

**Examenul național de bacalaureat 2021**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{pedagogic}$**

**Model**

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că  $\sqrt{3} \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{3}-1} + \frac{1}{\sqrt{3}+1} \right) = 3$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 2$ . Determinați numerele naturale  $n$  pentru care  $f(n) < 0$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_3(x^2 - 1) = 1$ .
- 5p** 4. După o scumpire cu 20%, prețul unui obiect este 660 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de scumpire.
- 5p** 5. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul  $M(2,0)$  și este paralelă cu dreapta  $d$  de ecuație  $y = 3x$ .
- 5p** 6. Calculați aria rombului  $ABCD$ , știind că  $AC = 2\sqrt{5}$  și  $BD = 4$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = 3xy + 7(x + y) + 14$ .

- 5p** 1. Arătați că  $(-3) * 3 = -13$ .
- 5p** 2. Demonstrați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
- 5p** 3. Arătați că  $x * y = 3\left(x + \frac{7}{3}\right)\left(y + \frac{7}{3}\right) - \frac{7}{3}$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** 4. Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $x * x = x$ .
- 5p** 5. Arătați că  $x * \frac{1}{x} \geq 31$ , pentru orice număr real  $x$ ,  $x > 0$ .
- 5p** 6. Determinați numărul real  $x$  pentru care  $3^x * 3^x = 83$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

Se consideră matricea  $A(a) = \begin{pmatrix} 3 & a \\ a & 3 \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este număr real.

- 5p** 1. Arătați că  $\det(A(1)) = 8$ .
- 5p** 2. Arătați că  $A(0) \cdot A(2020) = 3A(2020)$ .
- 5p** 3. Determinați numerele reale  $a$  pentru care  $\det(A(a)) = -16$ .
- 5p** 4. Arătați că  $A(1) + A(2) + \dots + A(10) = 10A\left(\frac{11}{2}\right)$ .
- 5p** 5. Determinați numărul natural  $m$  pentru care matricea  $B = A(m) + A(m^2)$  **nu** este inversabilă.
- 5p** 6. Determinați perechile de numere întregi  $(a, b)$  pentru care suma elementelor matricei  $A(a) \cdot A(b)$  este egală cu 2.

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică *M\_pedagogic*

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice  $(a_n)_{n \geq 1}$ , știind că  $a_1 = \frac{1}{2}$  și  $a_4 = 5$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax + a - 2$ , unde  $a$  este număr real. Determinați numărul real  $a$  pentru care  $f(1) + f(-2) = 0$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $1 + \log_6(2x + 6) = 3$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să poată fi scris sub forma  $n^3$ , unde  $n$  este număr natural.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(0,2)$ ,  $B(0,6)$ ,  $C(4,2)$  și punctul  $D$ , mijlocul segmentului  $BC$ . Determinați ecuația dreptei  $AD$ .
- 5p 6. Calculați  $2 \sin 30^\circ \cos 60^\circ - \cos 120^\circ$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x * y = \frac{(x-1)(y-1)}{2} + 1$ .

- 5p 1. Arătați că  $2 * (-5) = -2$ .
- 5p 2. Verificați dacă  $e = 3$  este elementul neutru al legii de compoziție „\*”.
- 5p 3. Determinați numărul real  $a$  pentru care  $a * 5 = 3$ .
- 5p 4. Determinați valorile reale ale lui  $x$  pentru care  $x * (1 - x) \geq -5$ .
- 5p 5. Arătați că există o infinitate de numere naturale  $n$  pentru care numărul  $N = (\sqrt{n} + 1) * (\sqrt{n} + 1)$  este natural par.
- 5p 6. Determinați tripletele  $(m, n, p)$  de numere naturale, cu  $m < n < p$ , pentru care  $m * n * p = 8$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $B(n) = \underbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_{\text{de } n \text{ ori } A}$ , unde  $n$  este număr natural nenul.

- 5p 1. Arătați că  $\det A = 4$ .
- 5p 2. Arătați că  $\det(A + xI_2) \geq 3$ , pentru orice număr real  $x$ .
- 5p 3. Arătați că există un număr real  $a$ , astfel încât  $B(3) = aI_2$ .
- 5p 4. Determinați numerele reale  $m$  pentru care  $\det(2mA + I_2) + 2m \det(A - I_2) = 0$ .
- 5p 5. Se consideră matricea  $M = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ , astfel încât  $A \cdot M = M \cdot A$ . Arătați că  $x + y + 3z - t = 0$ .
- 5p 6. Demonstrați că, pentru orice număr natural nenul  $n$ , matricea  $B(6n)$  are toate elementele numere naturale.

