75}, \frac{23}{30}$ | d. $\frac{11}{16}, \frac{5}{14}, \frac{1}{84}$       |
| e. $\frac{1}{64}, \frac{1}{75}, \frac{1}{32}$   | f. $\frac{22}{242}, \frac{54}{198}, \frac{280}{385}$ |

**36** Primăria unei localități a hotărât ca un teren având o suprafață de 20 ha să fie împărțit în parcele de câte 500 m<sup>2</sup>. Pe  $\frac{1}{5}$  din numărul parcelelor se vor amenaja locuri de joacă pentru copii, pe  $\frac{1}{4}$  din parcelele rămase se vor amenaja parcuri cu flori, pe  $\frac{1}{3}$  din parcelele rămase după aceea se vor planta arbori exotici, iar pe  $\frac{1}{2}$  din restul parcelelor se va semăna iarba. Pe suprafața rămasă se va amenaja un teren de golf. Exprimă în ari suprafețele respective. Care dintre ele este mai mare?

**37** Se consideră fracția zecimală 7,25(53).

- Scrive sub formă de fracție ordinară.
- Care este a 2 024-a zecimală a acestei fracții zecimale?
- Calculează suma primelor 100 de zecimale.

38 Calculează.

- a.  $34,7 : 10$                       b.  $734,2 : 1\ 000$   
c.  $2,97 \cdot 1\ 000$                 d.  $35,1 \cdot 100$   
e.  $673,2 : 100$                  f.  $0,135 \cdot 10$

39 Calculează.

- a.  $7 : 2$                               b.  $30,71 : 8,3$   
c.  $23,281 : 75,1$                 d.  $343,047 : 8,367$   
e.  $107,2786 : 14,3$             f.  $64,33 : 0,07$

40 Calculează.

- a.  $13,75 + 23,9 - 17,77$   
b.  $83,41 - 29,7 + 33,245$   
c.  $6,24 + 3 \cdot 14 \cdot 7 - 5,11$   
d.  $7 : 2 + 3,5$

41 Calculează.

- a.  $3 \cdot (7 - 2,16 + 4,33)$   
b.  $[27,21 + 4 \cdot (45,11 + 2 \cdot 3,2) - 4,37] + 1,1$   
c.  $12,25 + 1,2 \cdot \{11 + 1,1 \cdot [6,5 + 2 \cdot (0,45 - 0,4)]\}$   
d.  $[0,8 + 4 \cdot (0,34 \cdot 10 + 1,2 : 2)] : 0,168$

42 În tabelul de mai jos sunt prezentate rezultatele obținute de Maria, Irina, Alina, Carmen, Radu și Matei la un test cu întrebări despre mediu:

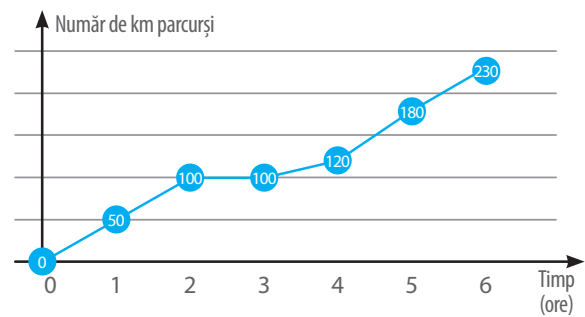
Maria	Irina	Alina	Carmen	Radu	Matei
5	7	10	9	8	9

- a. Calculează media aritmetică a punctajelor obținute de cei șase elevi.  
b. Calculează media aritmetică a punctajelor impare obținute de elevi.  
c. Ce punctaj ar fi trebuit să obțină Maria, astfel încât media aritmetică a punctajelor să fie 8,5?

43 Pentru pregătirea sărbătorilor de iarnă, o familie cumpără 15,5 kg de bomboane de ciocolată și bomboane fondante, pentru pachetele pe care le vor primi colindătorii.

