

Examenul de bacalaureat național 2022
Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_1 = 3$ și $r = 2$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (1 - 2a)x + 1$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care $f(1) = f(-1)$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $1 + \log_2(2x + 1) = \log_2 4$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie pătrat perfect.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1, 4)$, $B(-3, 2)$ și $C(5, 2)$. Determinați lungimea medianei triunghiului ABC construită din vârful A .
- 5p** 6. Calculați $\sqrt{3} \cdot \sin 60^\circ \cdot \sin 45^\circ - 3 \cdot \sin 30^\circ \cdot \cos 45^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = -\frac{(x-1)(y-1)}{3} + 1$.
- 5p** 1. Arătați că $3 * 4 = -1$.
- 5p** 2. Verificați dacă $e = -2$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”.
- 5p** 3. Determinați numărul real a pentru care $a * 7 = 5$.
- 5p** 4. Determinați valorile reale ale lui x pentru care $x * (1 + x) \geq -3$.
- 5p** 5. Determinați cel mai mare număr natural n pentru care $n * n * n \leq n$.
- 5p** 6. Determinați perechile (m, n) de numere naturale pentru care $m * n = -1$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p** 1. Arătați că $\det(A) = -7$.
- 5p** 2. Arătați că $\det(A + xI_2) \geq -7$, pentru orice număr real x .
- 5p** 3. Determinați numărul real a pentru care $A \cdot A = aI_2$.
- 5p** 4. Determinați numerele reale m pentru care $\det(mA - I_2) = m \cdot \det(A + I_2)$.
- 5p** 5. Se consideră matricea $M = \begin{pmatrix} x & y \\ y & x \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, astfel încât $A \cdot M = M \cdot A$. Arătați că $y = 0$.
- 5p** 6. Determinați pentru câte valori întregi ale lui a obținem $\det(aA) \geq -28$.

Examenul național de bacalaureat 2022
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$a_3 = a_1 + 2r$	2p
	$a_3 = 7, S_3 = \frac{(a_1 + a_3) \cdot 3}{2} = 15$	3p
2.	$f(1) = 2 - 2a, f(-1) = 2a$	2p
	$2 - 2a = 2a \Rightarrow 4a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$	3p
3.	$1 + \log_2(2x + 1) = 2$	2p
	$\log_2(2x + 1) = 1 \Rightarrow 2x + 1 = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$, care convine	3p
4.	Numerele naturale de o cifră, pătrate perfecte sunt: 0,1,4,9, deci sunt patru cazuri favorabile	2p
	Numerele naturale de o cifră sunt 0,1,2,...,9, deci sunt zece cazuri posibile	2p
	$P = \frac{\text{număr cazuri favorabile}}{\text{număr cazuri posibile}} = \frac{2}{5}$	1p
5.	AM mediană $\Rightarrow M$ mijlocul laturii $BC \Rightarrow x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = 1, y_M = \frac{y_B + y_C}{2} = 2$	2p
	$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \sqrt{4} = 2$	3p
6.	$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$	3p
	$\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$	2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$3 * 4 = -\frac{(3-1) \cdot (4-1)}{3} + 1 =$	2p
	$= -\frac{2 \cdot 3}{3} + 1 = -2 + 1 = -1$	3p
2.	$x * (-2) = -\frac{(x-1) \cdot (-3)}{3} + 1 = x - 1 + 1 = x$, pentru orice număr real x	2p
	$(-2) * x = -\frac{(-2-1) \cdot (x-1)}{3} + 1 = x - 1 + 1 = x$, pentru orice număr real x , deci $e = -2$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”	3p
3.	$-\frac{(a-1) \cdot (7-1)}{3} + 1 = 5$	2p
	$-(a-1) \cdot 2 + 1 = 5$, de unde obținem $a = -1$	3p

4.	$x*(1+x) = -\frac{(x-1) \cdot (1+x-1)}{3} + 1 = -\frac{x(x-1)}{3} + 1$	2p
	$-\frac{x(x-1)}{3} + 1 \geq -3$, deci $x^2 - x - 12 \leq 0$, de unde obținem $x \in [-3, 4]$	3p
5.	$n*n = -\frac{(n-1)^2}{3} + 1$, $n*n*n = (n*n)*n = \left(-\frac{(n-1)^2}{3} + 1\right)*n = \frac{(n-1)^3}{9} + 1$	3p
	$\frac{(n-1)(n-4)(n+2)}{9} \leq 0$, n număr natural $\Rightarrow n = 4$ este cel mai mare număr natural căutat	2p
6.	$-\frac{(m-1)(n-1)}{3} + 1 = -1 \Rightarrow (m-1)(n-1) = 6$	2p
	Perechile (m, n) de numere naturale sunt: $(2, 7); (3, 4); (4, 3); (7, 2)$	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-2) - 1 \cdot 3 =$	3p
	$= -4 - 3 = -7$	2p
2.	$A + xI_2 = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+x & 3 \\ 1 & -2+x \end{pmatrix}$	2p
	$\det(A + xI_2) = x^2 - 7$, deci $x^2 - 7 \geq -7 \Leftrightarrow x^2 \geq 0$, pentru orice număr real x	3p
3.	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$, $aI_2 = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$	3p
	$\begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix} \Rightarrow a = 7$	2p
4.	$\det(mA - I_2) = 1 - 7m^2$, $\det(A + I_2) = -6$	2p
	$7m^2 - 6m - 1 = 0$, de unde obținem $m = -\frac{1}{7}$ sau $m = 1$	3p
5.	$A \cdot M = \begin{pmatrix} 2x+3y & 3x+2y \\ x-2y & -2x+y \end{pmatrix}$, $M \cdot A = \begin{pmatrix} 2x+y & 3x-2y \\ x+2y & -2x+3y \end{pmatrix}$	3p
	$2x+3y = 2x+y \Rightarrow y = 0$ care verifică	2p
6.	$\det(aA) = -7a^2$	2p
	$-7a^2 \geq -28 \Rightarrow a^2 \leq 4$, și cum $a \in \mathbb{Z}$, obținem $a = -2$, $a = -1$, $a = 0$, $a = 1$ sau $a = 2$ deci a poate avea 5 valori	3p