Examenul național de bacalaureat 2023
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Varianta 7

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\sqrt{50}-5\left(\sqrt{2}-1\right)=5$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-3x+a$, unde a este număr real. Arătați că $f(1)=f(2)$, pentru orice număr real a.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x+2)=\log_3(4-x)$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă produsul cifrelor egal cu 8.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,a)$, $B(1,0)$ și $C(5,2)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a, știind că punctul A este mijlocul segmentului BC.

5p **6.** Arătați că $\sin 30°+\sqrt{2}\cos 45°+\cos 60°=2$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=3(4-x-y)+xy$.

5p **1.** Arătați că $3*0=3$.

5p **2.** Demonstrați că $x*y=(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x și y.

5p **3.** Arătați că $e=4$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$ ”.

5p **4.** Arătați că $\frac{7}{3}$ este simetricul lui $\frac{3}{2}$ în raport cu legea de compoziție „$*$ ”.

5p **5.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $9^x*3^x=3$.

5p **6.** Calculați $3*4*5*\ldots*2023$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $B(a)=\begin{pmatrix}a+2 & 1\\ 1 & a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **1.** Arătați că $\det\left(B(0)\right)=-1$.

5p **2.** Arătați că $A\cdot A=5I_2$.

5p **3.** Determinați numerele reale a pentru care $\det\left(B(a)+A\right)=0$.

5p **4.** Determinați numărul real a pentru care $B(a)\cdot B(-2)=B(0)-I_2$.

5p **5.** Demonstrați că matricea $B(a-1)$ este inversabilă, pentru orice număr rațional a.

5p **6.** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, știind că $X\cdot B(0)=A$.

Examenul național de bacalaureat 2023
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 7

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{50}=5\sqrt{2}$, $5\left(\sqrt{2}-1\right)=5\sqrt{2}-5$	**3p**
	$5\sqrt{2}-5\sqrt{2}+5=5$	**2p**
2.	$f(1)=a-2$, pentru orice număr real a	**2p**
	$f(2)=a-2$, deci $f(1)=f(2)$, pentru orice număr real a	**3p**
3.	$x+2=4-x$	**2p**
	$x=1$, care convine	**3p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea numerelor naturale de două cifre, numerele care au produsul cifrelor egal cu 8 sunt: 18, 24, 42 și 81, deci sunt 4 cazuri favorabile, de unde obținem $p=\frac{4}{90}=\frac{2}{45}$	**3p**
5.	$a=\frac{0+2}{2}$	**3p**
	$a=1$	**2p**
6.	$\sin 30°=\frac{1}{2}$, $\cos 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 60°=\frac{1}{2}$	**3p**
	$\frac{1}{2}+\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}=2$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$3*0=3(4-3-0)+3\cdot 0=$	**3p**
	$=3\cdot 1+0=3$	**2p**
2.	$x*y=xy-3x-3y+9+3=$	**2p**
	$=x(y-3)-3(y-3)+3=(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
3.	$x*4=(x-3)(4-3)+3=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$4*x=(4-3)(x-3)+3=x$, pentru orice număr real x, deci $e=4$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**3p**
4.	$\frac{7}{3}*\frac{3}{2}=\left(\frac{7}{3}-3\right)\left(\frac{3}{2}-3\right)+3=4$	**2p**
	$\frac{3}{2}*\frac{7}{3}=\left(\frac{3}{2}-3\right)\left(\frac{7}{3}-3\right)+3=4$, deci $\frac{7}{3}$ este simetricul lui $\frac{3}{2}$ în raport cu legea de compoziție „$*$”	**3p**
5.	$9^x*3^x=\left(9^x-3\right)\left(3^x-3\right)+3$, pentru orice număr real x	**2p**
	$\left(3^{2x}-3\right)\left(3^x-3\right)=0$, de unde obținem $x=\frac{1}{2}$ sau $x=1$	**3p**
6.	$3*x=3$, pentru orice număr real x	**2p**
	$3*4*5*\ldots*2023=3*(4*5*\ldots*2023)=3$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det\left(B(0)\right)=\begin{vmatrix}2 & 1\\ 1 & 0\end{vmatrix}=2\cdot 0-1\cdot 1=$	**3p**
	$=0-1=-1$	**2p**
2.	$A\cdot A=\begin{pmatrix}1+4 & -2+2\\ -2+2 & 4+1\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}5 & 0\\ 0 & 5\end{pmatrix}=5I_2$	**2p**
3.	$\det\left(B(a)+A\right)=\begin{vmatrix}a+1 & 3\\ 3 & a+1\end{vmatrix}=(a+1)^2-3^2$	**3p**
	$a=2$ sau $a=-4$	**2p**
4.	$B(a)\cdot B(-2)=\begin{pmatrix}1 & a\\ a & 1-2a\end{pmatrix}$, pentru orice număr real a	**2p**
	Cum $B(0)-I_2=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$, obținem $\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & a\\ a & 1-2a\end{pmatrix}\Leftrightarrow a=1$	**3p**
5.	$\det\left(B(a-1)\right)=\begin{vmatrix}a+1 & 1\\ 1 & a-1\end{vmatrix}=a^2-2$, pentru orice număr real a	**2p**
	Cum a este număr rațional, obținem $a^2-2\neq 0$, deci matricea $B(a-1)$ este inversabilă	**3p**
6.	Inversa matricei $B(0)$ este matricea $\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & -2\end{pmatrix}$	**2p**
	$X=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & -2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & -5\\ 1 & 0\end{pmatrix}$	**3p**