- a. Dacă vecinul din stânga mai aduce 1,2 kg de bomboane de ciocolată, care este cantitatea totală de bomboane pe care o are familia?  
b. Dacă vecinul din dreapta primește și el pentru a face pachete 2,53 kg de bomboane fondante, care este cantitatea totală de bomboane pe care o are familia?  
c. Dacă pentru prima seară de colindat s-au folosit la pachete 3,17 kg de bomboane de ciocolată, iar vecinul din dreapta a adus înapoi 1,5 kg de bomboane fondante, care este cantitatea totală de bomboane pe care o mai are familia?

44 În diagrama următoare este prezentat parcursul unui vehicul care se deplasează între două localități.



- a. Cât timp a staționat vehiculul?  
b. Care este cel mai mare număr de kilometri parcurși într-o oră?  
c. Care este numărul kilometrilor parcurși în primele 3 ore?  
d. Care este intervalul orar în care vehiculul a parcurs 20 km?  
e. Câte ore vehiculul s-a deplasat cu o viteză medie de 50 km/oră?

45 Construiește:

- a. două segmente care au același mijloc și dreptele lor suport concurente;  
b. trei puncte coliniare  $A, B, C$ , astfel încât  $AB = 4$  cm și  $C$  este simetricul punctului  $B$  față de punctul  $A$ ;  
c. patru puncte coliniare  $A, B, C$  și  $D$ , astfel încât  $AB = 3$  cm și  $C$  este atât simetricul punctului  $A$  față de  $B$ , cât și mijlocul segmentului  $AD$ .

46 Un teren are formă de dreptunghi cu lungimea de 650 m, iar lățimea reprezintă  $\frac{7}{13}$  din lungime.

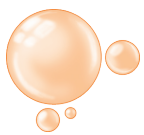
Se știe că  $\frac{14}{25}$  din suprafață a fost însămânțată cu porumb,  $\frac{5}{11}$  din rest cu grâu, iar restul cu cartofi. Află suprafața fiecărei culturi.

47 Efectuează operațiile indicate cu măsurile următoarelor unghiuri:

- a.  $45^\circ + 72^\circ$                       b.  $127^\circ - 79^\circ$   
c.  $37^\circ 41' + 59^\circ 18'$             d.  $37^\circ 41' - 19^\circ 18'$   
e.  $47^\circ 51' + 22^\circ 38'$             f.  $67^\circ 11' - 59^\circ 18'$

48 Efectuează:

- a.  $6\text{ km} + 45\text{ dam} + 150\text{ m} + 1\ 500\text{ cm} = ?\text{ dam}$   
b.  $12\text{ dm} + 2\text{ m} + 2\text{ dam} + 3\ 000\text{ mm} = ?\text{ cm}$   
c.  $5\ 700\text{ dam} + 600\text{ hm} + 1\ 500\text{ m} + 3\ 5000\text{ dm} = ?\text{ km}$



## Am învățat în clasa a V-a

# (AUTO)EVALUARE FINALĂ

Scrie rezolvările complete.

Timp de lucru: 50 de minute



## Parcul de aventură

Într-o localitate din România, într-un cadru natural, în mijlocul a 2,5 hectare de pădure, cu 80 de copaci, 92 platforme, 100 de jocuri, 692 m de tiroliene, 1 000 m de coardă, 5 400 m de cablu, se află un mare parc de distracție activă.

*Parcul de aventură* este o activitate sportivă în aer liber, un mod plăcut de a petrece timpul liber. Parcul dispune de 8 trasee de tiroliană de dificultate progresivă.

Fiecare nivel de dificultate este simbolizat de o culoare: 2 trasee **mov** pentru copii sub 8 ani, 2 trasee **galbene** pentru copii de la 8 ani împliniți și pentru începători. Traseul **verde** este un parcurs ușor, nu depășește înălțimea de 6 metri. Traseul **albastru** este un parcurs de dificultate medie. Traseele **roșu** și **negru** sunt cele mai dificile, iar cel mai înalt punct îl întâlnim la traseul negru: 20 de metri.