Examenul național de bacalaureat 2021  
Proba E. c)

Matematică *M\_pedagogic*

Varianta 2

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că  $\sqrt{2} \cdot (3 + \sqrt{2}) - \sqrt{18} = 2$ .
- 5p 2. Se consideră funcțiile  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 1$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = 3x + 7$ . Determinați numărul real  $a$  pentru care  $f(a) = g(a)$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{4 + 2x} = 4$ .
- 5p 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr  $n$  din mulțimea numerelor naturale nenule de o cifră, numărul  $n$  să fie divizor al numărului 18.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(-1, 2)$  și  $B(3, a)$ , unde  $a$  este număr real. Determinați numărul real  $a$ , știind că punctul  $A$  aparține dreptei  $OB$ .
- 5p 6. Se consideră triunghiul  $ABC$  dreptunghic în  $A$ , cu  $BC = 4$  și măsura unghiului  $C$  de două ori mai mare decât măsura unghiului  $B$ . Determinați lungimea laturii  $AC$  a triunghiului  $ABC$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = 3x + 3y - 3xy - 2$ .

- 5p 1. Arătați că  $1 * 2 = 1$ .
- 5p 2. Arătați că  $x * y = 1 - 3(x - 1)(y - 1)$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p 3. Arătați că  $e = \frac{2}{3}$  este elementul neutru al legii de compoziție „\*“.
- 5p 4. Determinați numărul real  $x$  pentru care  $(2 - x) * 2 = 2 + x$ .
- 5p 5. Determinați perechile  $(m, n)$  de numere naturale pentru care  $m * n = 19$ .
- 5p 6. Determinați numerele reale  $a$  pentru care  $(a * 1) + (a * 2) + (a * 3) = 3a^2$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $B(x) = \begin{pmatrix} x-2 & -x \\ -2x & 4x-2 \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.

- 5p 1. Arătați că  $\det A = 2$ .
- 5p 2. Arătați că  $xA - 2I_2 = B(x)$ , pentru orice număr real  $x$ .
- 5p 3. Arătați că  $A \cdot A = B(5)$ .
- 5p 4. Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $\det(B(x)) = 4$ .
- 5p 5. Arătați că  $B(xy) - xB(y) = 2(x-1)I_2$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p 6. Determinați numărul real  $x$  pentru care  $B(6^x) - 2^x B(3^x) = 6I_2$ .

**Examenul național de bacalaureat 2021**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{pedagogic}$**

**Varianta 4**

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Se consideră progresia aritmetică  $(a_n)_{n \geq 1}$ , cu  $a_1 = 2$  și  $a_3 = 14$ . Calculați termenul  $a_2$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 2x$ . Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției  $f$  cu axa  $Ox$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $7^{3-x} = 49^x$ .
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr  $n$  din mulțimea  $A = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ , numărul  $n + 2$  să fie impar.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(0, -3)$ ,  $B(3, 1)$  și  $C(a, 0)$ , unde  $a$  este număr real. Determinați numerele reale  $a$  pentru care  $AB = AC$ .
- 5p** 6. Arătați că  $(1 + \sin 30^\circ) \cdot \cos^2 45^\circ + \cos^2 60^\circ = 1$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = 4x + 4y - 3$ .

- 5p** 1. Arătați că  $0 * 3 = 9$ .
- 5p** 2. Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
- 5p** 3. Determinați numărul real  $x$  pentru care  $(-3) * x = 9$ .
- 5p** 4. Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $(-x) * (2x) = x^2$ .
- 5p** 5. Determinați numărul real  $x$  pentru care  $2^x * 2^x = 1$ .
- 5p** 6. Determinați numărul real  $x$ , știind că scăzând  $x$  din numărul  $x * \left(\frac{x}{2} * \frac{x}{4}\right)$ , se obține numărul cu 1 mai mic decât  $x$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

Se consideră matricele  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $A = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ -2 & -7 \end{pmatrix}$  și  $B(x) = \begin{pmatrix} 2 & x+2 \\ x-2 & -2 \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.

- 5p** 1. Arătați că  $\det A = 5$ .
- 5p** 2. Arătați că  $2B(1) - A = 3I_2$ .
- 5p** 3. Arătați că  $B(1) \cdot B(3) - 3I_2 = 2B(0)$ .
- 5p** 4. Arătați că  $B(x) \cdot B(x) = x^2 I_2$ , pentru orice număr real  $x$ .
- 5p** 5. Determinați numărul real  $x$  pentru care  $\det(B(x)) = \det(B(x+1))$ .
- 5p** 6. Determinați numărul natural  $n$  pentru care  $B(3) \cdot B(3) + B(4) \cdot B(4) = B(n) \cdot B(n)$ .