**Pentru a răspunde la cerințele 1-2, citește următorul text:**

Compania deținătoare a parcului intenționează să deschidă un alt Parc de aventuri similar într-o altă zonă a țării. Compania are la dispoziție un teren de 25 de hectare, unde se va construi o zonă de clădiri pentru personalul tehnic și pentru spații de recreere. Această zonă este proiectată să ocupe 50 000 m<sup>2</sup>. Pe același teren este prevăzută construcția unei zone cu terenuri sportive, pe o suprafață de 8 ha, precum și a căilor de acces către toate obiectivele parcului. Proiectul prevede ca aleile ce se vor construi să ocupe o suprafață de 10 000 m<sup>2</sup>.

Dar principalul punct de atracție al parcului va fi zona pe care se află un lac natural și o pădure de fag, unde se vor construi traseele de tiroliene, după schița din pagina alăturată (punctele A, C, D, E, F, H și P reprezintă stâlpii pe care se vor monta cablurile tirolienelor).

**1** Pentru realizarea parcului de aventuri, este necesară o anumită sumă de bani.

Dacă vei afla numărul  $N = \left(\frac{a}{b}\right)^2$ , unde

$$a = \left\{ [19, (7) - 18, (4)] : \frac{1}{3} \right\} : \left[ \left( 3\frac{1}{3} - \frac{3}{2} \right) : \frac{11}{6} \right],$$

$$b = 0,30(5) \cdot 3\frac{3}{11} : \frac{2}{3} + \left( \frac{3}{2} - 1 : 2,6 \right) : 2\frac{3}{13},$$

vei afla câte milioane de euro vor fi utilizate la construcția parcului.

**2** Din această sumă, 75% provine din fonduri europene, restul trebuie să fie contribuția companiei. Află cât trebuie să fie această contribuție.



*Pentru a răspunde la cerințele 3-5, privește imaginea alăturată.*

**3** Care este lungimea dintre stâlpii C și D? Dar dintre stâlpii P și A?

**4** Știind că distanța dintre stâlpii F și H este egală cu distanța dintre stâlpii P și C, precizează lungimea cablului care va fi întins între stâlpii F și H.

**5** Toate zonele prevăzute în proiect (zona de construcții, zona cu terenuri sportive și zona cu traseele de tiroliană) se pot construi pe terenul pe care îl deține compania?

Justifică răspunsul.

*Pentru a răspunde la cerințele 6-8, citește următorul text:*

Pentru început, proiectul prevede doar două trasee de tiroliană.

Punctul de plecare pentru orice traseu de tiroliană este punctul A.

Traseul roșu este A → D → F → H → A. Traseul verde este A → E → F → C → P.

**6** Care este lungimea traseului roșu?

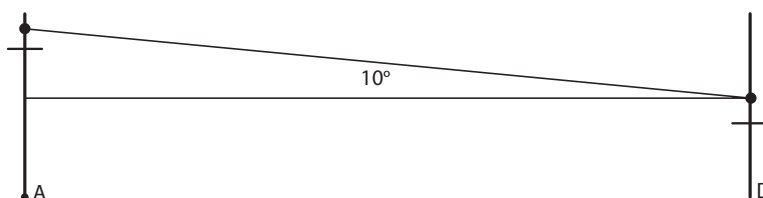
**7** Proiectează un traseu pentru copii cu vârsta mai mică de 8 ani, care să nu depășească 350 m.

**8** Proiectează un traseu mediu, a cărui lungime să fie cu 50 m mai mică decât lungimea traseului verde.

*Pentru a răspunde la cerințele 9-10, citește următorul text:*

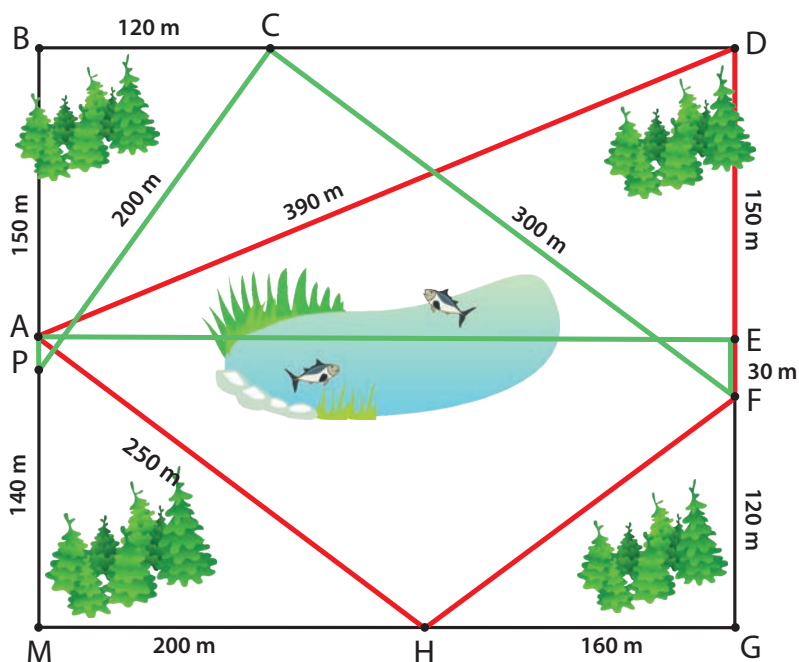
Pentru a putea proiecta mai multe trasee, stâlpii construiți în punctele A, C, D, E, F, H și P vor avea montate platforme de odihnă la distanțe diferite față de sol. Totodată, pentru a asigura alunecarea de la un stâlp la următorul stâlp, cablul trebuie să „coboare” între cei doi stâlpi.

De exemplu, între stâlpii A și D, aflați la o distanță de 390 m, este nevoie de un „unghi de cădere” de  $10^\circ$ . La fiecare 20 m în minus, unghiul crește cu un grad.



**9** Calculează „unghiul de cădere” care trebuie realizat între stâlpii D și E pentru traseul roșu.

**10** Dacă pe traseul verde, între punctele A și E, „unghiul de cădere” este de  $12^\circ$ , calculează „unghiul de cădere” între ultimii doi stâlpi ai traseului verde.



Ex. 1	Ex. 2	Ex. 3	Ex. 4	Ex. 5	Ex. 6	Ex. 7	Ex. 8	Ex. 9	Ex. 10
10 p	10 p	10 p	10 p	10 p	10 p	10 p	10 p	5 p	5 p
Se acordă 10 puncte din oficiu.								Total 100 de puncte	



*Ajută turiștii să facă cea mai bună alegere în sezonul estival!*



Pentru această investigație va trebui să urmărești **etapele** de mai jos:


 **Culege informații despre 5 hoteluri din Mamaia.**

1

 **Pe baza informațiilor culese, răspunde la întrebările de mai jos.**


2

- ✓ Ce hotel este cel mai apropiat de plajă? Dar cel mai îndepărtat? De câte ori este mai scurtă cea mai mică distanță față de cea mare? (Aproximează la sutimi, dacă este cazul!)
- ✓ Care este cel mai ieftin hotel pentru cazare?
- ✓ Care este prețul mediu al unei camere?
- ✓ Care este prețul mediu al celor 2 mese (prânz și cină)?
- ✓ Care sunt hotelurile cu internet în toate camerele?
- ✓ Care sunt costurile petrecerii unei săptămâni în hotelul ales de tine?


 **Compară și ordonează crescător datele după prețul de cazare per cameră, pe zi.**

3

1. numele hotelului
2. date exacte pentru fiecare hotel despre prețurile pentru:
  - ✓ cazare și mic dejun pentru o cameră/zi
  - ✓ prânz și cină pentru 1 persoană/zi
3. informații despre:
  - ✓ număr de camere existente în hotel
  - ✓ număr de camere cu acces WiFi
  - ✓ parcare păzită
  - ✓ distanța față de plajă

 **Înregistrează aceste informații într-un tabel care să conțină:**

4

 **Formulează și alte întrebări și răspunde la ele.**

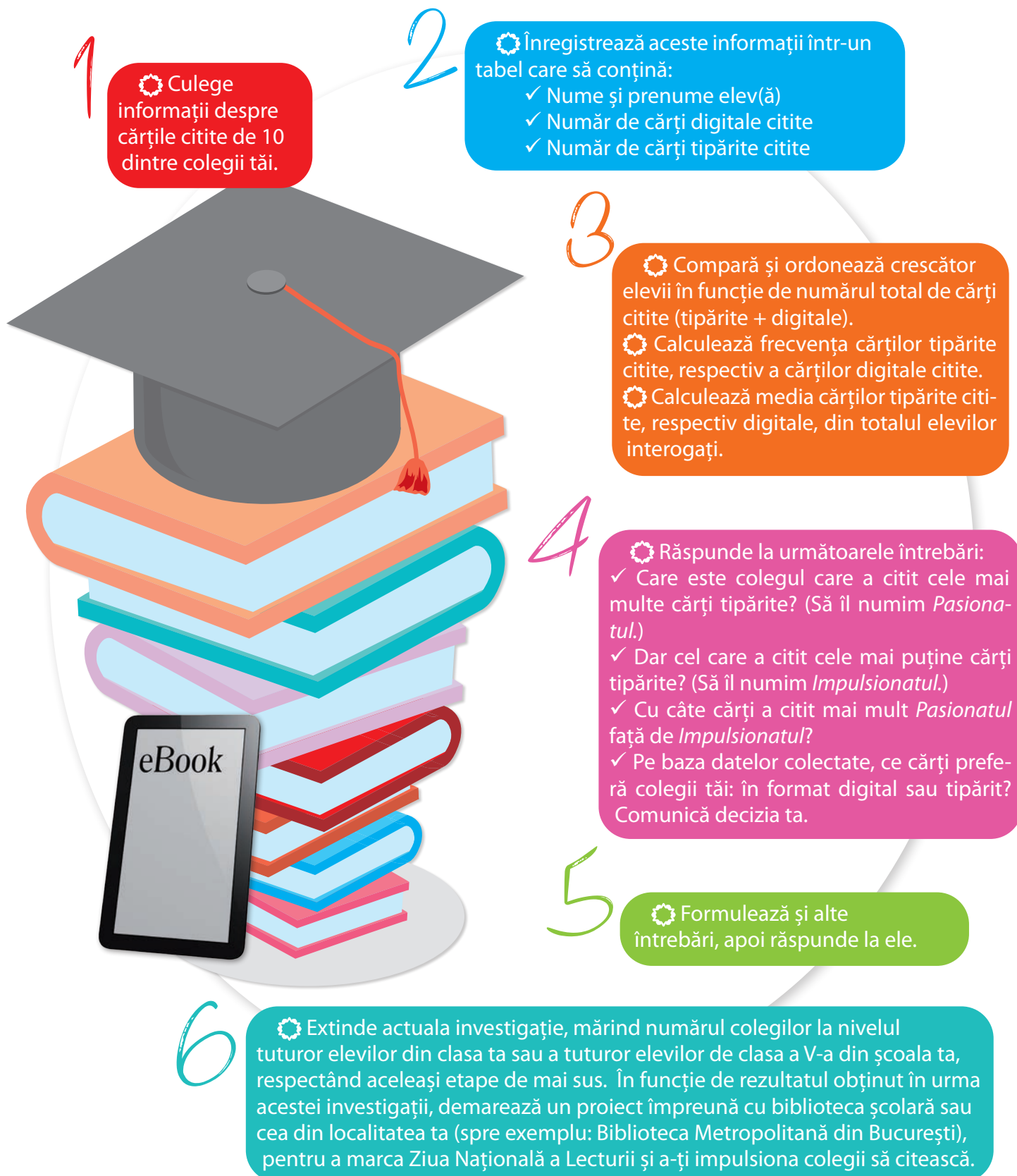
5





## Determină și compară numărul de cărți citite de colegii tăi

Pentru această investigație va trebui să urmărești **etapele** de mai jos:



# Răspunsuri

**Unitatea I.** 1. a) 7 799; b) 2 000. 2. a) 0; b) 8. 3.  $a = 3$ ;  $b = 1$ ;  $c = 10^2$ ;  $d = 44$ . 4. suma = 12; 5.  $c = 8$ ,  $r = 3$ . 6. 36. 7. 9 000 lei. 8. a) 15, 30, 45, 60, 75, 90; b) 315

**Unitatea II.** 1. a) 8; b) 144; c) 40; 60. 2.  $1s = 200$  lei,  $1r = 60$  lei. 3. 25 și 108. 4. 35 apartamente cu 3 camere și 15 cu 4 camere. 5. I = 200 lei; II = 500 lei; III: 700 lei. 6. 155 și 40. 7. 21; 63; 22

**Unitatea III.** 1. a - F; b - F; c - F. 2. a) 192; b) 39. 3. 9, 90, 4. 4. 3 420, 3 450, 3 480, 3 405, 3 435, 3 465, 3 495.

5. a) 8; b) 156; c) 12·13. 6. a) 2022 : cu 2 și 3, deci cu 6; b)  $337 : cu 2$ ;  $337 : 3, \dots 337 : 19$  și  $c = 17 < 19$ ;

c.  $2\ 022 = 2 \cdot 3 \cdot 337$  deci 2, 3 și 337. 7. a)  $9^9 + 9^{10} = 9^9(1 + 9) = 9^9 \cdot 10$

b)  $M = 2 \cdot 5 \cdot 9 \cdot (1 + 9^2 + 9^7 + 9^6 + 9^8) = 2 \cdot 5 \cdot 9 \cdot m$ .

8. a) 6 numere; b)  $s = 2 \cdot 3 \cdot 37 \cdot (x + y + z) = 6 \cdot 37 \cdot (x + y + z)$ .

**Unitatea IV.** 2. a) =; b) >; c) =; d) >. 3.  $a \rightarrow 2$ ,  $b \rightarrow 1$ ,  $c \rightarrow 5$ ,

$d \rightarrow 3$ . 4.  $\frac{1}{20} < \frac{1}{4} < \frac{7}{3} < \frac{17}{3}$ ; 5. a)  $5\frac{1}{6}$ ; b)  $1\frac{2}{33}$ ; c)  $\frac{1}{3}$

6. 40, 50, 30. 7. 200

**Unitatea V.** 1. d) 0,5555555. 2. a) per. simplă; b) per. mixtă; c) per simplă; d) fr. finită; e) per. s. 3. a)  $\frac{21}{8}$ ;  $2\frac{625}{999}$ ;  $3\frac{35}{64}$ ; b) 32 și 26; c) 5, respectiv 2. 4. 2022.

5. 40 „extra”, 60 „pentru bulion”. 6.  $x = 122, (2)$ . 7. 5, 125 și 27, 975.

**Unitatea VI.**

Subiectul I:

1. a) 5; b) „pătrat”; c) 10; d) 2 peste și 2 sub.

2. Desenăm graficele conform manualului digital.

Subiectul II:

a) 

Nota	4	5	6	7	8	9	10
Frecvența notei	2	4	2	8	3	4	2

b) Desenăm graficele conform manualului digital.

Subiectul III:

a) 250 elevi; b) 

Medii	Sub 5	5-6,99	7-8,99	9-10
Nr. elevi	25	75	100	50

c) Grafic conform manualului digital;

d) 62,5

**Unitatea VII.** 1. a  $\rightarrow$  ascuțit; b  $\rightarrow$  obtuz; c  $\rightarrow$  ascuțit; d  $\rightarrow$  alungit; e  $\rightarrow$  nul. 2. a) proprii; b) improprii.

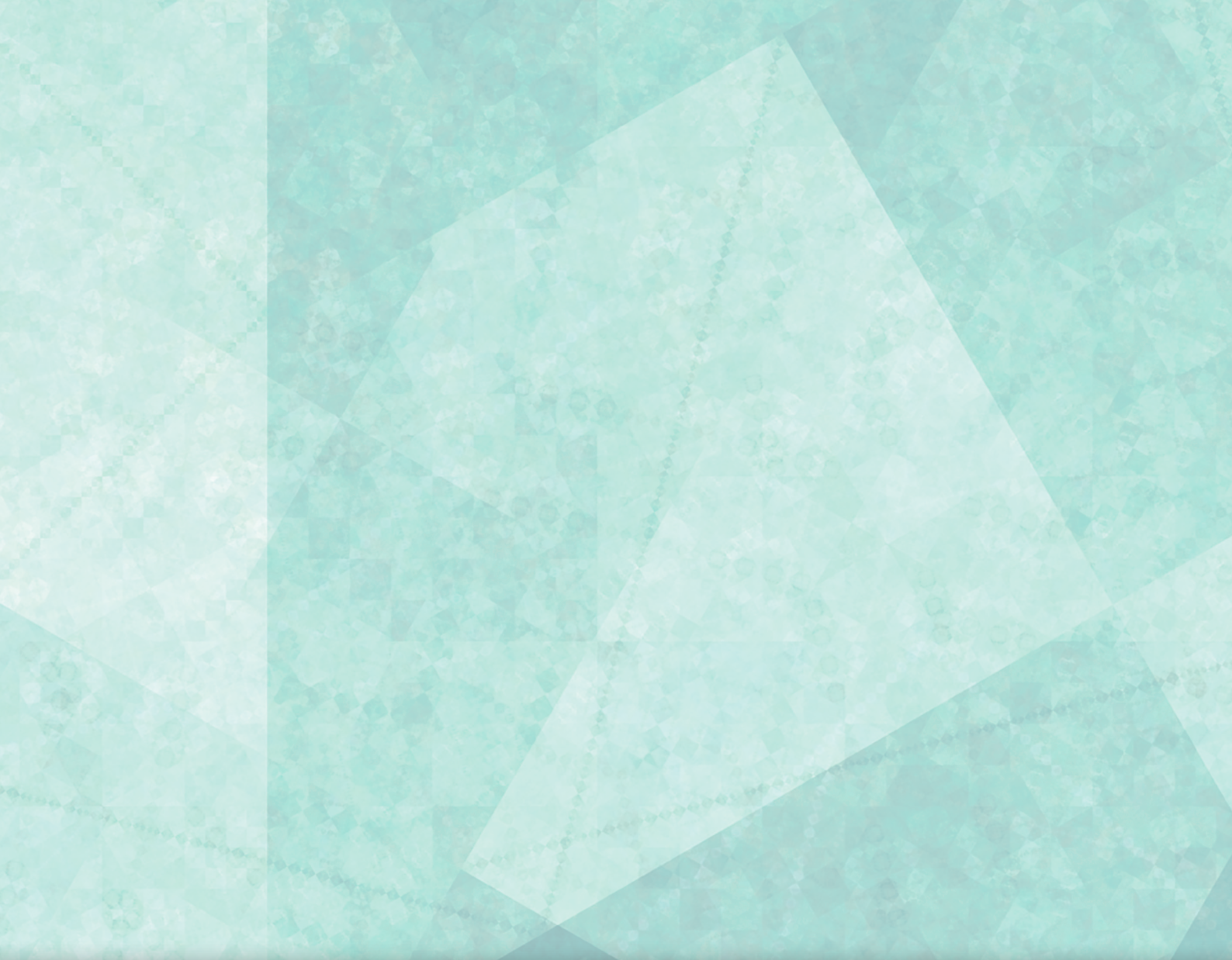
3. a)  $\sphericalangle M$  ascuțit și  $\sphericalangle P$  obtuz sau invers; b)  $\sphericalangle M$  drept și  $\sphericalangle P$  obtuz sau invers. 4. a) A; b) F; c) A.

5. a) vezi manualul digital; b) 4 pentru că este un pătrat; c)  $\triangle DAB$  cu  $\triangle DCB$  și  $\triangle ADC$  cu

$\triangle ABC$ . d)  $90^\circ$ . 6.  $19^\circ$ ;  $20^\circ$ ;  $21^\circ$ ; 7. 10 drepte:  $AB, AC, AD, AE, BC, BD, BE, CD, CE$  și  $DE$ .

**Unitatea VIII.** 1. 140 cm. 2. a)  $l = 15$  dm,  $L = 44$  dm; b)  $6,60$  m<sup>2</sup>. 3.  $512$  dm<sup>3</sup>. 4.  $3\ 888$  cm<sup>3</sup>. 5. a) 3,6 ha; b) 14,4 ari; 6. 2 400 plăci. 7. 6,75 l.





6 420620 008691

[www.cdpress.ro](http://www.cdpress.ro)